

ISSN: 2406-9868



PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

*Peran Matematika dan Statistika dalam
Mewujudkan Pariwisata Berkelanjutan*

Denpasar, 6 November 2014



411posters.com/wp-content/uploads/2012/06/klausen-Platos-Garden-Fire-Air-Ether-EarthWater.jpg



Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Udayana

TIM PROSIDING

Penanggung Jawab Prosiding:

Dr. Komang Dharmawan

Editor:

Ir. I Putu E.N. Kencana, MT., Drs. GK. Gandhiadi, MT., Ir. Komang Gde Sukarsa, M.Si.
Drs. Ketut Jayanegara, M.Si., Drs. I Nyoman Widana, M.Si.

Tim Teknis:

I Gusti Ayu Made Srinadi, S.Si., M.Si., Dra. Luh Putu Suciptawati, M.Si.,
Desak Putu Eka Nilakusmawati, S.Si., M.Si., Made Susilawati, S.Si., M.Si.,
Ni Ketut Tari Tastrawati, S.Si., M.Si., Kartika Sari, S.Si., M.Sc.,
Luh Putu Ida Harini, S.Si., M.Sc., Ni Made Asih, S.Pd. M.Si,
I Wayan Sumarjaya, S.Si., M.Stats.

Layout & Cover:

Desak Putu Eka Nilakusmawati, S.Si., M.Si

TIM REVIEWER

No.	Nama	Instansi
1	Prof. Dr. Leo H. Wiryanto	ITB
2	Prof. Dr. Nyoman Budiantara	ITS
3	Prof. Dr. Sariasa	UNDIKSHA
4	Prof. Dr. Marjono, M.Phil.	UNBRAW
4	Dr. Komang Dharmawan	UNUD
5	Dr. Tjokorda Bagus Oka	UNUD
6	Ir. I Putu Eka N. Kencana, MT.	UNUD

STEERING COMMITTEE

Prof. Dr. Leo H. Wiryanto

Prof. Dr. Nyoman Budiantara

Prof. Dr. Sariasa

Prof. Dr. Marjono, M.Phil.

KATA PENGANTAR DARI PANITIA

Pertama-tama marilah kita panjatkan puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa, atas segala karunia dan rahmatNya yang telah dilimpahkan kepada kita semua. Atas ijinNya pula, kami telah dapat menyelesaikan Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014 yang telah diselenggarakan di Universitas Udayana pada tanggal 6 November 2014 bertempat di Kampus Jl. PB. Sudirman Denpasar.

Seminar Nasional Matematika ini diselenggarakan oleh Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Udayana, bertemakan '*Peran Matematika dan Statistika dalam Mewujudkan Pariwisata Berkelanjutan*'. Seminar Nasional Matematika ini adalah kegiatan yang akan dilaksanakan secara rutin oleh jurusan Matematika FMIPA UNUD setiap 2 tahun sekali.

Tujuan dari diadakannya seminar ini, salah satunya adalah untuk mendiseminasikan hasil-hasil penelitian dan karya tulis bidang Matematika dan Pendidikan Matematika. Perkembangan Matematika yang semakin pesat perlu disampaikan pada berbagai forum dan kesempatan, salah satunya dalam bentuk seminar sebagai upaya mengkomunikasikan hal-hal yang baru baik dalam perkembangan keilmuan, proses pembelajaran maupun dalam penerapannya di berbagai bidang.

Pada seminar ini, kami mengundang 3 pembicara utama yang telah menyampaikan makalah utama pada sidang pleno, yaitu Prof. Dr. I Nyoman Budiantara MS., Dosen Statistika ITS, Prof. Dr. Sariasa M.Sc. Dosen Matematika Universitas Pendidikan Ganesha, dan Ir. I Putu Eka Nila Kencana, Dosen Jurusan Matematika Universitas Udayana. Atas nama panitia, kami mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya atas kesediaan beliau semua hadir dalam acara ini. Ketiga pembicara menyampaikan makalah terkait penerapan matematika dan statistika dalam menyelesaikan masalah nyata yang dapat dijumpai dalam bidang kepariwisataan di Indonesia.

Sebagai tindak lanjut dari pelaksanaan konferensi ini serta setelah melalui proses review yang seksama, panitia seminar ini bersama dengan tim editor telah menyusun prosiding yang saat ini sudah dapat dituntaskan. Kami dari pihak panitia mengucapkan banyak terima kasih kepada semua peserta yang telah mengirimkan makalah untuk diterbitkan pada prosiding seminar ini. Akhirnya, kami juga mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu kegiatan seminar ini terutama kepada Rektor UNUD, pihak Fakultas MIPA UNUD, Pihak sponsor dan Panitia baik dari staf dosen, karyawan maupun para mahasiswa yang telah bekerja keras untuk mempersiapkan kesuksesan Seminar Nasional Matematika ini.

Ketua Panitia

Dr. Komang Dharmawan

DAFTAR ISI

	Halaman
Tim Prosiding.....	i
Tim Reviewer.....	ii
<i>Steering Committee</i>	iii
Kata Pengantar dari Panitia.....	iv
Daftar Isi	v

MAKALAH PEMBICARA UTAMA

PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK SPLINE (KONSEP, METODE, DAN APLIKASINYA) I Nyoman Budiantara.....	1-16
MATHOURISM: MATEMATIKA UNTUK PARIWISATA Sariasa.....	17-26
ANALISIS DATA KEPARIWISATAAN: SEBUAH PENDEKATAN KUANTITATIF PADA KEBERLANJUTAN PARIWISATA BALI I Putu Eka N. Kencana.....	27-34

BIDANG ANALISIS DAN ALJABAR

TEORI TITIK TETAP PADA RUANG BERNORMA-2 NON-ARCHIMEDIAN Burhanudin Arif Nurnugroho	35-40
PEMBANGKITAN SEGITIGA SIERPINS DENGAN TRANSFORMASI AFFINE BERBASIS BEBERAPA BENTUK GEOMETRIS Kosala Dwidja Purnomo	41-48
PEMETAAN KOMPATIBEL DI RUANG METRIK Q-FUZZY Siti Juliaha	49-58
PELABELAN TOTAL SISI AJAIB SUPER DAN DUALNYA PADA GRAF FIRECRACKER Triyani.....	59-66

BIDANG MATEMATIKA TERAPAN

THE CONSERVATIVE UPWIND SCHEME FOR SIMPLE TRAFFIC FLOW MODEL Putu Harry Gunawan	67-72
MODEL REGRESI ANTARA WAKTU FERMENTASI TERHADAP KETEBALAN NATA DE SOYA Uswatun Khasanah	73-78

PERBANDINGAN SOLUSI MODEL GERAK ROKET DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAM-BASHFORD Kusbudiono, Kosala Dwidja Purnomo, Nuril Afandi.....	79-84
PENGEMBANGAN SENI DAN TEKNIK DESAIN RELIEF BENDA-BENDA INDUSTRI KERAJINAN ONYX DENGAN BANTUAN KURVA HERMIT, BEZIER, DAN NATURAL Kusno.....	85-98
FUZZY CLUSTERING DALAM PENGELOMPOKAN DATA TEKS UNTUK MENGIDENTIFIKASIKAN TRENDING TOPIC PARIWISATA BALI PADA JEJARING SOSIAL TWITTER Anindya, A.P., Zulhanif.....	99-104
MODEL REDUKSI KADAR KAFEIN PADA PROSES DEKAFEINASI BIJI KOPI Rusli Hidayat, Ranggi Dias Dwi Wijaya.....	105-112
IMPLEMENTASI METODE NAÏVE BAYES CLASSIFIER UNTUK PENGUJIAN PENENTUAN DEWASA AYU PADA KALENDER BALI TAHUN 2014 Meri Sriyati, Gede Santi Astawa	113-120
FUNGSI DIMENSIONAL PARAMETER FISIK DENSITAS UNTUK PREDIKSI KEKUATAN KARAKTERISTIK SILINDER BETON Wahyo Hendarto Yoh, Tonny Sudianto, I Made Oka Mulya.....	121-126
BEBERAPA VARIABEL YANG MEMENGARUHI VOLUME PERDAGANGAN SAHAM DI BURSA EFEK INDONESIA IB. Putu Wisna Megayana, I Putu Eka N. Kencana	127-132
HUBUNGAN ANTARA LATAR BELAKANG INDIVIDU DENGAN KARAKTER WIRAUSAHA MAHASISWA PENERIMA PROGRAM MAHASISWA WIRAUSAHA (PMW) UNIVERSITAS UDAYANA Ni Luh Putu Suciptawati, Ketut Jayanegara	133-140
APLIKASI MODEL RANTAI MARKOV UNTUK MERAMALKAN PDRB PROVINSI BALI I Putu Eka N. Kencana, I Made Arya Antara	141-148
PENENTUAN HARGA KONTRAK BERJANGKA KOMODITAS EMAS MENGGUNAKAN SIMULASI <i>VARIANCE GAMMA</i> Gede Agus Yudiarta, Komang Dharmawan, Luh Putu Ida Harini	149-156
PERHITUNGAN NILAI TEBUS PADA PEMBATALAN POLIS ASURANSI JIWA <i>ENDOWMENT</i> Ida Ayu Pradnya Mikawati, I Nyoman Widana, Ketut Jayanegara	157-164

BIDANG PENDIDIKAN MATEMATIKA

EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN MEDIA VISUAL UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR SISWA TUNA RUNGU POKOK BAHASAN PECAHAN SENILAI Luh Made Suriwati, Desak Putu Eka Nilakusmawati, I Wayan Sumarjaya	165-170
PENGETAHUAN MAHASISWA CALON GURU MENGENAI KONSEP RASIO DAN PROPORSI Puji Lestari	171-178
PENINGKATAN HASIL BELAJAR MAHASISWA MELALUI KEGIATAN <i>LESSON STUDY</i> PADA MATA KULIAH MATEMATIKA DISKRET Harina Fitriyani.....	179-186
PENGEMBANGAN MULTIMEDIA <i>MACROMEDIA FLASH</i> DENGAN PENDEKATAN KONTEKSTUAL DAN KEEFEKTIFANNYA TERHADAP KECEMASAN SISWA PADA MATEMATIKA DAN ICT Syaiful Fahmi, Marsigit	187-198
PENGARUH PENGGUNAAN BAHAN AJAR BERBASIS TIK DALAM PENINGKATAN KEMAMPUAN SPASIAL SISWA SMP Luh Putu Ida Harini, I Gede Santi Astawa.....	199-210
PEMETAAN DAN ANALISIS <i>SELF-DIRECTED LEARNING</i> SISWA SMP DI KOTA KUPANG Maria Agustina Kleden	211-218
HUBUNGAN KEMAMPUAN AWAL DAN NILAI FORMATIF TERHADAP NILAI SUMATIF SEMESTER GANJIL KELAS VII SMP N 8 BATAM Tubagus Pamungkas, Sakinah Putri Rezeki.....	219-224
KONTRIBUSI PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MENUNJANG TERWUJUDNYA PARIWISATA YANG BERKELANJUTAN Tri Djoko Setyono	225-234
AKTIVITAS LABORATORIUM STATISTIKA VIRTUAL BERBASIS WEB DENGAN R-SHINY I Made Tirta	235-244
KAJIAN METODE QUANTUM LEARNING DAN METODE DEMONSTRASI TERHADAP HASIL BELAJAR KALKULUS Ni Made Asih.....	245-250
PENGARUH PEMBELAJARAN GEOMETRI VAN HIELE TERHADAP KEMAMPUAN ABSTRAKSI MATEMATIS UNTUK MENDUKUNG KURIKULUM 2013 Hamidah	251-258

**PELATIHAN METODE STATISTIKA DALAM PENELITIAN
TINDAKAN KELAS DI SMPN 2 KUTA**

I Wayan Sumarjaya, Yan Ramona, Ni Nyoman Rupiasih,
James Sibarani, Martin Joni, I Gusti Agung Widagda 259-264

**PENERAPAN PEMBELAJARAN *CONTEXTUAL TEACHING
AND LEARNING (CTL)* PADA KONSEP OPERASI BILANGAN**

Made Susilawati..... 265-272

BIDANG STATISTIK

**ESTIMASI KURVA REGRESI SEMIPARAMETRIK SPLINE UNTUK
DATA LONGITUDINAL**

Bobby Poerwanto, I Nyoman Budiantara 273-278

**ESTIMASI MODEL REGRESI SEMIPARAMETRIK BIRESPO
DENGAN PENDEKATAN DERET FOURIER**

M Fariz Fadillah Mardianto, I Nyoman Budiantara..... 279-286

**ESTIMATOR KURVA REGRESI NONPARAMETRIK
MULTIVARIABEL DERET FOURIER**

Ni Putu Ayu Mirah Mariati, I Nyoman Budiantara 287-292

**ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS
DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN *SPLINE***

Ni Putu Nanik Hendayanti, I Nyoman Budiantara 293-298

**ANALISIS REGRESI DATA PANEL DALAM PEMODELAN
KASUS DBD DI KOTA BANDUNG**

Soemartini, Sudartianto, I Gede Nyoman Mindra Jaya..... 299-304

**ANALISIS *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* DALAM
PEMODELAN KASUS DBD DI KOTA BANDUNG**

Sudartianto, I Gede Nyoman Mindra Jaya, Soemartini 305-312

**PERAMALAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BANYUMAS
MENGGUNAKAN METODE EKSPONENSIAL GANDA HOLT**

Agustini Tripena 313-320

**PENDEKATAN REGRESI *ZERO INFLATED* GAMMA UNTUK
PERMASALAHAN *ZERO INFLATION* PADA DATA KONTINU
NON NEGATIF**

Muflihati Surur, Alfian Futuhul Hadi, Dian Anggraeni..... 321-334

**PENDETEKSIAN FAKTOR RISIKO SERTA PEMETAAN PENYEBARAN
TUBERKOLOSIS ANAK DI KECAMATAN NGAMPRAH KABUPATEN
BANDUNG DENGAN PENDEKATAN MODEL MULTILEVEL DENGAN
EFEK SPASIAL**

Anna Chadidjah, Resa Septiani Pontoh, Defi Yusti F., Bertho P 335-342

**PARTISIPASI DAN KEBERLANJUTAN EKOWISATA: APLIKASI
MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL PADA EKOWISATA
DI KINTAMANI**

I Putu Eka N. Kencana..... 343-352

**FUNGSI BIAYA UNTUK DESAIN PENERIMAAN SAMPLING
MENGUNAKAN MODEL BAYESIAN**

H. Bernik Maskun, Yeny Krista Franty, Budhi Handoko 353-358

**PENERAPAN ANALISIS GEROMBOL DALAM PENGELOMPOKAN
LENGKUAS MENURUT KANDUNGAN BIOAKTIF**

I Gusti Ayu Made Srinadi, I Made Agus Gelgel Wirasuta..... 359-366

**ANALISIS MANOVA REPEATED MEASUREMENT PENGOLAHAN
LIMBAH SINGKONG SEBAGAI PAKAN TERNAK**

Enny Supartini, Neneng Sunengsih, Sri Winarni..... 367-374

PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK SPLINE (KONSEP, METODE DAN APLIKASINYA)

I Nyoman Budiantara

Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya

1. Pendahuluan

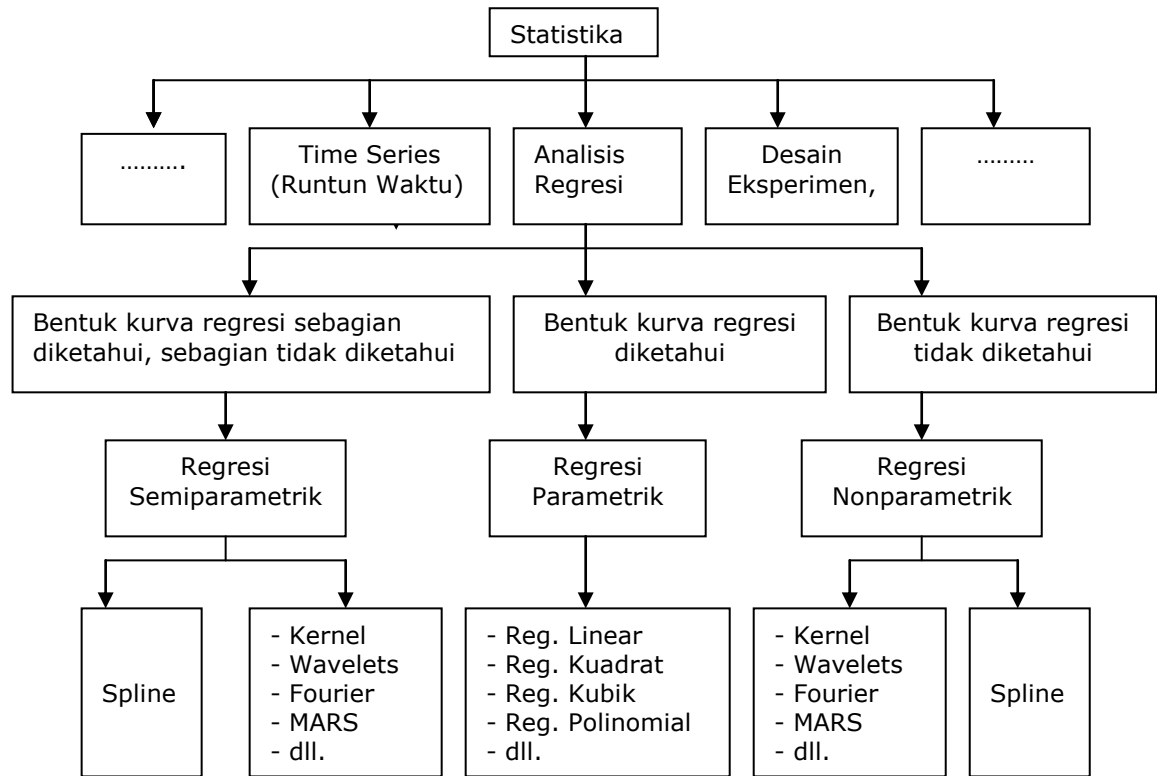
Statistika merupakan salah satu ilmu yang memuat sangat banyak cabang ilmu (Budiantara, 2009) diantaranya Time series (runtun waktu), Proses Stokastik, Probabilitas, Rancangan Percobaan, Analisis regresi, Reliabilitas, dan lain sebagainya (lihat Gambar 1). Analisis regresi merupakan salah satu bidang Statistika pemodelan yang memainkan peran sangat penting. Analisis regresi umumnya digunakan untuk menyelidiki model pola hubungan fungsional antara satu atau lebih variabel. Disamping itu, analisis regresi sangat bermanfaat untuk peramalan memprediksi (*forecasting*). Untuk dapat memodelkan satu atau lebih variabel, hal pertama yang semestinya dilakukan adalah apakah variabel-variabel tersebut secara rasional berkorelasi atau tidak. Apabila secara rasional terjadi korelasi, maka dapat dilakukan pemodelan Statistika dengan menggunakan analisis regresi. Seringkali dalam sebuah pemodelan regresi, seseorang tidak peduli tentang rasionalitas tersebut dan langsung memodelkan data dengan analisis regresi. Tentu saja cara seperti ini kurang tepat dan bijaksana (Budiantara, 2009; 2001; 2004).

Dalam sebuah pemodelan Statistika, umumnya sangat memperhatikan beberapa konsep dasar yang menjadi landasan dalam pemodelan, diantaranya (1). Konsep kemudahan Matematika, (2). Konsep kesederhanaan Model, (3). Konsep Interpretasi model, (4). Konsep kemudahan dalam implementasi model. Jika ke-empat konsep dasar di atas dapat terealisasi, maka model yang digunakan tersebut menjadi sangat baik dan sempurna. Dalam banyak kasus pada pemodelan yang rumit, mungkin sangat sulit memenuhi konsep dasar ini, sehingga seseorang perlu membatasi diri pada beberapa konsep dasar yang lain.

Konsep Kemudahan Matematika

Pemodelan Statistika umumnya disajikan menggunakan suatu fungsi Matematika. Fungsi tersebut memuat kuantitas populasi yang tidak diketahui yaitu parameter $\theta \in \Omega$ (ruang parameter). Dalam pemodelan, parameter θ harus diestimasi. Untuk mendapatkan estimasi parameter θ diperoleh dengan menyelesaikan suatu optimasi berbentuk :

$$\underset{\theta \in R}{Max} \{ \psi(\theta) \}, \text{ atau } \underset{\theta \in R}{Min} \{ \psi(\theta) \},$$



Gambar 1. Bidang-Bidang Statistika dan Pengelompokan Regresi

dengan ψ suatu fungsi yang diferensiabel. Bentuk fungsi ψ umumnya merupakan fungsi **kuadrat** (*square*). Pengambilan bentuk fungsi kuadrat ini, didasarkan kepada beberapa alasan diantaranya (1). Kemudahan dalam memperoleh penyelesaian optimasi, (2). Ketungggalan dari penyelesaian optimasi, dan (3). terjaminnya eksistensi terhadap penyelesaian optimasi.

Penggunaan fungsi kuadrat ini, mengakibatkan dalam Statistika sering kita mendengar penggunaan kata-kata **SQUARE**, misalnya *Least Square*, *Mean of Square Error*, *Penalized Least Square*, *Weighted Least Square*, dan lain-lain. Penggunaan fungsi kuadrat dalam suatu optimasi statistik, akan memberikan penyelesaian optimasi yang cenderung menuju ke-mean (rata-rata) dari model. Seperti telah diketahui dalam teori estimasi, rata-rata memang merupakan estimator yang baik. Tetapi pada sela-sela kebaikan tersebut terdapat suatu kelemahan, yaitu rata-rata sangat sensitif terhadap data pencilan (*outlier*). Dampaknya adalah estimator yang dihasilkan dari optimasi fungsi kuadrat tidak sesuai untuk kasus-kasus dimana terdapat data outlier, karena rata-rata tidak memiliki sifat yang *robust* (tegar). Dalam kasus dimana terdapat data outlier, disarankan menggunakan optimasi *absolut* (harga mutlak) atau sejenisnya. Estimator diperoleh dari optimasi :

$$\text{Max}_{\theta \in R} \{ |\psi(\theta)| \}, \text{ atau } \text{Min}_{\theta \in R} \{ |\psi(\theta)| \}$$

Estimator yang diperoleh akan mempunyai sifat yang *robust*.

Konsep Kesederhanaan Model

Dalam pemodelan Statistika, para statistikawan umumnya menginginkan suatu model yang paling sederhana (parsimoni) untuk suatu pola data. Model yang parsimoni merupakan model yang paling sedikit memuat parameter. Contoh model sederhana dalam

Statistika yang sangat terkenal dan sangat disukai adalah model linear. Beberapa model linear yang sering dijumpai adalah sebagai berikut:

(1). Model regresi linear sederhana :

$$E(y|x) = f(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x$$

(2). Model regresi linear berganda :

$$E(y|x_1, \dots, x_p) = f(x_1, \dots, x_p, \theta_0, \dots, \theta_p) = \sum_{j=0}^p \theta_j x_j.$$

Model linear umumnya menghasilkan estimator yang mempunyai sifat-sifat baik dalam teori estimasi titik, seperti sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Sifat-sifat baik ini akan memberikan kemudahan dalam menurunkan inferensi statistika untuk parameter model tersebut, baik interval konfidensi maupun pengujian hipotesisnya.

Apabila suatu data dapat dimodelkan dengan model linear, maka akan memberikan suatu interpretasi yang baik. Tetapi dalam kasus-kasus tertentu, hal ini tidak selalu dapat diperoleh. Akibatnya para statistikawan tidak akan alergi untuk menggunakan model yang sedikit kompleks, walaupun tidak mempunyai sifat parsimoni.

Konsep Interpretasi Model

Dalam pemodelan Statistika sangat penting untuk mampu memberikan interpretasi terhadap data yang dimodelkan tersebut. Model linear merupakan suatu contoh model yang mampu memberi interpretasi yang baik terhadap makna dari model. Namun pada sisi lain, sangat banyak model yang tidak selayaknya diinterpretasikan. Beberapa contoh model-model yang tidak mempunyai interpretasi diantaranya adalah (1). Model-model nonlinear, (2). Model-model Regresi nonparametrik, (3). Model-model regresi Semiparametrik, dan sejenisnya. Umumnya model-model ini dibentuk untuk tujuan peramalan (*forecasting*) ataupun untuk suatu kebijakan.

Konsep Kemudahan Dalam Implementasi Model

Dalam realitas, model yang digunakan untuk memodelkan sekumpulan data, sebaiknya mudah diimplementasikan pada berbagai bidang. Kemudahan implementasi ini akan memberi kontribusi yang sangat signifikan terhadap suatu kebijakan yang akan diambil oleh pemangku kepentingan. Model-model yang parsimoni dan model-model linear umumnya merupakan model yang mudah diimplementasikan, karena model ini mempunyai interpretasi yang mudah, sederhana dan baik. Dalam banyak kasus, model-model yang rumit juga dapat diimplikasikan untuk tujuan prediksi dan kebijakan.

2. Pengelompokan Bidang Analisis Regresi

Dewasa ini terdapat 3 (tiga) pemodelan regresi yang banyak dikembangkan oleh para peneliti (Budiantara, 2000; 2004; 2006), yaitu (Gambar 1) :

- (a). Pendekatan Model Regresi Parametrik,
- (b). Pendekatan Model Regresi Nonparametrik, dan
- (c). Pendekatan Model Regresi Semiparametrik.

Regresi Parametrik

Misalkan dimiliki sekumpulan data berpasangan (x_i, y_i) dan hubungan antara kedua variabel diasumsikan mengikuti model regresi $y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, dengan f kurva regresi dan ε_i error random yang diasumsikan berdistribusi normal independen dengan mean nol dan variansi σ^2 . Dalam regresi parametrik terdapat asumsi yang sangat

kaku dan kuat yaitu bentuk kurva regresi diketahui, misalnya linear, kuadratik, kubik, polinomial derajat p , eksponen, dan lain-lain. Untuk memodelkan data umumnya dimulai dengan membuat *scatter plot* (Budiantara, 2006). Apabila *scatter plot* ini terdapat kecendrungan data mengikuti pola linear maka digunakan model regresi (parametrik) linear, sebaliknya jika *scatter plot* data terdapat kecendrungan pola kuadratik maka digunakan model regresi (parametrik) kuadratik, dan seterusnya. Disamping memperhatikan pola kecendrungan data melalui *scatter plot*, seseorang juga dituntut dalam regresi parametrik memiliki informasi masa lalu yang detail tentang pola data agar diperoleh pemodelan yang baik (Wahba, 1990; Eubank, 1988; Antoniadis, 2001; Kayri, dan Zirhhoglu, 2009; Wu dan Zhang, 2006; Budiantara, 2009).

Pendekatan model regresi parametrik memiliki sifat yang sangat baik dari pandangan Statistika inferensi (Budiantara, 2009; Bain dan Engelhart, 1992), seperti sederhana, mudah interpretasinya, parsimoni, estimatornya tidak bias, tergolong estimator linear, efisien, konsisten, BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*), yang sangat jarang dimiliki oleh pendekatan model regresi lain seperti regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik. Karena kebaikan (luar biasa) yang dimiliki oleh regresi parametrik inilah yang menyebabkan model regresi parametrik sangat populer dan sangat disukai oleh berbagai kalangan, baik dari golongan Statistika teoritis maupun aplikasi (Becher, *et. al.*, 2009; Huang dan Liu, 2006).

Regresi Nonparametrik

Mengingat perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat pesat dan memperhatikan gejala-gejala alam yang dalam beberapa tahun terakhir mengarah pada pola yang tidak seperti biasanya (seolah-olah abnormal), maka sangat sulit bagi seseorang untuk menduga perilaku alam. Pada beberapa tahun yang lalu, kita masih mampu memperkirakan dengan tepat kapan mulai dan berakhirnya musim kemarau dan penghujan dengan sangat baik, sehingga para petani kita mampu mempersiapkan diri kapan memulai menanam padi dan kapan memanennya, tetapi sekarang hal tersebut seolah-olah sulit dilakukan. Beberapa tahun yang lalu kita dapat memprediksi dengan tepat kapan akan terjadinya gelombang pasang, angin kencang dan lain sebagainya, sehingga para nelayan kita dapat merencanakan kapan mereka ke laut untuk mencari ikan. Tetapi sekarang hal tersebut seolah-olah sulit kita prediksi (Budiantara, 2009). Dalam era perubahan iklim global seperti sekarang ini, yang disebabkan oleh berbagai konflik kepentingan, baik Regional, Nasional, maupun Internasional, sangatlah mustahil jika kita masih menggunakan pendekatan standar untuk tujuan pemodelan dan prediksi yang kompleks tersebut. Diperlukan suatu metode baru, yang dapat digunakan dan diandalkan serta memberikan hasil pemodelan dan prediksi yang lebih baik.

Persoalan seperti kemiskinan, keterbelakangan, kebodohan, dan krisis moral merupakan musuh kita bersama pada saat ini, dan mungkin musuh kita pada masa yang akan datang. Persoalan ini, seolah-olah tidak pernah dapat diselesaikan dengan tuntas oleh Pemerintah dan kita semua. Persoalan seperti persentase penduduk miskin, beserta variabel-variabel penyebabnya merupakan salah satu contoh kejadian yang bentuk polanya tidak jelas (tidak mengikuti pola tertentu), dan seolah-olah tidak beraturan (Budiantara, 2009). Walaupun model regresi parametrik sederhana dan mudah, dalam situasi seperti ini, tidaklah bijaksana jika kita menggunakan pendekatan regresi parametrik untuk tujuan pemodelan dan prediksi. Dalam pemodelan Statistika, memang sangat diharapkan sedapat mungkin menggunakan model yang parsimoni (sederhana), tetapi dalam keadaan dimana terdapat kondisi yang mengharuskan pemodelan menggunakan model yang lebih kompleks, maka model parsimoni tidak selayaknya dipaksakan, karena hasil yang diperoleh akan sangat bias dan memiliki *error* yang sangat besar (Budiantara, 2009).

Berbeda dengan regresi parametrik yang tanpa disadari cenderung ada unsur pemaksaan dari peneliti dan tanpa disadari pula, peneliti ikut campur tangan dalam

menentukan bentuk estimasi dari kurva regresi, maka dalam regresi nonparametrik, hal ini tidak akan terjadi. Dalam pandangan regresi nonparametrik, biarkan data sendiri yang akan mencari bentuk estimasi dari kurva regresinya, tanpa harus dipengaruhi oleh faktor subyektifitas sipeneliti (Eubank, 1988; Budiantara, 2001). Ini berarti pendekatan model regresi nonparametrik sangatlah fleksibel dan sangat obyektif. Beberapa model regresi nonparametrik yang banyak digunakan diantaranya, Histogram, Kernel (Kayri, dan Zirrhoglu, 2009), Spline (Budiantara, *et. al.*, 1997; 2010; 2010; Astuti, *et. al.*, 2013; Becher, *et. al.*, 2009; Huang dan Liu, 2006; Oehlert, 1992; Cox dan O'Sullivan, 1996; Wahba, 1990; Lestari, *et. al.*, 2010; Koenker, *et. al.*, 1994), Polinomial Lokal (Chamidah, *et. al.*, 2012), Eubank, 1988), Deret Ortogonal (Eubank, 1988), Deret Fourier (Bilodio, 1992), k-NN (Hardle, 1990; 1991), Neural Network (NN), Wavelets (Antoniadis, 2001), MARS (Budiantara, *et. al.*, 2006), dan yang lainnya. Semua model-model regresi nonparametrik ini mempunyai kelebihan dan kekurangan serta memiliki motivasi tersendiri dalam memodelkan pola data.

Regresi Semiparametrik

Disamping pendekatan regresi parametrik dan regresi nonparametrik, terdapat pula golongan Statistikawan, yang memandang kurva regresi dapat diklasifikasikan kedalam dua komponen, yaitu komponen parametrik (bentuk fungsinya diketahui) dan komponen nonparametrik (bentuk fungsinya tidak diketahui). Pandangan ini memberikan pendekatan regresi semiparametrik (Wahba, 1990; Budiantara, *et. al.*, 2010; Budiantara, 2007; Wu dan Zhang 2006). Apabila bagian parametriknya dapat dipolakan linear, maka regresi semiparametrik ini, disebut sebagai regresi linear parsial. Oleh karena itu, pada regresi semiparametrik estimasi untuk kurva regresi diperoleh secara ekuivalen dengan estimasi fungsi dan estimasi parameter dalam model. Beberapa model regresi semiparametrik yang populer adalah regresi semiparametrik Kernel, Spline, Polinomial Lokal, Deret Fourier, Wavelets, MARS (*Multivariate Addaptif Regression Spline*), dan yang lainnya.

Perbedaan Regresi Parametrik, Regresi Nonparametrik dan Regresi Semiparametrik

Berdasarkan uraian di atas terlihat beberapa perbedaan antara regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik seperti diberikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Perbedaan Regresi Parametrik, Regresi Nonparametrik dan Regresi Semiparametrik.

No	Uraian	Regresi Parametrik	Regresi Nonpara-metrik	Regresi Semipara-metrik
1.	Jenis model	Linear Sederhana, Kuadrat, Kubik, Polinomial derajat $r > 3$ Ekponen, dll.	Histogram, Kernel, Spline, Deret Ortogonal, Deret Fourier, Wavelets, k-NN, Polinomial Lokal, dll.	Histogram, Kernel, Spline, Deret Ortogonal, Deret Fourier, Wavelets, k-NN, Polinomial Lokal, dll.
2.	Bentuk kurva Regresi	Diasumsikan diketahui	Diasumsikan tidak Diketahui	Sebagian diasumsikan diketahui dan sebagian lagi tidak Diketahui
3.	Ruang Fungsi yang Digunakan	Ruang Polinomial, Ruang Euclidean	Ruang Sobolev, Ruang Hilbert, Ruang Fungsi Kontinu	Ruang Sobolev, Ruang Hilbert, Ruang Fungsi Kontinu
4.	Konsep Dasar Estimasi	Cendrung dipaksakan	Fleksibel	Fleksibel
5.	Metode Optimasi yang umum digunakan	Least Square, Maksimum Likelihood	Penalized Least Square, Penalized Likelihood, Penalized Log Likelihood, Fungsi Keluarga	Penalized Least Square, Penalized Likelihood, Penalized Log Likelihood, Fungsi Keluarga
6.	Hasil Estima-tor	Sederhana (Parsimoni)	Cendrung kompleks	Cendrung kompleks
7.	Proses Estimasi	Estimasi Parameter	Estimasi Fungsi	Estimasi Parameter dan Fungsi
8.	Kondisi Penggunaan	Jika pola data mengikuti pola tertentu	Jika pola data tidak mengikuti pola tertentu	Jika pola data sebagian tidak mengikuti pola tertentu, dan sebagian lagi mengikuti pola tertentu
9.	Sifat Estimator.	1. Estimator Linear 2. Tidak bias 3. Konsisten 4. BLUE 5. Konvergen sangat cepat (n^{-1}) 6. Inferensi dengan sampel kecil atau sampel besar (asimtotik) 7. Ada Pendekatan Bayesian	1. Estimator Linear 2. Bias 3. Konsisten. 4. Tidak BLUE 5. Konvergen lambat ($n^{-\delta}$), $0 < \delta < 1$ 6. Inferensi hanya dengan sampel besar (asimtotik) 7. Ada Pendekatan Bayesian	1. Estimator Linear 2. Bias 3. Konsisten. 4. Tidak BLUE 5. Konvergen lambat ($n^{-\delta}$), $0 < \delta < 1$ 6. Inferensi hanya dengan sampel besar (asimtotik) 7. Ada Pendekatan Bayesian

3. Spline: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang

Spline adalah salah satu model regresi nonparametrik dan semiparametrik yang sangat populer dalam dasawarsa terakhir. Spline bukanlah berasal dari bahasa Inggris, Jepang, Jerman, Perancis, apalagi bahasa Indonesia, bahasa Jawa, atau bahasa Bali, atau bahasa yang lainnya. Spline adalah nama sebuah fungsi. Spline pertama kali dikembangkan oleh Whittaker pada tahun 1921. Tetapi Spline yang dikembangkan oleh Whittaker ini masih untuk keperluan aproksimasi numerik (matematik) suatu fungsi yang mempunyai sifat *smooth*. Setelah kurang lebih dua dasa warsa, barulah Spline digunakan didalam pemodelan Statistika khususnya pada Analisis Regresi. Penggunaan Spline dalam analisis regresi ini, dimotivasi oleh Schoenberg (1942) yang menyelesaikan suatu persoalan regresi nonparametrik yang menggunakan optimasi *Least square* dengan suatu tambahan kendala *smooth*. Ternyata tanpa diketahui dan diduga sebelumnya, penyelesaian optimasi dengan kendala ini (pendekatan *Lagrange*), tergolong dalam keluarga fungsi Spline yang ditemukan oleh Whitaker pada tahun 1921. Karena demikian Spline mulai mendapat

perhatian dalam Statistika sekitar tahun delapan puluhan, dengan perkembangan yang sangat cepat.

Diantara model-model regresi nonparametrik dan semiparametrik yang disebutkan di atas, Spline (Eubank, 1988; Budiantara, 2009; Budiantara dan Jerry, 2010; Wu dan Zhang, 2006) :

- Spline memiliki interpretasi Statistik dan interpretasi visual yang sangat khusus dan sangat baik. Model Spline diperoleh dari optimasi *Penalized Least Square* (PLS).
- Spline memiliki fleksibilitas yang tinggi.
- Spline mampu menangani data/fungsi yang mulus (*smooth*).
- Spline memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu.
- Spline mempunyai kemampuan yang sangat baik untuk digeneralisasikan pada pemodelan Statistika yang kompleks dan rumit.

Diberikan model regresi nonparametrik $y = f(t) + \varepsilon$, $t \in [a, b]$. Bentuk kurva regresi f diasumsikan tidak diketahui dan termuat di dalam ruang *Sobolev*:

$$W_2^m[a, b] = \left\{ g ; \int_a^b (g^{(m)}(t))^2 dt < \infty \right\}.$$

Estimator Spline dalam regresi nonparametrik diperoleh dari optimasi PLS (Wahba, 1990; Eubank, 1988; Budiantara, *et. al.*, 1997; Cox dan O'Sullivan, 1996; Lestari, *et. al.*, 2010):

$$\min_{f \in W_2^m[a, b]} \{ R(f) + \alpha J(f) \}.$$

Kuantitas $R(f)$ dan $J(f)$ berturut-turut menyatakan *goodness of fit* dan ukuran kemulusan fungsi (*penalty*). Parameter penghalus α mengontrol antara $R(f)$ dan $J(f)$. Penelitian-penelitian tentang Spline dalam regresi nonparametrik dan semiparametrik ternyata diperoleh dengan cara mengambil variasi-variasi pada $R(f)$ dan $J(f)$. Wahba (1990) dan kawan-kawan dari *Wisconsin University* mengawali pengembangan Spline dengan mengambil $R(f)$ dan $J(f)$ dalam bentuk kuadrat dan menghasilkan Spline *Natural* (*original*). Estimator Spline ini direkomendasikan untuk digunakan pada data lokal dan *smooth*. Cox dan O'Sullivan (1996) mengikuti langkah Wahba ini dan memperoleh estimator Spline tipe- M , dengan mengambil $R(f)$ merupakan fungsi *konveks* dan $J(f)$ dari bentuk kuadrat. Spline tipe- M digunakan untuk menangani *outlier* dalam regresi nonparametrik. Oehlert (1992) memberikan Spline *relaxed* dengan memberi bobot pada *penalty* $J(f)$ dan $R(f)$ berbentuk kuadrat. Pada sisi lain Koenker, *et. al.* (1994) memberikan Spline *quantile*, dengan memasang $J(f)$ dalam bentuk absolut dan $R(f)$ bentuk kuadrat. Budiantara, *et. al.* (1997), memberikan Spline terbobot untuk menangani ketaksamaan variansi (*heteroskedastik*) dalam regresi nonparametrik, dengan memberi bobot pada *goodness of fit* $R(f)$ dan mempertahankan $J(f)$ berbentuk kuadrat.

Salah satu model Spline yang disukai dalam teori dan aplikasi adalah polinomial Spline *truncated*. Sebagai salah satu ilustrasi seserhana diberikan Spline linear *truncated* dengan tiga knots pada $t = k_1 \leq t = k_2 \leq t = k_3$ diberikan oleh:

$$S_3(t) = \beta_1 t + \beta_2 (t - k_1)_+^1 + \beta_3 (t - k_2)_+^1 + \beta_4 (t - k_3)_+^1.$$

Fungsi $S_3(t)$ dapat pula disajikan dalam bentuk:

$$S_3(t) = \begin{cases} \beta_1 t & , t < k_1 \\ \beta_1 t + \beta_2 (t - k_1) & , k_1 \leq t < k_2 \\ \beta_1 t + \beta_2 (t - k_1) + \beta_3 (t - k_2) & , k_2 \leq t < k_3 \\ \beta_1 t + \beta_2 (t - k_1) + \beta_3 (t - k_2) + \beta_4 (t - k_3) & , t \geq k_3 \end{cases}$$

4. Aplikasi

Berikut ini diberikan beberapa penggunaan regresi nonparametrik dan semiparametrik Spline dalam pemodelan Statistika.

Sektor Pariwisata (Banyak Kunjungan Wisatawan Mancanegara ke-Indonesia)

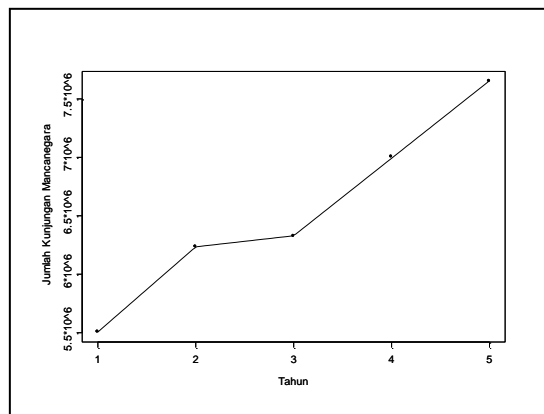
Banyak kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia, periode tahun 2007-2011 diberikan oleh Gambar 2. Gambar 2 ini merekomendasikan bahwa banyak wisatawan mancanegara yang datang ke Indonesia periode tahun 2007-2011 mempunyai karakter : (1) memiliki pola meningkat (naik) dan (2). Pola kenaikan berpola linear (garis lurus). Pendekatan model regresi parametrik linear akan memberi interpretasi bahwa banyak wisatawan mancanegara yang berkunjung ke Indonesia akan terus meningkat, dan peningkatannya sama untuk tahun yang manapun (Budiantara, *et. al*, 2012).

Tetapi jika diperhatikan secara seksama, pola kenaikan banyak wisatawan mancanegara Tahun 2007-2011 yang berkunjung ke Indonesia, tidaklah sama dari tahun ketahun. Pada periode Tahun 2007-2008 pola kenaikannya berbeda dengan pola tahun 2008-2009. Demikian pula pola sebelumnya berbeda dengan pola Tahun 2009-2011. Berdasarkan kenyataan ini, pola data banyak wisatawan mancanegara Tahun 2007-2011 yang berkunjung ke Indonesia, sebaiknya menggunakan pendekatan regresi nonparametrik spline linear. Dengan menggunakan metode GCV diperoleh model spline linear dua knot (Budiantara, *et. al*, 2013):

$$\hat{S}(x) = 4777021 + 728738x - 634100.5(x-2)_+ + 568363(x-3)_+$$

$$= \begin{cases} 4.777.021 + 728.738 x; & x < 2 \\ 7.313.423 + 94.637,5x; & 2 \leq x < 3 \\ 5.608.334 + 663.000,5x; & x \geq 3 \end{cases}$$

Model Spline dua knot ini diperlihatkan dalam Gambar 2.

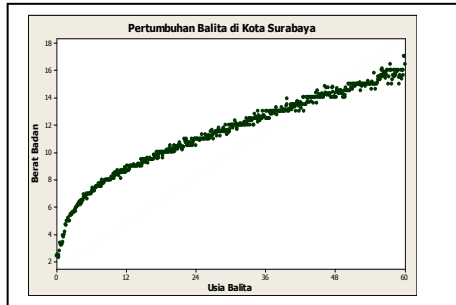


Gambar 2. Plot scater dan Spline Linear Dengan Dua Knot

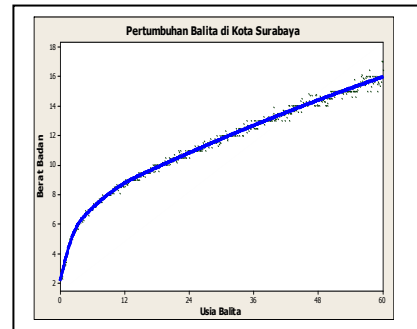
Data pertumbuhan Balita

Pertumbuhan balita di Kota Surabaya cenderung memiliki perilaku yang khas. Pertumbuhan balita terjadi sangat cepat sejak balita dilahirkan sampai berumur 11,5 bulan, dan berpola kuadratik. Tetapi setelah balita berumur lebih dari 11,5 bulan, pertumbuhannya tetap naik tetapi secara perlahan-lahan, dan berpola linear. Budiantara dan Ratna (2009) dan Budiantara dan Jerry (2010; 2010) memodelkan pertumbuhan

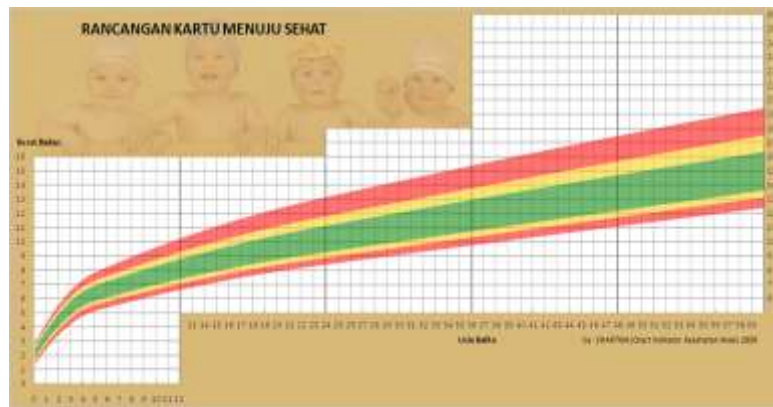
balita di kota Surabaya dengan menggunakan Spline terbobot, yang ternyata sangat sesuai untuk memodelkan pola data (Gambar 3a,b).



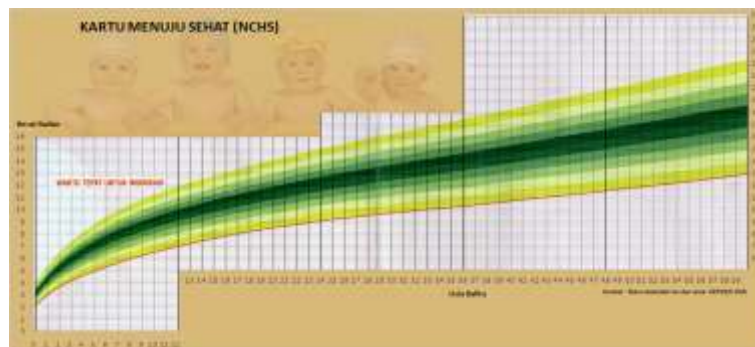
Gambar 3(a). Plot Pertumbuhan Balita di Surabaya.



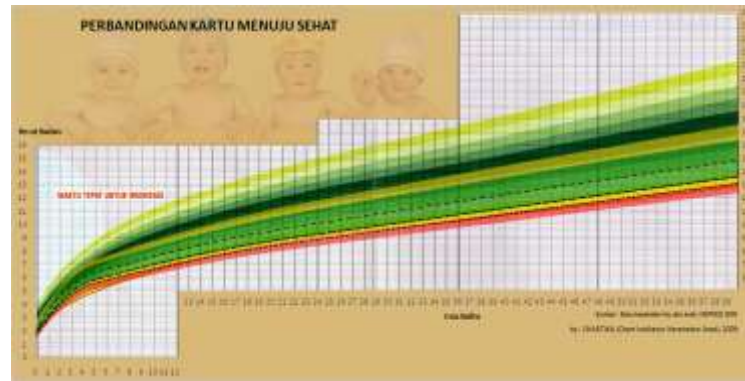
Gambar 3(b). Spline Terbobot Untuk Estimasi Pertumbuhan Balita di Surabaya.



Gambar 4. Rancangan Kartu Menuju Sehat (KMS) Balita Kota Surabaya.



Gambar 5. Kartu Menuju Sehat (KMS) yang Dikeluarkan oleh NCHS Standar WHO.

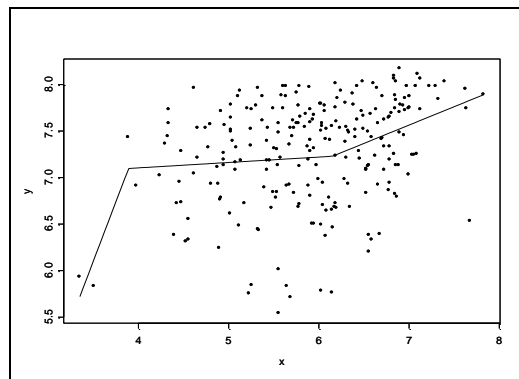


Gambar 6. Perbandingan KMS yang Dikeluarkan Oleh NCHS dan Rancangan KMS Kota Surabaya.

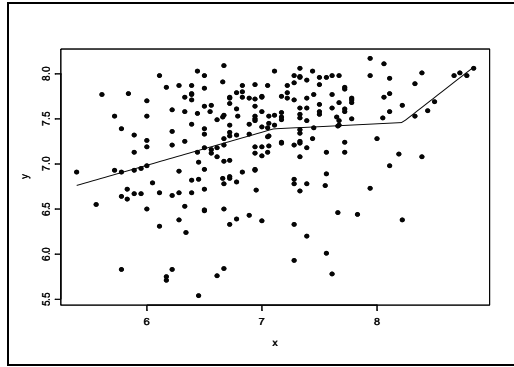
Budiantara dan Ratna (2009) dan Budiantara dan Jerry (2010; 2010) merancang KMS untuk balita di kota Surabaya dimana Kurva pertumbuhan pada KMS diperoleh dengan menduga pola hubungan antara umur dan berat badan balita, menggunakan Spline terbobot (lihat Gambar 4). Jika dibandingkan, ternyata KMS balita di kota Surabaya memiliki berat badan yang lebih kecil dari KMS yang digunakan di Indonesia saat ini (termasuk digunakan di kota Surabaya) yang dikeluarkan oleh WHO, baik untuk semua warna dalam KMS (warna merah bawah, warna kuning bawah, warna hijau, warna kuning atas, warna merah atas), maupun semua umur dari 0 bulan sampai 60 bulan (Lihat Gambar 6).

Bidang Pendidikan

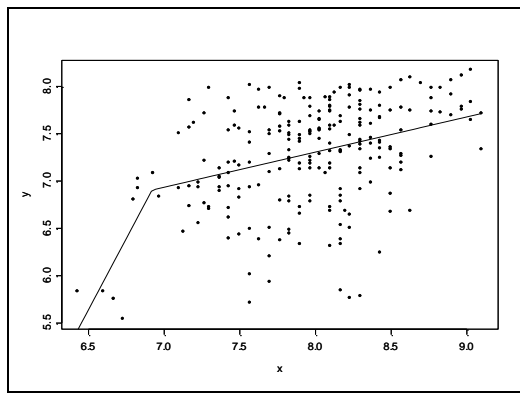
Pola hubungan antara rata-rata nilai UNAS SMAN 11 Ambon tahun pelajaran 2007/2008 dipengaruhi oleh rata-rata nilai Tryout, Rata-rata nilai UNAS SMP, Rata-rata nilai UAS, Rata-rata nilai rapor, dan Pendapatan orang tua (Henaulu, 2009). Berdasarkan Plot data, terlihat pola data tidak menunjukkan pola tertentu. Oleh karena itu pola rata-rata nilai UNAS dimodelkan dengan Spline, seperti terlihat dalam Gambar 7, Gambar 8, Gambar 9, Gambar 10 dan Gambar 11.



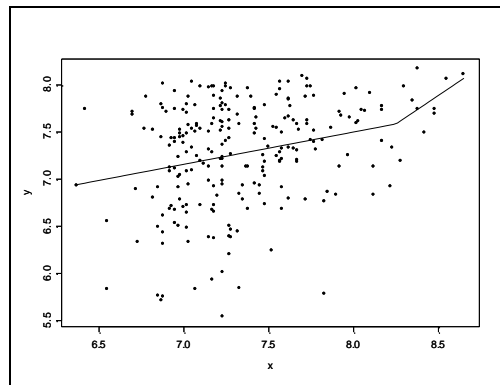
Gambar 7. Plot dan Estimasi Spline nilai UNAS SMA dengan Nilai *Tryout*



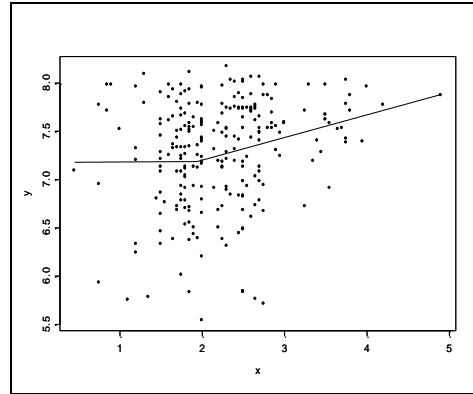
Gambar 8. Plot dan Estimasi Spline nilai UNAS SMA dengan Nilai UNAS SMP



Gambar 9. Plot dan Estimasi Spline Nilai UNAS SMA dengan Nilai UAS



Gambar 10. Plot dan Estimasi Spline Nilai UNAS SMA dengan Nilai Rapor



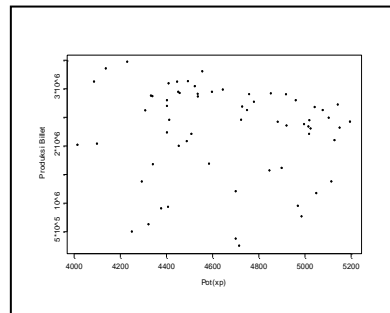
Gambar 11. Plot dan Estimasi Spline Nilai UNAS SMA dengan Penghasilan Orang Tua

Bidang Industri

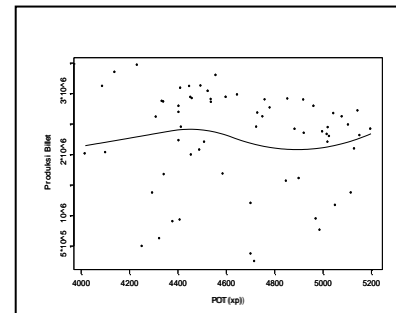
Disamping tipe-tipe pola data seperti di atas, kita juga sangat sering menemui tipe pola data yang merupakan campuran antara parametrik dan nonparametrik, seperti ilustrasi berikut (Budiantara, 2006; 2006; 2007). Diberikan data tentang produksi Billet (dalam kg) merupakan produk besi batangan dari suatu perusahaan besi baja (y). Produksi Billet ini dipengaruhi oleh beberapa variabel, diantaranya HEAT (x_h) proses tertentu dalam produksi Billet, SCRAP (x_s) banyak bahan baku (dalam kg) untuk produksi Billet dan POT (x_p) lama waktu (dalam detik) pengerjaan Billet dengan menggunakan listrik. Ingin diestimasi model pola hubungan antara produksi Billet dengan variabel HEAT, SCRAP dan POT. Diambil sampel random dari hasil produksi Billet dan hubungan keempat variabel diberikan oleh model:

$$y_i = f(x_{hi}, x_{si}, x_{pi}) + \varepsilon_i.$$

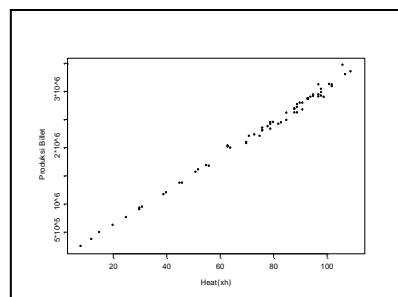
Plot antara variabel y_i dengan x_{pi} disajikan dalam Gambar 12(a).



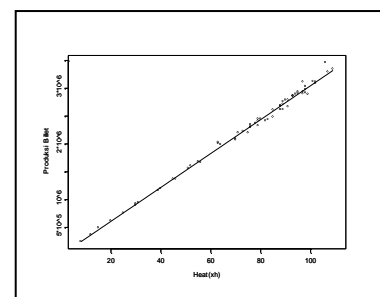
Gambar 12(a). Plot antara y dengan x_p .



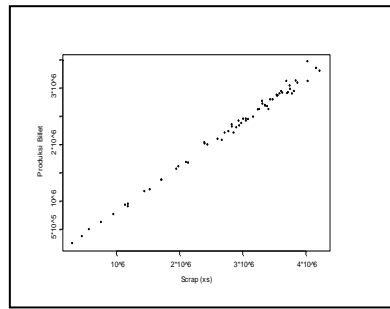
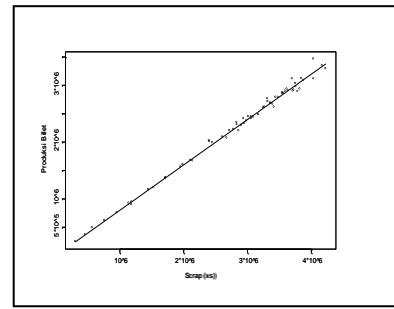
Gambar 12(b). Spline Parsial dengan Dua Knot.



Gambar 13(a). Plot y dengan x_h .



Gambar 13(b). Regresi Parametrik Linear y dengan x_h .

Gambar 14(a). Plot y dengan x_s .Gambar 14(b). Regresi Parametrik Linear y dengan x_s .

Sedangkan plot antara variabel y_i dengan x_{hi} dan variabel y_i dengan x_{si} , masing-masing disajikan dalam Gambar 13(a) dan Gambar 13(b). Telihat dari Gambar 13(a) dan Gambar 14(a) bahwa hubungan antara y dengan x_h cenderung linear. Demikian pula dengan hubungan antara y dengan x_s juga cenderung linear. Berbeda dengan Gambar 12(a), data memperlihatkan tidak adanya kecenderungan pola hubungan yang jelas antara y dengan x_p , sehingga sulit untuk dimodelkan menggunakan pendekatan parametrik.

Berdasarkan plot ini, Budiantara (2006; 2006; 2007) membuat model hubungan antara variabel respon y_i dengan x_{pi} , x_{hi} , x_{si} , menggunakan model semiparametrik, dimana variabel y_i dengan x_{hi} dan variabel y_i dengan x_{si} berhubungan parametrik linear, serta variabel y_i dengan x_{pi} berpola nonparametrik, menggunakan fungsi Spline. Kurva regresi semiparametrik dinyatakan sebagai:

$$f(x_{hi}, x_{si}, x_{pi}) = \beta_1 x_{hi} + \beta_2 x_{si} + g(x_{pi}).$$

Kurva g didekati dengan model spline kuadratik dengan dua knot K_1 dan K_2 :

$$g(x_p) = \sum_{j=1}^2 \theta_j x_p^j + \sum_{k=1}^2 \phi_k (x_p - K_k)^2 I(x_p \geq K_k).$$

Estimasi Spline parsial untuk kurva regresi g diberikan dalam Gambar 12(b). Sedangkan estimasi untuk komponen parametrik dalam regresi semiparametrik ini, berturut-turut disajikan dalam Gambar 13(b) dan Gambar 14(b) yang berpola linear.

Beberapa ilustrasi yang diberikan di atas hanyalah sebagian kecil dari peran Spline sederhana dalam pemodelan. Perkembangan bidang keilmuan yang sangat pesat, dan tidak terdeteksinya pola dari berbagai data akan memberi peluang terhadap peran Spline dalam menyelesaikan persoalan-persoalan pemodelan yang semakin kompleks. Perkembangan lebih lanjut tentang Spline adalah menggeneralisasikannya pada model-model yang lebih rumit dan kompleks, seperti model multivariabel (Diana, *et. al.*, 2014), Pendekatan Bayesian (Diana, *et. al.*, 2013), model *Thin Plate* Spline (Wahba, 1990), model *additif*, model *multiplikatif*, model *Bivariate* (Budiantara dan Ratna, 2009), multivariate, multirespon (Budiantara dan Ratna, 2009; Lestari, *et.al.*, 2010; Wibowo, *et.al.*, 2012, 2013), Spline data longitudinal (Budiantara, *et. al.*, 2009; 2010; 2010; Wu dan Zhang, 2006), *Varying* koefisien (Wu dan Zang, 2006), dan lain sebagainya.

5. Referensi

- Antoniadis, A., Bigot, J. and Spatinas, T., 2001, Wavelet Estimators in Nonparametric Regression : A Comparative Simulation Study, *Journal of Statistical Software*, 6, 1-83.
- Astuti, E. T., Budiantara, I N., Sony Sunaryo and Dokhi, M., 2013, Statistical Modeling for Mortality Data Using Local Generalized Poisson Regression Model, *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 33, 92-101.
- Becher, H., Kauermann, G., Khomski, P., and Kouyate, B., 2009, Using Penalized Splines to Model Age and Season of Birth Dependent Effects of Childhood Mortality Risk Faptors in Rural Burkina Faso, *Biometrical Journal*, 51, 110-122.
- Budiantara, I. N., Subanar, and Soejoeti, Z., 1997, Weighted Spline Estimator, *Bulletin of the International Statistical Insitute*, 51, 333-334.
- Budiantara, I. N., 2000, Metode U, GML, CV dan GCV Dalam Regresi Nonparametrik Spline, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia (MIHMI)*, 6, 41-45.
- Budiantara, I. N., 2000, Optimasi dan Proyeksi Dalam Regresi Nonparametrik Spline, *Majalah Berkala Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (BMIPA)*, Universitas Gadjah Mada, 10, 35-44.
- Budiantara, I. N., 2000, Interval Konfidensi Bayes Untuk Kurva Regresi Nonparametrik Spline Terbobot, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia (MIHMI)*, 6, 285-290.
- Budiantara, I. N., 2001, Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik Serta Perkembangannya, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Alumni Pasca Sarjana Matematika Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta*.
- Budiantara, I. N., 2001, Estimasi Parametrik dan Nonparametrik untuk Pendekatan Kurva Regresi, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Statistika V, Jurusan Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), Surabaya*.
- Budiantara, I. N., 2004, Spline: Historis, Motivasi, dan Perannya Dalam Regresi Nonparametrik, *Makalah Pembicara Utama pada Konferensi Nasional Matematika XII, Jurusan Matematika, MIPA, Universitas Udayana (UNUD), Denpasar*.
- Budiantara, I. N., 2006, Regresi Nonparametrik Dalam Statistika, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Makasar (UNM), Makasar*.
- Budiantara, I. N., 2006, Model Spline Dengan Knots Optimal, *Jurnal Ilmu Dasar, FMIPA Universitas Jember*, 7, 77-85.
- Budiantara, I. N., Suryadi, F., Otok, B. dan Guritno, S., 2006, Pemodelan B-Spline dan MARS pada Nilai Ujian Masuk Terhadap IPK Mahasiswa Jurusan Disain Komunikasi UK Petra, Surabaya, *Jurnal Teknik Industri*, 8, 1-13.
- Budiantara, I N., 2007, Model Keluarga Spline Polinomial Truncated Dalam Regresi Semiparametrik, *Jurnal Matematika, Universitas Negeri Malang (UM), Malang*.
- Budiantara, I N., 2007, Inferensi Statistik Untuk Model Spline, *Jurnal MAT STAT Universitas Bina Nusantara, Jakarta*.
- Budiantara, I. N., dan Ratna, M., 2008, *Model Kartu Menuju Sehat (KMS) Balita Kota Surabaya Dengan Pendekatan Spline Quantile*, Laporan Penelitian Hibah A-3, ITS, Surabaya.
- Budiantara, I N., 2009, "Meraih Kesuksesan Dengan Statistika", Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, STKIP PGRI Jombang, Jawa Timur.
- Budiantara, I. N., 2009, Spline Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik : Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang, Pidato Pengukuhan Guru Besar Pada Jurusan Statistika, FMIPA-ITS, Surabaya, 25 April 2009.
- Budiantara, I. N., Lestari, B., dan Islamiyati, A., 2009, *Estimator Spline Terbobot dan Spline Parsial Terbobot Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik*

- Heteroskedastik Untuk Data Logitudinal*, Laporan Penelitian Hibah Kompetensi Tahun I, DP2M DIKTI, Jakarta.
- Budiantara, I. N., Lestari, B., dan Islamiyati, A., 2009, *Weighted Spline Estimator in Heteroscedastic Nonparametric Regression for Longitudinal Data*, Proc. IndoMS International Conference on Mathematics and Its Applications, October 12-13, 2009.
- Budiantara, I. N., dan Ratna, M., 2009, *Pendekatan Spline Bivariat Terbobot Dalam Regresi Nonparametrik Multirespon dan Semiparametrik Multirespon*, Laporan Penelitian Fundamental, Tahun 2009, DP2M DIKTI, Jakarta.
- Budiantara, I. N., dan Jerry, P., 2010, *Model Regresi Nonparametrik Spline Terbobot dan Aplikasinya Dalam Merancang Kartu KMS*, Laporan Penelitian Guru Besar, ITS, Surabaya.
- Budiantara, I. N., and Jerry, P., 2010, *Kartu Menuju Sehat (KMS) of Babies in The Province of East Java by Using Weighted Spline Approach*, International Conference ITB, Bandung, 23-25 Nopember, 2010.
- Budiantara, I. N., Lestari, B., dan Islamiyati, A., 2010, *Estimator Spline Terbobot dan Spline Parsial Terbobot Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik Heteroskedastik Untuk Data Logitudinal*, Laporan Penelitian Hibah Kompetensi Tahun II, DP2M DIKTI, Jakarta.
- Budiantara, I. N., Ratna, M., Zain, I., dan Wibowo, W., 2012, *Pengembangan Agrowisata Di Payangan-Gianyar Yang Berbasis Ajeg-Bali Dalam Upaya Mempercepat Pembangunan Ekonomi Masyarakat*, Laporan Penelitian MP3EI (Masterplan Percepatan dan Perluasan Pembangunan Ekonomi Indonesia), DP2M-DIKTI, Tahun 1, Jakarta.
- Budiantara, I. N., Ratna, M., Zain, I., dan Wibowo, W., 2012, *Analisis Statistika Kunjungan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia Sebagai Upaya Menyusun Konsep Wisata Agro di Kecamatan Payangan–Gianyar Bali*, Seminar Nasional Integrasi Kebijakan dan Penguatan Industri Nasional Menuju Percepatan dan Perluasan Ekonomi Indonesia, Jurusan Ekonomi Pembangunan, Fakultas Ekonomi, UNNES, Semarang.
- Budiantara, I. N., Ratna, M., Zain, I., dan Wibowo, W., 2013, *Pengembangan Agrowisata Di Payangan-Gianyar Yang Berbasis Ajeg-Bali Dalam Upaya Mempercepat Pembangunan Ekonomi Masyarakat*, Laporan Penelitian MP3EI (Masterplan Percepatan dan Perluasan Pembangunan Ekonomi Indonesia), DP2M-DIKTI, Tahun 2, Jakarta.
- Chamidah, N., Budiantara, I N., Sunaryo, S., and Zain, I., 2012, *Disigning of Child Growth Chart Based on Multirespon Local Polynomial Modeling*, *Journal of Mathematics and Statistics*, 8, 342-347.
- Cox, D. D. and O’Sullivan, F., 1996, *Penalized Type Estimator for Generalized Nonparametric Regression*, 1983, *Journal of Multivariate Analysis*, 56, 185-206.
- Diana, R., Budiantara, I N, Purhadi, and Darmesto, S., 2013, *Smoothing Spline in Semiparametric Additive Regression Model with Bayesian Approach*, *Journal of Mathematics and Statistics*, 9, 161-168.
- Diana, R., Budiantara, I N, Purhadi, and Darmesto, S., 2014, *Statistical Modeling for Unemployment Rate Using Smoothing Spline in Semiparametric Multivariable Regression Model with Bayesian Approach*, *An International Journal : Model Assisted Statistics And Applications*, 9, 287-294.
- Eubank, R.L., 1988, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.
- Huang, J. Z., and Liu, L., 2006, *Polynomial Spline Estimation and Inference of Proportional Hazards Regression Models with Flexible Relative Risk Form*, *Biometrics*, 62, 793-802.

- Henaulu, M.H., 2009, Pemodelan Nilai UNAS Siswa SMA Negeri 11 Ambon Dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline, *Tesis Program S-2 Statistika ITS*.
- Kayri, M., and Zirrhoglu, G., 2009, Kernel Smoothing Function and Choosing Bandwidth for Nonparametric Regression Methods, *Ozean Journal of Applied Sciences.*, 2, 49-60.
- Koenker, R., Ng, P. and Portnoy, S., 1994, Quantile Smoothing Spline, *Biometrika*, 81, 673-680.
- Lestari, B., Budiantara, I. N., Sunaryo, S, and Mashuri, M., 2010, Spline Estimator of Triple Response Nonparametric Regression Model, *Journal of Mathematics and Statistics*, 6, 327-332.
- Oehlert, G.W., 1992, Relaxed Boundary Smoothing Spline, *The Annals of Statistics*, 20, 1146-1160.
- Wahba G., 1990, *Spline Models For Observation Data*, SIAM Pennsylvania.
- Wibowo, W., Haryatmi, S, and Budiantara, I N, 2012, On Multiresponse Semiparametric Regression Model, *Journal of Mathematics and Statistics*, 8, 489-499.
- Wibowo, W., Haryatmi, S, and Budiantara, I N, 2012, Penalized Least Square for Semiparametric Regression, *International Journal of Academic Research*, 4, 281-286.
- Wu, H. and Zhang, J. T., 2006, *Nonparametric Regression Method for Longitudinal Data Analysis : Mixed Effects Modeling Approaches*, John Wiley and Sons, New York.

MATHOURISM: MATEMATIKA UNTUK PARIWISATA

Sariyasa

Jurusan Pendidikan Matematika dan Program Pascasarjana Undiksha
Universitas Pendidikan Ganesha, sariyasa64@yahoo.com

Abstrak

Dalam makalah ini dibahas konsep *sustainable tourism* dan peranan matematika dalam mendukung *sustainable tourism*. Kontribusi matematika dalam hal ini ditinjau dari aspek pendidikan matematika dan aspek ilmu matematika. Kontribusi pendidikan matematika dilakukan dalam bentuk wisata pendidikan berbasis masyarakat dimana melalui wisata ini, lingkungan dapat dibawa ke dalam ruang kelas dan sebaliknya pengetahuan matematika yang dimiliki dapat diterapkan pada lingkungan. Kontribusi ilmu matematika diwujudkan melalui penerapan matematika dalam penelitian kepariwisataan sehingga dapat mewujudkan pariwisata yang *sustainable*.

Kata kunci: *sustainable tourism*, wisata pendidikan berbasis masyarakat, pariwisata berbasis masyarakat

1. Pendahuluan

Pariwisata memainkan peranan penting dalam perekonomian suatu negara. Pariwisata mempunyai kontribusi yang signifikan pada pertumbuhan ekonomi karena pariwisata membuka kesempatan kerja yang luas, menciptakan peluang berusaha, dan sebagai penghasil devisa serta adanya *multiplier effect* yang ditimbulkannya. Wahab (1997, hal. 118) menyatakan bahwa pariwisata menstimulasi perkembangan beberapa sektor ekonomi nasional karena pariwisata

- fostering new industries and commercial activities and creating a new market for them;*
- it increases the opportunities available for work in accommodation, food industries, tour operations and travel agencies, government tourist offices, handicraft and souvenir trades, recreational, amusement, and entertainment activities, and various selling outlets;*
- redistributes capital between developed and developing countries;*
- activates the economic circuit in a country, thus accelerating the multiplier effect.*

Oleh karena itu tidak berlebihan bila pariwisata diklaim sebagai “*Engine for Economic Growth and Development*” (APEC, 2012). Pandangan ini sejalan dengan prediksi pertumbuhan pariwisata oleh WTTC (World Travel and Tourism Council) yang menyatakan bahwa ‘... *the long-term forecasts point to a mature but steady phase of growth for world Travel & Tourism between 2009 and 2018, with growth averaging 4.4% per annum over the period, supporting 297 million jobs and 10.5% of global GDP by 2018*’ (WTTC, 2008/2009, hal. 5).

Industri pariwisata bagaikan pisau bermata dua: *it can be a potential blessing and it can be a blight* (Poon, 1993, p.5 dalam Phelan, 2007). Meskipun pariwisata terbukti mampu menstimulasi pertumbuhan ekonomi, hal ini juga menumbuhkan kekhawatiran

akan dampak negatif pariwisata terhadap alam, budaya, dan lingkungan sosial ekonomi dari daerah tujuan wisata. Dampak pariwisata terhadap daerah tujuan wisata memang tidak bisa dihindari karena adanya aktifitas dari para pelaku pariwisata dan interaksi antara banyak komponen yang terlibat di dalamnya. Pigram mengemukakan bahwa *‘tourism is, to a large degree, a resource-based activity, interacting with natural systems and with a capacity to initiate farreaching changes on the environment’* (Pigram 1995 dalam Wahab dan Pigram 1997). Kerusakan lingkungan akan berdampak pada kualitas sumber-sumber wisata dan tentu saja wisatawan tidak akan mengunjungi destinasi ini. Hal ini harus dihindari dengan mengembangkan kesadaran bahwa mengelola pariwisata seyogianya membawa kebaikan kepada semua pihak termasuk kepada alam. Oleh karena itu, pengelolaan lingkungan merupakan premis mendasar bagi *sustainability* (Wahab, 1997). Dengan demikian, salah satu masalah yang perlu diperhatikan secara sungguh-sungguh adalah yang terkait dengan isu *sustainable tourism*.

Menurut Organisasi Pariwisata Dunia (WTO) *sustainable tourism* didefinisikan sebagai berikut.

“Sustainable tourism development meets the needs of present tourists and host regions while protecting and enhancing opportunities for the future. It is envisaged as leading to the management of all resources in such a way that economic, social and aesthetic needs can be fulfilled while maintaining cultural integrity, essential ecological processes, biological diversity, and life support systems.” (WTO, 1998 , p. 20 dalam Ellis, 2011)

Mowforth dan Munt (2009) mendeskripsikan *tourism sustainability* sebagai kondisi yang memenuhi empat kriteria, yaitu (1) *ecological sustainability*, (2) *social sustainability*, (3) *cultural sustainability*, dan (4) *economic sustainability*. Lebih jauh dijelaskan oleh Mowforth dan Munt (2009) bahwa faktor pendidikan, partisipasi lokal, dan konservasi memegang peran krusial dalam merancang metode, alat dan kebijakan untuk mencapai keempat kriteria ini.

UNEP (United Nations Environment Programme) dan WTO telah merumuskan agenda untuk mencapai *sustainable tourism*. Agenda ini mesti mencakup dua elemen *tourism sustainability* yang saling kait, yaitu

1. *the ability of tourism to continue as an activity in the future, ensuring that the conditions are right for this; and*
2. *the ability of society and the environment to absorb and benefit from the impacts of tourism in a sustainable way.*

(UNEP dan WTO, 2005 hal. 18).

Tercapainya *sustainable tourism* berarti tercapainya dua tujuan mendasar yang dirumuskan oleh UNEP dan WTO, yakni

1. *minimizing the negative impacts of tourism on society and the environment;*
2. *maximizing tourism’s positive and creative contribution to local economies, the conservation of natural and cultural heritage, and the quality of life of hosts and visitors.* (UNEP dan WTO, 2005, hal. 18).

Implikasi dari definisi *sustainable tourism* menuntut agar pengembangan pariwisata, baik untuk objek wisata yang sudah ada maupun untuk objek wisata yang akan dieksplorasi, harus tetap memperhatikan kelestarian dan keberlanjutannya. Tentu saja untuk mencapai ini, partisipasi masyarakat lokal adalah suatu keniscayaan sebab mereka lah yang paling paham karakteristik wilayahnya. Selain itu, pariwisata mampu memberikan kontribusi ekonomi pada masyarakat lokal. Oleh karena itu salah satu alternatif untuk mencapai *sustainable tourism* adalah mengembangkan pariwisata berbasis masyarakat (*Community Based Tourism*) (Ellis, 2011). Lebih jelasnya Ellis (2011, hal. i) menyatakan berikut ini.

Specifically, at the community level, Community Based Tourism (CBT) has emerged as an effective model to promote the development of sustainable tourism which produces meaningful benefits for all sectors of the community while protecting the longevity of the tourist product, and encouraging environmental and cultural conservation.

Hal ini sejalan dengan pendapat Neckermann (2013) yang menyatakan bahwa “*community-based ecotourism (CBET)*” dapat dipertimbangkan sebagai solusi yang mungkin bagi masalah diversifikasi dan hilangnya fokus dalam penerapan konsep *sustainable tourism*. CBET juga melibatkan partisipasi aktif komunitas lokal dari destinasi wisata dalam mempertahankan lingkungan alam dan sosial budayanya, dan pada saat yang sama memperoleh keuntungan yang dapat berlanjut sampai generasi mendatang (Neckermann, 2013). Dalam makalah ini CBET juga disebut sebagai CBT berdasarkan kesamaan karakteristik dari segi partisipasi komunitas lokal.

CBT berfokus pada komunitas dan asimilasi pariwisata ke dalam komunitas dengan cara yang sesuai (Ellis, 2011). Dalam hal ini keterlibatan komunitas lokal merupakan syarat perlu dan komunitas lokal harus mempunyai hak menentukan masa depannya serta memaksimalkan keuntungan sosial-ekonomi dari pariwisata (Muhanna, 2007). Dalam CBT, masyarakat mempunyai kontrol atas pariwisata sebagai produk, sebagai penyedia sumber daya fisik dan manusia serta sebagai supplier. Dengan demikian masyarakat dapat memaksimalkan keuntungan dari pariwisata dan meminimalkan dampak negatif (Ellis, 2011). Lalu dimana matematika berperan dalam usaha mencapai *sustainable tourism*? Matematika dapat memberikan sumbangsih melalui pendidikan matematika dan melalui ilmu matematika, yang menjadi pokok ulasan makalah ini.

Peran matematika melalui pendidikan matematika ditunjukkan melalui wisata pendidikan berbasis masyarakat yang didasarkan atas hasil penelitian Suharta, Sariyasa, dan Astawa (2013-2014) sedangkan melalui ilmu matematika diuraikan secara singkat beberapa cabang matematika untuk menganalisis kegiatan pariwisata.

2. Wisata Pendidikan Berbasis Komunitas

Paparan berikut didasarkan pada hasil penelitian oleh Suharta, Sariyasa, dan Astawa (2013-2014).

Umumnya wisatawan melakukan perjalanan ke suatu daerah tujuan wisata untuk berlibur sambil mengagumi keindahan alam, menonton pertunjukkan budaya, menikmati kuliner lokal, mengunjungi situs-situs bersejarah, dan berbagai atraksi lainnya. Biasanya wisatawan hanya mengikuti rencana perjalanan wisata yang telah dirancang oleh agen perjalanannya. Kondisi semacam ini tentu kurang membawa dampak yang dapat dirasakan oleh masyarakat lokal. Wisatawan pun kurang optimal dalam menikmati liburannya. Agar masyarakat dapat secara langsung merasakan manfaat pariwisata sehingga membawa peningkatan kesejahteraan masyarakat, semestinya masyarakat dilibatkan secara optimal dalam penyelenggaraan pariwisata.

Oleh karena itu perlu dikembangkan model *Community Based Tourism (CBT)*, yaitu suatu kegiatan pariwisata yang memberdayakan semua potensi alam, komunitas, dan SDM sehingga berdampak pada sosial, budaya, lingkungan, dan ekonomi yang bermuara pada peningkatan kesejahteraan masyarakat. Dalam kegiatan berliburnya, wisatawan umumnya bersifat “pasif”, dalam artian mereka hanya melihat dan merasakan tanpa interaksi yang lebih dalam dengan objek wisatanya. Misalnya ketika rombongan siswa mengunjungi sebuah destinasi wisata, katakanlah bangunan bersejarah, siswa cenderung hanya melihat-lihat. Padahal kesempatan ini dapat digunakan untuk menggali sejarah bangunan, mengamati arsitektur bangunan, dan lain-lain. Bertolak dari kondisi ini, dikembangkanlah model Wisata Pendidikan Berbasis Komunitas (*Community Based Edutourism/CBE*) dengan konsep berlibur sambil belajar dan belajar sambil berlibur (Suharta, Sariyasa, dan Astawa, 2013).

Konsep pariwisata berbasis komunitas merupakan upaya untuk lebih memberdayakan komunitas lokal sehingga dapat memberikan dampak terhadap kemajuan ekonomi lokal. Keterlibatan masyarakat lokal mulai dari merencanakan, melaksanakan, dan mengelola sangat diperlukan (Astawa, Suharta, dan Sariyasa, 2013). Menurut Oka Prasiasa (dalam Suharta, Sariyasa, dan Astawa, 2013), pemberdayaan masyarakat lokal bertujuan untuk (1) meningkatkan motivasi dan kemampuan masyarakat lokal melalui pelatihan dan pemberian informasi tentang produk pariwisata lokal dan nasional, (2) membuka akses pemasaran produk yang dihasilkan dari masyarakat lokal, (3) menggali, mengolah, mengembangkan serta meningkatkan potensi sumber daya lokal, (4) membela dan melindungi usaha dan ekonomi masyarakat lokal, (5) terjalinnya kemitraan di antara pemangku kepentingan untuk meningkatkan produk dan kualitas pelayanan (kepada masyarakat lokal, wisatawan nusantara, dan wisatawan mancanegara). Lebih lanjut dikatakan bahwa karakteristik pariwisata berbasis komunitas antara lain (1) berskala kecil, (2) dimiliki oleh anggota kelompok masyarakat setempat, (3) memberikan kesempatan kerja dan peluang ekonomi pada masyarakat setempat, (4) tidak terkonsentrasi di suatu tempat, (5) desain dan kegiatan mencerminkan karakter wilayah setempat, (6) menawarkan pengalaman yang berkualitas pada wisatawan, dan (7) merupakan kegiatan usaha yang menguntungkan.

Model wisata CBE ini memberikan banyak manfaat kepada wisatawan seperti liburan mereka menjadi lebih bermakna dan lebih terkesan karena mereka ikut aktif melakukan sesuatu. CBE memberikan nilai tambah kepada wisatawan dalam bentuk pengetahuan dan pengalaman. Nilai tambah ini dapat mempengaruhi perubahan perilaku dari pengunjung, masyarakat dan pengembang pariwisata agar sadar dan lebih menghargai alam, nilai-nilai peninggalan sejarah dan budaya.

Bagi siswa dan guru yang terlibat dalam CBE, kegiatan dalam CBE merupakan suatu pembelajaran yang bermakna karena melalui CBE lingkungan dapat “dibawa” ke dalam kelas dan apa yang diperoleh di kelas dapat diaplikasikan pada kehidupan nyata (Astawa, Suharta, dan Sariyasa, 2013). Pembelajaran semacam ini sangat membantu dalam pengembangan kemampuan kognitif, afektif, dan psikomotor siswa. Hal ini juga mendukung Kurikulum 2013 karena Kurikulum 2013 menuntut pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik dan perlu dikaitkan dengan seni, sosial dan budaya (Kemdikbud, 2013).

Pengembangan CBE seperti pengembangan ekowisata pada umumnya harus dapat meningkatkan kualitas hubungan antar manusia, meningkatkan kualitas hidup masyarakat setempat dan menjaga kualitas lingkungan. Oleh karena itu, pengembangan CBE sangat dipengaruhi oleh (1) sumber daya alam, peninggalan sejarah dan budaya, (2) masyarakat, (3) pendidikan, dan (4) ekonomi (Astawa, Suharta, Sariyasa, 2013).

Sebagai uji coba, pengembangan CBE dilakukan untuk kawasan Bedugul dan Pancasari. Kedua kawasan ini dapat dikatakan mempunyai objek wisata yang lengkap, ada danau, gunung, hutan, perkemahan, seni, sosial budaya, dan lain-lain. Bedugul dan Pancasari mempunyai potensi besar untuk terus dikembangkan sehingga mempunyai nilai tambah baik bagi wisatawan, pelaku pariwisata dan ekonomi lokal. Sumber daya ini belum dioptimalisasi sehingga dampaknya terhadap penduduk lokal belum optimal. Pengembangan kedua kawasan ini menjadi CBE diharapkan dapat memberikan nilai tambah dan meningkatkan hubungan yang harmonis di antara pengunjung, penduduk lokal, dan sumber daya. Pengunjung dapat belajar banyak hal (sesuai dengan minat) kepada penduduk lokal dan sumber daya lainnya.

Hasil penelitian Suharta, Sariyasa, dan Astawa (2014) adalah: (1) masyarakat di Bedugul dan Pancasari sangat setuju dengan pengembangan CBE, (2) tempat-tempat yang dapat digunakan sebagai sumber belajar adalah Kebun Raya Eka Karya, Pasar Tradisional Candikuning, Pura Ulun Danu, The Sila's Agrotourism, dan Dasong.

Di Kebun Raya Eka Karya, siswa dapat melakukan aktivitas mengamati berbagai tanaman, mengukur tinggi pohon, menaksir usia pohon dan sebagainya. Melalui permainan Treetop siswa dapat belajar tentang berat dan gaya.

Di pasar tradisional Candikuning, siswa dapat belajar aritmatika sosial, statistika, volume, berat, melatih keterampilan tawar menawar dengan sikap saling menghargai, melatih keterampilan komunikasi, dan lain-lain.

Dengan mengunjungi Pura Ulun Danu, banyak hal yang bisa dipelajari oleh siswa misalnya sejarah pura, tata upacara, wirama, kesadaran akan kebesaran Tuhan, meningkatkan ketaqwaan terhadap Tuhan.

The Sila's Agrotourism menyediakan lokasi rekreasi, pendidikan, dan tenaga lapangan serta outdoor equipment/technical support bagi pelatihan dan kegiatan luar ruang (outbound/adventure trip/outing program). Produk dan jasa The Sila's Agrotourism antara lain outbound training, camping ground, flying fox, horse riding, paint ball, trekking, picking fruit, botanical journey with guide, Kid's Zone. Semua tempat atau jenis rekreasi yang ada ke depannya akan diintegrasikan dengan belajar. Hal ini sejalan dengan tuntutan Kurikulum 2013 bahwa pembelajaran harus tematik terpadu. Disini wisatawan mempunyai kesempatan untuk belajar menanam, memetik atau mengolah pasca panen. Pengalaman ini akan lebih baik daripada hanya melihat bagaimana orang menanam, memotong, ataupun menjual.

Dasong berada di pinggir Danau Bulian, Pancasari. Tempat ini menjadi tujuan untuk melakukan hiking, kemah, penelitian, dan lain-lain. Danau Bulian disamping menyajikan panorama alam yang indah, juga belum banyak tercemar. Pengunjung yang datang ke Danau Bulian bisa melakukan berbagai macam rekreasi air seperti mendayung, memancing, dan sebagainya.

Arsitektur Bali yang dikembangkan berdasarkan prinsip asta kosala kosali dan asta bhumi dapat merupakan objek wisata pendidikan berbasis komunitas yang sarat dengan unsur-unsur pembelajaran. Melalui arsitektur Bali siswa (wisatawan umumnya) bisa belajar tentang sejarah bangunan yang dikunjungi, konsep-konsep geometri (seperti bangun-bangun datar, simetri, transformasi, dan sebagainya), ukuran tak baku (seperti lengkat, rai, dan sebagainya), dan masih banyak lainnya.

3. Peran Matematika dalam Pariwisata

Dalam bagian ini dipaparkan pemanfaatan matematika dalam pengembangan pariwisata. Paparan tidak mendeskripsikan secara lengkap dan rinci penerapan matematika dalam pariwisata. Uraian ini hanya untuk menunjukkan bahwa beberapa cabang matematika dengan teknik dan metode yang ada dalam cabang terkait menemukan aplikasi dalam pariwisata.

A. Persamaan Diferensial

Dengan menggunakan kalkulus diferensial, dapat dihitung sejauh mana respon *tourism demand* terhadap perubahan pendapatan atau perubahan harga dari jasa tertentu dalam pasar pariwisata. Dalam hal ini dapat ditentukan laju perubahan dalam *tourism demand* jika pendapatan naik beberapa persen dan ini berarti menghitung elastisitas pendapatan dari *tourism demand*. Juga dapat dihitung laju perubahan dalam *tourism demand* jika harga dari jasa tertentu naik beberapa persen dan ini berarti menghitung elastisitas harga dari *tourism demand* (Andabaka, t.t.).

Sinay dan Sinay (2006) merumuskan sistem persamaan diferensial biasa untuk memodelkan perkembangan pergerakan pariwisata dan mekanisme yang mengatur pergerakan ini. Model yang dikembangkan berbentuk

$$\begin{aligned}\frac{dr}{d\tau} &= r(1-r) - \alpha v \\ \frac{dv}{d\tau} &= \beta v(r-v)\end{aligned}$$

dengan

$$\alpha = \frac{bk}{aR^*} \quad \text{dan} \quad \beta = \frac{kc}{a}$$

Model ini kemudian diuji dengan data dari Juatinga Ecological Reserve Brazil dan hasilnya adalah bahwa model yang dikembangkan ini cocok dengan data empiris. Untuk lebih jelasnya lihat Sinay dan Sianay (2006). Tularam, Wong, dan Nejad (2012) menurunkan model logistik

$$x_t = \frac{6453205}{1 + e^{-0,144054(t-1993,85)}}$$

untuk memodelkan kedatangan wisatawan khususnya ke Australia. Uraian rinci penurunan model dapat dilihat pada Tularam, Wong, dan Nejad (2012).

B. Analisis Input-Output

Analisis input-output telah banyak diterapkan pada bidang pariwisata. Penggunaan analisis input-output meningkat secara signifikan di kalangan peneliti pariwisata karena sistem pencatatan untuk mengukur aktifitas pariwisata, yang dilakukan antara lain oleh PBB, Bank Dunia, IMF, dan OECD, didasarkan atas analisis input-output (Hara, 2012).

Seperti telah diuraikan, pariwisata memegang peranan penting dalam pertumbuhan ekonomi karena *multiplier effect* yang ditimbulkannya. Banyak sektor ekonomi lain yang berkembang sebagai imbas berkembangnya industri pariwisata. Untuk menganalisis efek ekonomi sebagai akibat perubahan kegiatan ekonomi dapat digunakan model input-output (Bess dan Ambargis, 2011). Menurut Tatirigama dan Taniguchi-Singh (2009), “*Input-output analysis is one of the most useful techniques to measure economic impacts, with the most important advantage being the ability to numerically measure indirect and induced impacts*”. Tatirigama dan Taniguchi-Singh (2009) menggunakan analisis input-output untuk mempelajari dampak ekonomi dari transport dan pariwisata. Han dan Fang (1997) menerapkan analisis input-output untuk mengukur ukuran pariwisata (*size of tourism*). Penerapan analisis input-output untuk pariwisata telah dilakukan oleh Kweka, Morrissey, dan Blake (t.t), Chou dan Huang (t.t), Surugiu (2009).

C. Pemrograman Linier

Pelaku pariwisata tentu selalu menginginkan untuk mengoptimalkan berbagai sumber daya yang ada, meskipun sumber daya itu sangat terbatas, dan pada saat yang sama meningkatkan keuntungannya. Pemrograman linier bisa menjadi solusi untuk memenuhi keinginan ini. Pemrograman linier bertujuan untuk mengoptimalkan alokasi sumber daya yang terbatas berdasarkan kriteria optimalitas yang diberikan. Rao (t.t) menggunakan pemrograman linier untuk mengelola pendapatan pada sektor industri hotel. Dengan bantuan pemrograman linier dapat diputuskan untuk memperluas jaringan hotel untuk menjamin pendapatan tahunan maksimum. Lebih jelasnya lihat Rao (t.t). Karagiannis dan Apostolou (2010) menggunakan pemrograman linier untuk menentukan prioritas pembangunan jenis wisata tertentu. Dalam kasus ini ada tiga jenis wisata, yaitu *conference tourism*, *ecotourism*, dan *pilgrimage tourism*. Dengan pemrograman linier mereka menunjukkan bahwa dengan kondisi yang ada, pengembangan *ecotourism* tidak layak dilakukan.

Model pemrograman linier yang dikembangkan Karagiannis dan Apostolou (2010)

mempunyai kendala

$$8x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$10x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 360$$

dengan x_1 , x_2 , dan x_3 masing-masing menyatakan banyaknya tempat *conference*, banyaknya objek *ecotourism*, dan banyaknya objek *pilgrimage tourism*. Selanjutnya diperkenalkan dua variable bebas x_4 dan x_5 untuk memaksimumkan fungsi tujuan

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

dengan

$$8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + x_4 + 0x_5 = 500$$

$$10x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 0x_4 + x_5 = 360$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Misalkan $A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 & 1 & 0 \\ 10 & 8 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan $b = \begin{pmatrix} 500 \\ 360 \end{pmatrix}$. Fungsi f mencapai nilai maksimum

pada titik-titik ekstrem dari himpunan kompak dan tertutup $E = \{x \in R_+^5 \mid Ax = b\}$. Karena matriks A mempunyai paling banyak dua kolom bebas linier, A mempunyai 10 kemungkinan. Dengan menyelesaikan $Ax = b$ untuk 10 kemungkinan matriks A , didapat solusi optimal saat $x_2 = 0$. Jadi, tidak perlu mengembangkan *ecotourism* karena kontribusinya pada keuntungan tidak ada.

D. Penyebaran Informasi

Iklan merupakan salah satu alat yang digunakan oleh pelaku pariwisata untuk pemasaran produk-produk wisata dan jasa yang disediakan. Bagi pelaku pariwisata sangat penting untuk mengetahui seberapa cepat pesan iklan menyebar dan bagaimana efek pesan iklan terhadap kelompok sasaran. Davis, Ramirez, dan Whitmore (t.t) menyediakan jawaban untuk ini. Mereka menggunakan persamaan diferensial partial untuk memodelkan bagaimana informasi menyebar ke seluruh dunia melalui jaringan sosial daring. Model yang dikembangkan merupakan persamaan logistik difusif yang direpresentasikan oleh persamaan diferensial parsial taklinier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} &= d \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + rI \left(h(x) - \frac{I}{K} \right) \\ I(x, a) &= \varphi(x), \quad a < x < b \\ \frac{\partial I}{\partial x}(a, t) &= \frac{\partial I}{\partial x}(b, t) = 0, \quad t > 1 \end{aligned}$$

dengan $I(x, t)$ menyatakan densitas dari pengguna yang terpengaruh dalam jarak x pada saat t ; x dan t adalah variabel bebas; d adalah konstanta yang menyatakan kapabilitas social; $r(t)$ adalah fungsi yang menyatakan laju pertumbuhan intrinsik dari pengguna yang terpengaruh; $h(x)$ adalah fungsi yang menyesuaikan densitas dari pengguna yang terpengaruh dalam suatu kelompok tertentu yang memungkinkan densitas setiap kelompok pada jarak x disesuaikan tanpa bergantung pada densitas kelompok lain pada jarak berbeda; K menyatakan kapasitas bawaan; a dan b menyatakan batas atas dan batas bawah jarak dari sumber dan pengguna lain.

Mereka mengemukakan bahwa model ini dapat digunakan untuk memprediksi laju penyebaran berita dari orang ke orang. Model ini juga dapat digunakan untuk menentukan sumber mana yang paling efektif dalam menyebarkan informasi (Davis, Ramirez, dan Whitmore, t.t).

Fungsi eksponensial dapat juga digunakan untuk menilai efek pesan promosi terhadap kelompok sasaran (Andabaka, t.t).

E. Analisis Jaringan

Pariwisata adalah industri jaringan dengan interdependensi yang tinggi di antara komponen-komponen pendukungnya. Pendekatan jaringan untuk *sustainability* adalah perlu untuk industri semacam pariwisata dimana komponen pendukung pariwisata dengan sumber-sumber daya terbatas tidak bisa mengejar *sustainable development* sendirian. Dengan demikian, analisis jaringan cocok untuk mengkaji pariwisata dan teori jaringan bisa membantu memahami karakteristik kolektif dari kegiatan, hambatan, dan koordinasi organisasi dalam pariwisata (Scott, Baggio, dan Cooper, 2008). Penerapan analisis jaringan telah dilakukan secara luas dalam pariwisata. Baggio (2008) mengaplikasikan teknik dan metode dari analisis jaringan untuk mengkaji evolusi dari sistem destinasi dan mensimulasikan proses dinamis seperti difusi pengetahuan dan informasi, serta efisiensi optimalisasi. Analisis jaringan juga dikerjakan oleh Baggio dan Cooper (2010), Madarász dan Papp (2013), Jeeva dan Tran (2014), Brach dan Górski (2014).

F. Peramalan (*Forecasting*)

Industri pariwisata telah menjadi kekuatan untuk pertumbuhan ekonomi. Oleh karena itu, peramalan untuk *tourism demand* menjadi sesuatu yang bermanfaat dan penting. Pemodelan matematika digunakan untuk peramalan perubahan dalam berbagai sektor ekonomi, seperti pariwisata, pertanian, dan perdagangan. Tujuan dari peramalan *tourism demand* adalah “to predict the most probable level of demand that is likely to occur in the light of known circumstances or, when alternative policies are proposed to show what different levels of demand may be achieved” (Archer, 1987: 105 dalam Sillignakis, t.t).

Peramalan memainkan peran penting dalam perencanaan pariwisata. Pengembangan bisnis pariwisata akan lebih mudah jika dapat dianalisis lalu lintas wisatawan untuk saat ini dan saat yang lalu serta dapat memprediksi karakteristik perubahan dalam *tourism demand* (Cho, 2002 dalam Sillignakis, t.t.). Peramalan yang reliabel dan akurat diperlukan untuk membantu membuat perencanaan dengan lebih efektif dan efisien. Peramalan membantu para pemangku pariwisata untuk pemecahan masalah, membuat keputusan, dan merumuskan kebijakan untuk sektor pariwisata sehingga pariwisata benar-benar berkontribusi bagi *sustainable tourism*. Kebutuhan akan peramalan lebih acute bagi industri pariwisata dibandingkan dengan industri lainnya karena “the tourism product is perishable” (Frechtling, 2001, hal. 5).

Banyak teknik peramalan yang disediakan oleh matematika dan statistika. Beberapa di antaranya telah banyak digunakan dalam penelitian kepariwisataan (lihat misalnya Song dan Witt, 2000; Wong dan Song, 2002). Teknik-teknik itu adalah teknik Box-Jenkins, metode Naïve, metode *simple exponential smoothing*, metode Holt's linear, metode Holts-Winter's. Ada juga model *Autoregressive* $AR(p)$, model *Moving Average* $MA(q)$, model *Autoregressive Moving Average* $ARMA(p, q)$, model *Autoregressive Integrated Moving Average* $ARIMA(p, d, q)$, model $ARAR$, model $ARFIMA$, model *regression*, model *Intervened Time Series*, model $SARIMA$, model $VAR-GSTAR$ (*Vector Autoregressive-General Space-Time Autoregressive*), model $VARMA$ (*Vector Autoregressive Moving Average*). Untuk penjelasan lebih lengkap tentang model-model ini lihat Brockwell and Davis (2002).

4. Kesimpulan

Sustainable tourism dimaksudkan agar aktifitas pariwisata dapat meminimalkan dampak negatif dari pariwisata pada masyarakat destinasi wisata dan lingkungannya serta memaksimalkan kontribusi pariwisata pada ekonomi lokal, konservasi alam dan warisan budaya. Untuk mewujudkan hal ini partisipasi masyarakat lokal merupakan keniscayaan

sebab masyarakat lokal yang paling paham karakteristik wilayahnya dan merekalah pihak pertama yang semestinya memetik keuntungan ekonomi dari kegiatan pariwisata di daerahnya. Hal ini dapat dicapai melalui pariwisata berbasis masyarakat (*Community-based Tourism/CBT*), yaitu kegiatan pariwisata yang memberdayakan semua potensi alam, komunitas, dan SDM sehingga berdampak pada sosial, budaya, lingkungan, dan ekonomi yang bermuara pada peningkatan kesejahteraan masyarakat. *Community-based Edutourism* (CBE) merupakan CBT yang dikembangkan dengan konsep berlibur sambil belajar dan belajar sambil berlibur. Dengan konsep ini, siswa khususnya dapat membawa lingkungan ke dalam kelas dan sebaliknya membawa pengetahuan yang dimiliki (misal matematika) untuk diaplikasikan ke lingkungan. Matematika menyediakan banyak alat bantu untuk melakukan kajian kepariwisataan. Hasil-hasil kajian ini bisa dipakai sebagai dasar dalam perencanaan dan pengelolaan pariwisata yang lebih *sustainable*.

Daftar Pustaka

- Andabaka, A. (t.t). *Mathematics in Tourism and Hotel Management Studies*. Diunduh dari hrcak.srce.hr/file/67730 tanggal 7 September 2014.
- Astawa, I. B., Suharta, I G. P., dan Sariyasa. (2013). *Pengembangan community based edutourism*. Paper disajikan pada Seminar Nasional Riset Inovatif ke-1 di Undiksha tanggal 21-22 Nopember 2013.
- Baggio, R. (2008). *Network analysis of a tourism destination*. (disertasi). The University of Queensland.
- Baggio, R. dan Cooper, C. (2010). *Knowledge transfer in a tourism destination: the effects of a network structure*. The Service Industries Journal **30**.
- Bess, R. dan Ambargis, Z. O. (2011). *Input-Output Models for Impact Analysis: Suggestions for Practitioners Using RIMS II Multipliers*. Paper disajikan pada the 50th Southern Regional Science Association Conference March 23-27, New Orleans, Louisiana
- Brach, M. dan Górski, D. (2014). *Application of network analysis for development and promotion of sustainable tourism in public forests*. Folia Forestalia Polonica, series A **56**, 105–112.
- Brockwell, P. J. dan Davis, R. A. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting* 2nd Edition. New York: Springer-Verlag.
- Chou, C-E. dan Huang, Y-C. (t.t). *Accurately Estimate Tourism Impacts: Tourism Satellite Account and Input-Output Analysis*. Diunduh dari http://assets.conferencespot.org/files/1090/1090_filename/41.pdf tanggal 7 September 2014.
- Davis, C., Ramirez, S., dan Whitmore, D. (t.t). *How Does News Diffuse Through Twitter? Predicting spread of information through social media using a mathematical model*. Diunduh dari www.public.asu.edu/~fwang25/poster/Davis2013.pdf tanggal 7 September 2014.
- Ellis, S. (2011). *Community Based Tourism in Cambodia: Exploring the role of community for successful implementation in Least Developed Countries*. (disertasi). Edith Cowan University, Western Australia.
- Frechtling, D. C. (2001). *Forecasting Tourism Demand. Methods and Strategies*. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Han, X. dan Fang, B. (1997). *Measuring the size of tourism and its impact in an economy [a]*. Statistical Journal of the UN Economic Commission for Europe **14**, 357—379.
- Hara, T. (2012). *Introduction to Input-Output Framework for Analysis of Tourism as an Industry*. Diunduh dari www.intechopen.com/download/pdf/35519 tanggal 7 September 2014.
- Jeeva, A. S. dan Tran, M. T. T. (2014). *Network Analysis in Tourism Distribution*

- Channels*. International Conference on Global Economy, Commerce and Service Science (GECSS 2014). Halaman 392—395.
- Karagiannis, S. dan Apostolou, D. (2010). *Regional Tourism Development using Linear Programming and Vector Analysis* Regional Science Inquiry Journal **1**, 25-32.
- Kweka, J., Morrissey, O., dan Blake, A. (t.t). *Is tourism a key sector in Tanzania? Input-Output Analysis of income, output, employment and tax revenue*. Diunduh dari <http://fama2.us.es:8080/turismo/turismo1/economia%20del%20turismo/turismo%20zonal/africa/IS%20TOURISM%20A%20KEY%20SECTOR%20IN%20TANZANIA.PDF> tanggal 7 September 2014.
- Madarász, E. dan Papp, Z. (2013). *Delimiting the “Balaton Riviera” tourist destination by using network analysis*. Hungarian Geographical Bulletin **62**, 289–312.
- Mowforth, M. dan Munt, I. (2009). *Tourism and Sustainability*. Development globalisation and new tourism in the Third World. 3rd edition. London: Routledge.
- Muhanna, E. (2007). *Tourism Development Strategies and Poverty Elimination*. Problems and Perspectives in Management **5**, 37—49.
- Neckermann, W. (2013). *Sustainable Development of a Tourism Destination: Realism or Idealism?* (disertasi). NHTV University of Applied Science.
- Phelan, J. (2007). *An Examination of Indicators of Sustainable Development for Tourism*. (disertasi). Dublin Institute of Technology.
- Scott, N., Baggio, R., dan Cooper, C. (2008). *Network Analysis and Tourism. From Theory to Practice*. Clevedon: Channel View Publications.
- Sillignakis, K. E. (t.t). *The relative advantages and disadvantages of the causal and non-causal approaches to tourism demand forecasting*. Diunduh dari www.sillignakis.com tanggal 7 September 2014.
- Sinay, L. dan Sinay, L. (2006). *A Simple Mathematical Model for the Effects of the Growth of Tourism on Environment*. Paper disampaikan pada International Tourism Conference, Alanya – Turkey.
- Song, H. dan Witt, S. F. (2000). *Tourism demand modelling and forecasting*. Modern econometric approaches. Amsterdam: Pergamon.
- Suharta, I G. P., Sariyasa, dan Astawa, I B. (2013). Pengembangan wisata edukasi berbasis komunitas di kawasan daya tarik wisata khusus (KDTWK) untuk meningkatkan ekonomi local. (Laporan Penelitian MP3EI Tahun I). Undiksha.
- Suharta, I G. P., Sariyasa, dan Astawa, I B. (2014). Pengembangan wisata edukasi berbasis komunitas di kawasan daya tarik wisata khusus (KDTWK) untuk meningkatkan ekonomi local. (Laporan Penelitian MP3EI Tahun II). Undiksha.
- Suharta, I G. P., Sariyasa, dan Astawa, I B. (2014). *Pelaksanaan community based edutourism di kawasan Bedugul dan Pancasari Propinsi Bali*. (submitted).
- Surugiu, C. (2009). *The Economic Impact of Tourism. An Input-Output Analysis*. Romanian Journal of Economics **29**, 142-161.
- antirigama, T. dan Taniguchi-Singh, M. (2009). *Economic Impacts of Transport & Tourism in New Zealand An Input-output Multipliers Approach*. Paper disajikan pada Konferensi NZAE.
- Tularam, G. A., Wong, V. S. H., dan Nejad, S. A. S. (2012). *Modeling Tourist Arrivals Using Time Series Analysis: Evidence From Australia*. Journal of Mathematics and Statistics **8**, 348-360.
- UNEP dan WTO. (2005). *Making Tourism More Sustainable. A Guide for Policy Makers*.
- Wahab, S. dan Pigram, J. J. (1997). *Tourism, Development, and Growth*. London: Routledge.
- Wong, K. K. F. dan Song, H. (2002). *Tourism Forecasting and Marketing*. New York: The Haworth Hospitality Press.
- WTTC. (2008). *Progress and Priorities 2008/09*.

ANALISIS DATA KEPARIWISATAAN: SEBUAH PENDEKATAN KUANTITATIF PADA KEBERLANJUTAN PARIWISATA BALI

I Putu Eka N. Kencana

Staf Pengajar Jurusan Matematika – Universitas Udayana
Peneliti di Konsorsium Riset Pariwisata – Universitas Udayana
E-mail: i.putu.enk@gmail.com

1. Pendahuluan

Pariwisata (*tourism*) merupakan salah satu dari beberapa industri besar di dunia, dengan kontribusi terhadap total nilai Produk Domestik Bruto (PDB) dunia mencapai 9 persen dan jumlah tenaga kerja yang terserap di industri ini mencapai 200 juta orang [1]. Catatan dari World Travel Organization (WTO) mengindikasikan dalam kurun waktu beberapa dekade ke depan, pariwisata sebagai sebuah industri akan berkembang dengan laju yang melebihi jenis industri lainnya. Pada tahun 2012, jumlah perjalanan wisatawan ke berbagai destinasi wisata dunia mencapai jumlah 1,035 milyar; sebuah pertumbuhan sebesar 5,6 persen per tahun.

Sejumlah riset yang dilakukan di berbagai destinasi wisata dunia, secara umum mengindikasikan pariwisata – sebagai sebuah industri – memberikan manfaat positif pada dimensi perekonomian wilayah dan adanya potensi manfaat negatif pada dimensi sosial-budaya dan lingkungan setempat [2], [3]. Pada perspektif perekonomian masyarakat, kepariwisataan terbukti mampu membuka kesempatan kerja, menciptakan peluang usaha dan wirausahawan pada industri inti dan pendukung kepariwisataan, dan meningkatkan kesejahteraan masyarakat. Pada sisi berbeda, kepariwisataan memiliki kecenderungan pada pemanfaatan sumber daya alam yang melebihi daya dukung wilayah, khususnya pada pusat-pusat aktivitas kepariwisataan; dan adanya potensi komodifikasi dari artefak-artefak budaya masyarakat setempat[4].

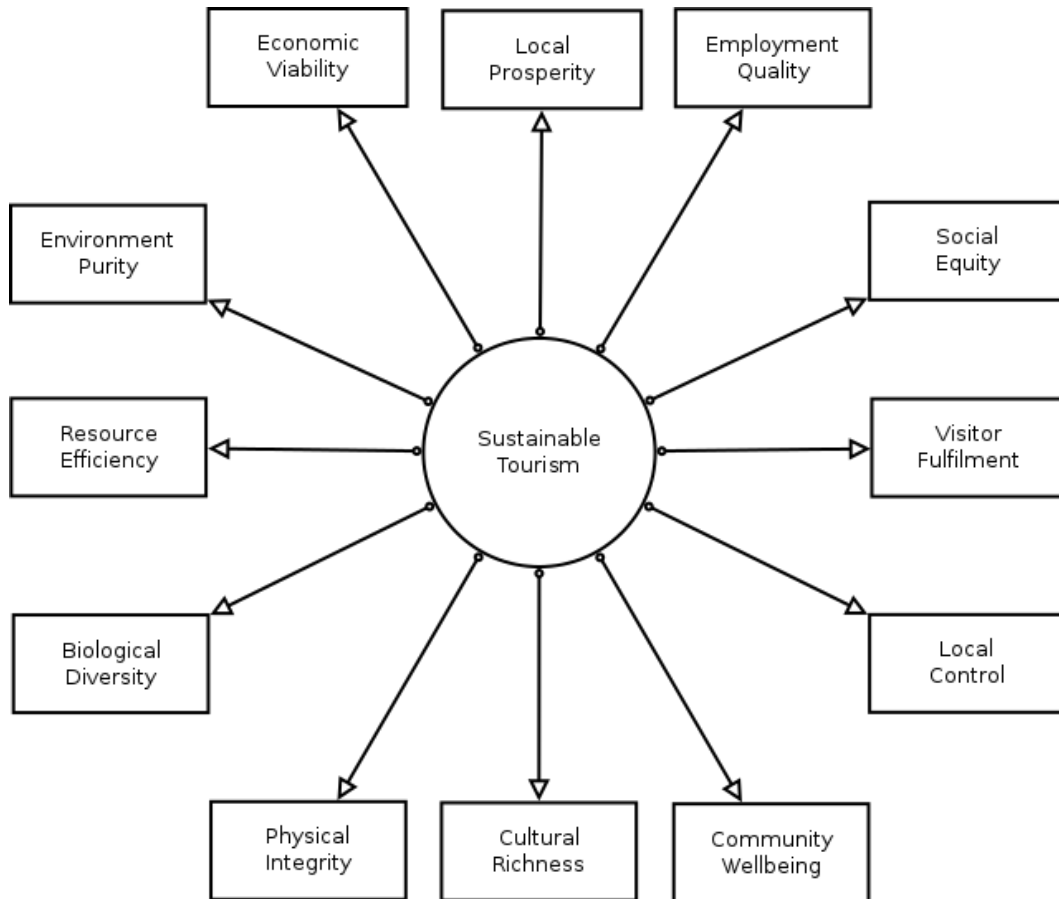
Memperhatikan dampak positif dan dampak negatif yang disebabkan oleh aktivitas kepariwisataan, perhatian dalam bentuk studi dan rancangan kebijakan yang ditujukan untuk menjamin agar kepariwisataan di sebuah destinasi wisata berkelanjutan, semakin intensif dilakukan. Pembangunan yang berkelanjutan, sebagai sebuah konsep, merupakan paradigma pembangunan yang mengemuka semenjak diterbitkannya laporan dari World Commission on Environment and Development (WCED) – komisi yang dibentuk oleh Perserikatan Bangsa-bangsa yang diketuai oleh Gro Harlem Brundlandt – dengan judul “Our Common Future”. Komisi meyakini upaya mendorong pertumbuhan ekonomi seyogyanya didasari pula oleh upaya mempertahankan dan mengembangkan basis-basis sumber daya lingkungan. Selanjutnya WECD mendefinisikan konsep pembangunan berkelanjutan sebagai:

“Sustainable development is development which meets the needs of the present without compromising the ability of future generations to meet their own needs”[5].

Sebagai sebuah industri, kepariwisataan juga telah mengadopsi konsep pembangunan pariwisata berkelanjutan yang didefinisikan sebagai:

“Tourism that takes full account of its current and future economic, social and environmental impacts, addressing the needs of visitors, the industry, the environment and host communities”[6].

Definisi pariwisata berkelanjutan di atas secara eksplisit memandang kepariwisataan harus mempertimbangkan secara penuh berbagai dampak pada dimensi ekonomi, sosial dan lingkungan saat ini dan di masa depan, dengan tidak mengabaikan kebutuhan wisatawan, industri, lingkungan serta masyarakat lokal. Secara spesifik pembangunan pariwisata berkelanjutan ditujukan untuk mencapai 12 sasaran seperti terlihat pada gambar 1:



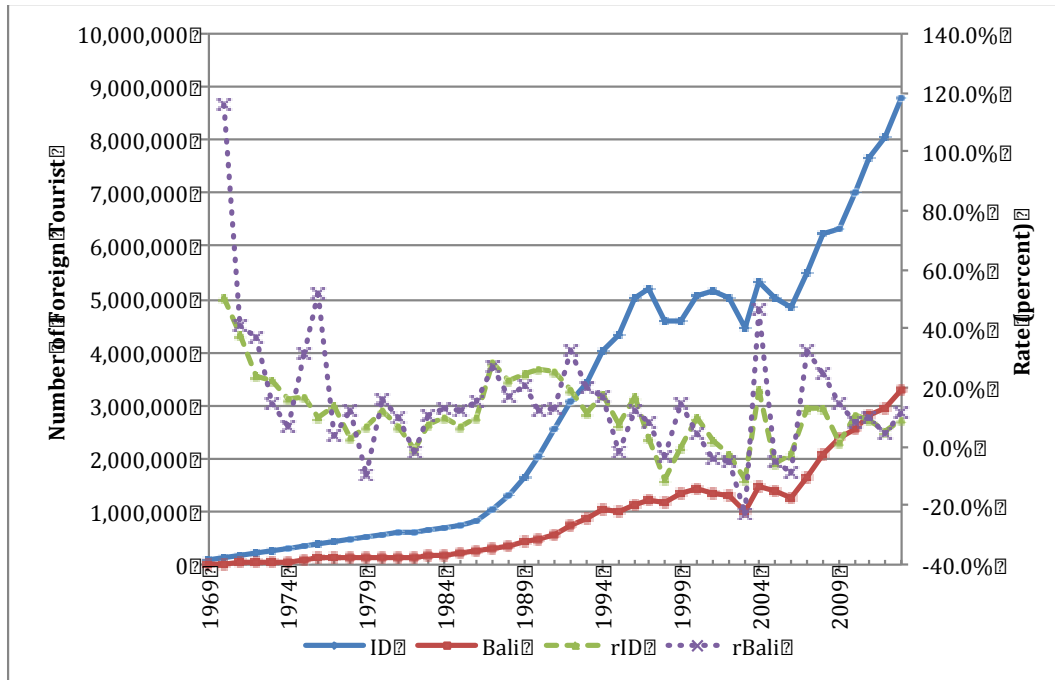
Gambar 1. 12 Sasaran Pembangunan Pariwisata Berkelanjutan
Sumber: UNWTO dan UNEP [1]

Telaah secara cermat dari gambar 1 memperlihatkan ketiga dimensi pembangunan berkelanjutan – ekonomi, sosial budaya, dan lingkungan – secara terpisah ataupun secara bersama terliput pada seluruh sasaran dari pembangunan pariwisata yang berkelanjutan.

2. Pariwisata Bali: Berkelanjutankah?

Kepariwisata Bali berkembang seiring perkembangan kepariwisataan Indonesia. Sebagai sebuah wilayah dengan potensi sumber daya alam – khususnya minyak bumi dan gas – yang terbatas; sektor pertanian dan pariwisata merupakan pilar-pilar penyangga pertumbuhan perekonomian Provinsi Bali. Data menunjukkan, awal periode Pembangunan Lima Tahun (PELITA) tahap I di tahun 1969, jumlah wisatawan mancanegara (wisman) yang berkunjung ke Bali sebanyak 11 278 orang atau sekitar 13,10 persen dari seluruh

jumlah kunjungan wisman ke Indonesia. Angka-angka ini mengalami peningkatan yang signifikan sehingga pada awal tahun 1994 sebagai akhir dari PELITA V, jumlah kunjungan wisman ke Bali telah mencapai 1 032 076 orang atau 25,77 persen dari total kunjungan wisman ke Indonesia. Pada tahun 2013, jumlah kunjungan wisman ke Bali telah tercatat sebanyak 3 278 598 orang; dan hingga pertengahan (Juni) tahun 2014 telah tercatat sebanyak 1 727 875 orang (lihat grafik pada gambar 2).



Gambar 2. Perkembangan Jumlah Wisman ke Indonesia dan Bali, Periode 1969 - 2013
Sumber: Dinas Pariwisata Provinsi Bali

Pada gambar 2 terlihat dengan jelas laju perkembangan pariwisata Bali secara umum melebihi laju perkembangan pariwisata Indonesia. Secara rata-rata, laju perkembangan jumlah kunjungan wisman ke Bali pada periode tahun 1994 – 2002 sebesar 3,0 persen dan pada periode 2004 – 2012 sebesar 13,7 persen. Data kunjungan wisman tahun 2003 dikeluarkan dari analisis mengingat terjadi penurunan jumlah kunjungan wisman akibat peristiwa Bom Kuta I pada tahun 2002, yang dampaknya terlihat pada tahun berikutnya.

Pada periode 2006 – 2012, rata-rata laju pertumbuhan nilai tambah sektor pariwisata pada penyusunan PDRB Provinsi Bali sebesar 14,37 persen per tahun dan rata-rata kontribusinya sebesar 29,64 persen dengan kontribusi tertinggi pada periode ini tercatat pada tahun 2012 sebesar 30,23 persen. Pada tahun yang sama, pertumbuhan ekonomi Provinsi Bali tercatat 6,65 persen sedangkan pertumbuhan nilai tambah sektor pariwisata sebesar 11,79 persen, hampir dua kali dari pertumbuhan ekonominya. Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Bali mencatat pada tahun 2012 lebih dari 65 persen aktivitas ekonomi Bali dipengaruhi industri pariwisata (sektor perdagangan, hotel dan restoran; pengangkutan dan komunikasi; keuangan, persewaan, dan jasa perusahaan serta jasa-jasa[7].

Meskipun pariwisata membawa dampak positif dalam perekonomian Provinsi Bali, tidak dapat dipungkiri juga membawa dampak-dampak negatif di bidang sosial-budaya dan lingkungan. Salah satu dampak negatif teramat adalah tekanan yang tinggi terhadap lingkungan alam akibat aktivitas pariwisata. Pencemaran lingkungan alam (udara, air)

serta pelanggaran sempadan banyak terjadi di wilayah-wilayah yang menjadi titik sentral kepariwisataan. Dampak negatif lainnya adalah terganggunya arus lalu lintas akibat terkonsentrasinya aktivitas pariwisata dan aktivitas penduduk. Berbagai dampak negatif ini, bila tidak disikapi secara bijak, dapat mempengaruhi penilaian manfaat pariwisata oleh masyarakat lokal yang berpotensi kegiatan kepariwisataan di wilayah tersebut menjadi tidak berkelanjutan. Kondisi-kondisi ini memunculkan pertanyaan, apakah kepariwisataan Bali akan berkelanjutan? Jika ya, hingga kapankah akan berkelanjutan? Pertanyaan-pertanyaan di atas tentu membutuhkan riset untuk memperoleh jawabannya.

3. Isu-isu pada Penelitian Pariwisata Berkelanjutan

Berhubungan sangat erat dengan 12 sasaran pembangunan pariwisata berkelanjutan (gambar 1), UNWTO telah mengidentifikasi 50 isu sebagai respon pada masing-masing dimensi berikut [1]:

- a. Dimensi sosial-budaya: isu-isu yang berhubungan dengan kesejahteraan masyarakat lokal, aset-aset budaya, partisipasi, dan kepuasan wisatawan;
- b. Dimensi ekonomi: isu tentang analisis manfaat kepariwisataan, keberlanjutan produk wisata, *sustainability*, dan *leakages*;
- c. Dimensi lingkungan: isu tentang perlindungan terhadap aset sumber daya alam, tata kelola lingkungan, sumber daya air, energi, dan pengelolaan limbah dan sampah;
- d. Dimensi perencanaan dan tata kelola kepariwisataan: mencakup isu-isu yang terkait dengan perencanaan destinasi, rancangan produk dan jasa wisata, pemasaran, dan *branding*;
- e. Dimensi isu-isu global: meliputi perubahan iklim, epidemi, serta *sex tourism*.

Sebagai acuan dari penelitian pariwisata berkelanjutan, UNWTO selanjutnya merinci 12 isu dasar yang mendesak untuk disolusikan yaitu:

- a. *Local Satisfaction with Tourism*: kepuasan masyarakat lokal terhadap kepariwisataan yang berlangsung di wilayahnya merupakan sebuah prasyarat agar terdapat jaminan keberlanjutan dari kepariwisataan tersebut [3], [4];
- b. *Effect of Tourism on Communities*: pariwisata diketahui dapat memberikan berbagai dampak positif dan juga negatif kepada masyarakat lokal. Karakteristik dari dampak yang ditimbulkannya akan ditentukan oleh karakteristik masyarakat dan lingkungan, karakteristik wisatawan dan jenis produk atau jasa wisata yang ditawarkan;
- c. *Sustaining Tourist Satisfaction*: mempertahankan, meningkatkan kepuasan wisatawan terhadap pengalaman berwisata merupakan salah satu antededen agar kepariwisataan di sebuah wilayah berkelanjutan [1];
- d. *Tourism Seasonality*: jumlah kunjungan wisatawan ke sebuah destinasi diketahui memiliki pola musiman. Berbagai metode peramalan dalam kelompok *hard* dan *soft modeling* layak diuji untuk mengetahui efek *seasonality* dari kunjungan wisatawan;
- e. *Economic Benefits of Tourism*: salah satu manfaat positif kepariwisataan yang sering menjadi bahan kajian riset adalah manfaat ekonomi pada skala lokal, regional, dan nasional;
- f. *Energy Management*: sebagai salah satu sektor ekonomi dengan dinamika terbesar, pariwisata merupakan salah satu kontributor emisi CO₂ (sekitar 5 persen pada tahun 2013) yang disebabkan oleh transportasi wisatawan dan fasilitas akomodasi. Tata kelola energi merupakan salah satu isu penting pada diskursus kepariwisataan [1];
- g. *Water Availability and Conservation*: air merupakan salah satu kebutuhan vital, tidak hanya pada industri pariwisata, pun oleh seluruh makhluk;

- h. *Drinking Water Quality*: upaya untuk mempertahankan kualitas air minum, seperti isu sebelumnya, merupakan isu penting untuk disolusikan. Eksploitasi sumber air bawah tanah yang cenderung tidak bijaksana memiliki dampak negatif terhadap kualitas air minum, terutama karena adanya intrusi air laut;
- i. *Wastewater Management*: tata kelola limbah cair, khususnya yang berasal dari industri akomodasi, perlu ditingkatkan kualitasnya sedemikian rupa sehingga tidak menimbulkan pencemaran pada lingkungan;
- j. *Solidwaste Management*: seperti halnya limbah, sampah pun perlu ditangani dengan baik sehingga tidak menimbulkan pencemaran;
- k. *Development Control*: pembangunan di berbagai sektor seyogyanya dilakukan secara terencana dan terkendali. Pembangunan kepariwisataan pun seharusnya dilakukan dengan mempertimbangkan berbagai dimensi dari berbagai sisi pandang pemangku kepentingan (*stakeholders*);
- l. *Controlling Use Intensity*: isu ini berhubungan dengan pengendalian pada intensitas pemanfaatan sumber-sumber daya alam sebagai salah satu daya tarik wisata. Aktivitas wisata yang tidak mempertimbangkan adanya potensi gangguan terhadap keseimbangan alam dapat berdampak pada menurunnya kualitas daya tarik yang bermuara pada berkurangnya kepuasan wisatawan dan manfaat yang diterima oleh komunitas lokal.

4. Pendekatan Kuantitatif pada Riset Kepariwisata

Data is like garbage. You had better know what you are going to do with it before you collect it.

Mark Twain

Pariwisata sebagai sebuah topik kajian, tidak berbeda dengan topik lain, sarat dengan data yang digunakan untuk menelaah 12 isu dasar yang diuraikan di bagian sebelumnya. Data kepariwisataan seperti halnya dengan data yang lain, bisa dikelompokkan ke dalam dua tipe yaitu data kualitatif dan data kuantitatif. Penggolongan data ke dalam tipe-tipe ini selanjutnya mengundang debat pendekatan manakah yang lebih baik digunakan dalam riset kepariwisataan, pendekatan kualitatif ataukah pendekatan kuantitatif. Para peneliti yang menggunakan salah satu dari pendekatan tersebut sudah tentu memiliki alasan mereka masing-masing.

Terkait dengan dikotomi dari pilihan pendekatan pada riset kepariwisataan, Davies [8] menyatakan kedua pendekatan sebaiknya digabungkan ke dalam sebuah kerangka riset yang terintegrasi memperhatikan pariwisata merupakan sebuah obyek yang dinamis dan multidimensi ditinjau dari konsep-konsep penyusunnya. Chris Cooper, periset di bidang kepariwisataan di Oxford University menyatakan bila pariwisata dapat dipandang sebagai sebuah disiplin ilmu yang sedang bergerak menuju tahap kematangannya secara efektif, maka pendekatan kuantitatif dalam menganalisis data kepariwisataan tidak terhindarkan (Cooper, 2011 dalam [9]).

Seperti dinyatakan oleh Baggio dan Klobas [9], sangatlah jarang buku-buku teks kepariwisataan menjelaskan aplikasi metode-metode kuantitatif lanjut pada contoh kasus yang dibahas. Sebagian besar aplikasi ini hanya dijumpai pada publikasi di jurnal-jurnal, meski jumlahnya menjadi cukup signifikan pada dasawarsa terakhir, dan dominan diaplikasikan pada kasus pemodelan *tourism demand* [10]. Sebagai salah satu isu penting dari 12 isu pada riset pariwisata, *tourism seasonality* dikaji dengan membangun model *tourism demand*. Pada periode 2000 – 2006, Song dan Li [10] menemukan terdapat 119

publikasi di tujuh jurnal peringkat atas yang membahas dan meramalkan kunjungan wisatawan, metode kuantitatif yang digunakan para peneliti sangat variatif, dari metode Box-Jenkin dan variasinya, hingga metode yang tergolong pada kelompok *soft modeling* seperti algoritma genetika dan model-model *fuzzy*.

Kajian mengenai jenis-jenis metode kuantitatif yang digunakan para periset dalam memodelkan kunjungan wisatawan menunjukkan teknik peramalan yang diaplikasikan semakin berkembang, seperti diungkapkan oleh [10] yang mengelompokkannya ke dalam kelas-kelas berikut:

- a. Kelas Model Runtun Waktu: teknik-teknik yang tergolong pada kelas ini didominasi oleh model *autoregressive integrated moving average* (ARIMA) yang diintroduksi oleh Box dan Jenkins[11]. Terdapat dua varian ARIMA yang diaplikasikan, ARIMA sederhana dan *Seasonal* ARIMA dengan komparasi kinerja yang diperoleh bervariasi. Kedua varian ini selanjutnya dikembangkan para peneliti lain – dalam semangat dapat meningkatkan kinerja ramalan – menuju *multivariate* ARIMA (MARIMA) dan berbagai varian *generalized autoregressive conditional heteroscedasticity* (GARCH);
- b. Kelas Model Ekonometrika: teknik-teknik pemodelan pada kelas ini memungkinkan para periset membangun hubungan kausal dari *tourism demand* sebagai variabel tak bebas dengan variabel-variabel lain sebagai prediktornya. Beberapa teknik analisis dalam kelompok ini yang telah digunakan diantaranya *autoregressive distributed lag model* (ADLM), *error correction model* (ECM), *vector autoregressive* (VAR), dan *time varying parameter* (TVP), dan kombinasi dari teknik-teknik ini;
- c. Kelas lainnya: selain model runtun waktu dan model ekonometrika; juga terdapat kelas pemodelan *tourism demand* yang tidak bisa digolongkan ke dalam dua kelas sebelumnya. Teknik-teknik pemodelan dalam kelas ini didominasi oleh teknik kecerdasan buatan (AI) serta pemodelan *fuzzy*.

5. Penutup

Pariwisata sebagai subyek yang sedang menuju ke fase kematangannya sebagai sebuah disiplin ilmu, dan menyadari kontribusinya yang signifikan pada pertumbuhan ekonomi Indonesia dan Bali khususnya tanpa mengabaikan potensi dampak negatif yang dapat ditimbulkannya, merupakan topik riset yang menarik dan sangat menantang bila dikaji dengan pendekatan kuantitatif.

Agar riset-riset di bidang kepariwisataan dapat ditujukan untuk mendukung kebijakan di bidang pembangunan pariwisata yang berkelanjutan, isu-isu dasar yang dikemukakan UNWTO dapat dijadikan titik pijakan awal. Matematika yang diyakini banyak akademisi sebagai *the mother of science*, sudah tentu dan sudah seharusnya membantu dan dibantu oleh berbagai disiplin ilmu lain dalam riset-riset kepariwisataan mencermati bahwa secara empiris pariwisata merupakan sebuah ilmu yang multidisiplin.

Daftar Pustaka

- [1] UNWTO, *Sustainable Tourism for Development Guidebook*. Madrid, Spain: World Tourism Organization, 2013.
- [2] L. S. Sebele, "Community-based tourism ventures, benefits and challenges: Khama Rhino Sanctuary Trust, Central District, Botswana," *Tourism Management*, vol. 31, p. 136=146, 2010.
- [3] Fariborz Aref, "The Effects of Tourism on Quality of Life: A Case Study of Shiraz, Iran," *Life Science Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 26-30, 2011.
- [4] Akarapong Untong, Mingsarn Kaosa-ard, Vicente Ramos, Korawan Sangkakorn, and Javier Rey-Maquiera, "Factors Influencing Local Resident Support for Tourism Development: A Structural Equation Model," in *The APTA Conference 2010*, Macau, 2010.
- [5] WCED, "Our Common Future," United Nation, New York, Report 1987.
- [6] UNWTO and UNEP, *Making Tourism More Sustainable: A Guide for Policy Makers*. Madrid, Spain: UNWTO, Madrid and UNEP, Paris, 2005.
- [7] BPS Provinsi Bali, *Bali Dalam Angka 2012*. Denpasar, 2013.
- [9] Rodolfo Baggio and Jane E. Klobas, *Quantitative Methods in Tourism: A Handbook*, Chris Cooper, Michael Hall, and Dallen J. Timothy, Eds. Bristol, UK: Channel View Publications, 2011.
- [10] Haiyan Song and Gang Li, "Tourism Demand Modelling and Forecasting: A Review of Recent Research ," School of Hotel and Tourism Management, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, Research Report 2011.
- [8] Brian Davies, "The Role of Quantitative and Qualitative Research in Industrial Studies of Tourism," *International Journal of Tourism Research*, vol. 5, pp. 97-111, 2003.
- [11] George E. P. Box and Gwelyn M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Fransisco, USA: Holden Day, 1970.

TEORI TITIK TETAP PADA RUANG BERNORMA-2 NON-ARCHIMEDEAN

Burhanudin Arif Nurnugroho

Pendidikan Matematika, Universitas Ahmad Dahlan, mujadul_math@yahoo.com

Abstrak

Pada paper ini dibahas mengenai konsep titik tetap pada ruang bernorma-2 non-Archimedean.

Kata kunci: titik tetap, ruang bernorma-2 non-Archimedean.

1. Pendahuluan

Salah satu pembahasan yang menarik pada ruang bernorma maupun ruang bernorma-2 adalah mengenai teori titik tetap. Teori titik tetap memiliki peranan penting dan aplikasi diberbagai bidang. Seperti halnya ruang bernorma-2 yang merupakan perumuman dari ruang bernorma, ruang bernorma-2 non-Archimedean juga merupakan bentuk perumuman dari ruang bernorma non-Archimedean. Pada paper ini akan didiskusikan mengenai beberapa teori titik tetap pada ruang bernorma-2 non-Archimedean.

2. Metode Penelitian

Pada [1] dan [2] telah dibahas mengenai teori titik tetap pada ruang bernorma non-Archimedean. Pada paper ini akan dibahas mengenai konsep titik tetap pada ruang bernorma-2 non-Archimedean. Namun, sebelumnya perlu diperhatikan beberapa konsep berikut [5],[6]:

Definisi 2.1 : Diberikan sebarang lapangan \mathcal{F} . Valuation pada \mathcal{F} adalah pemetaan $|\cdot|_{\mathcal{F}}: \mathcal{F} \rightarrow [0, \infty)$ dengan sifat setiap $\alpha, \beta \in \mathcal{F}$ memenuhi:

- v1. $|\alpha|_{\mathcal{F}} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \theta_{\mathcal{F}}$;
- v2. $|\alpha\beta|_{\mathcal{F}} = |\alpha|_{\mathcal{F}}|\beta|_{\mathcal{F}}$;
- v3. $|\alpha + \beta|_{\mathcal{F}} \leq |\alpha|_{\mathcal{F}} + |\beta|_{\mathcal{F}}$.

Selanjutnya, pasangan $(\mathcal{F}, |\cdot|_{\mathcal{F}})$ disebut sebagai lapangan bernilai (valued field).

Contoh 2.2 : Himpunan bilangan real \mathbb{R} merupakan lapangan bernilai dengan Valuation-nya didefinisikan sebagai nilai mutlak.

Teorema 2.3: Diberikan lapangan bernilai $(\mathcal{F}, |\cdot|_{\mathcal{F}})$ maka untuk setiap $\alpha, \beta \in \mathcal{F}, \beta \neq \theta_{\mathcal{F}}$ berlaku:

- 1. $|1_{\mathcal{F}}|_{\mathcal{F}} = 1$
- 2. $|\alpha\beta^{-1}|_{\mathcal{F}} = \frac{|\alpha|_{\mathcal{F}}}{|\beta|_{\mathcal{F}}}$
- 3. $|- \alpha|_{\mathcal{F}} = |\alpha|_{\mathcal{F}}$

Definisi 2.4: Diberikan lapangan bernilai $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$. Valuation $|\cdot|_v$ disebut valuation non-Archimedean pada \mathcal{F} , jika untuk setiap $\alpha, \beta \in \mathcal{F}$ memenuhi:

$$v4. |\alpha + \beta|_v \leq \max\{|\alpha|_v, |\beta|_v\} \text{ (strong triangle inequality).}$$

Selanjutnya, lapangan bernilai $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$ dengan valuation-nya merupakan valuation non-Archimedean disebut sebagai lapangan bernilai non-Archimedean (non-Archimedean Valued field). Serta valuation pada Definisi 2.1, dikatakan sebagai valuation Archimedean.

Teorema 2.5 : Diberikan lapangan bernilai $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$ maka untuk setiap $\alpha, \beta \in \mathcal{F}$ berlaku isosceles triangle principle pada \mathcal{F} , yaitu:

$$\text{jika } |\alpha|_v \neq |\beta|_v \text{ maka } |\alpha + \beta|_v = \max\{|\alpha|_v, |\beta|_v\}$$

Bukti : Jika $|\alpha|_v > |\beta|_v$, diperhatikan $\alpha = (\alpha + \beta) + (-\beta)$, maka: $|\alpha|_v = |(\alpha + \beta) + (-\beta)|_v \leq \max\{|\alpha + \beta|_v, |-\beta|_v\}$, sehingga $|\alpha|_v \leq |\alpha + \beta|_v$.

Dilain pihak, $|\alpha + \beta|_v \leq \max\{|\alpha|_v, |\beta|_v\} = |\alpha|_v$. Diperoleh $|\alpha|_v \leq |\alpha + \beta|_v \leq |\alpha|_v$, sehingga benar bahwa $|\alpha + \beta|_v = \max\{|\alpha|_v, |\beta|_v\}$. ■

Contoh 2.6: Sebarang lapangan \mathcal{F} merupakan lapangan bernilai non-Archimedean, dengan valuation non-Archimedean didefinisikan sebagai:

$$|x|_v = \begin{cases} 1, x \neq \theta_{\mathcal{F}} \\ 0, x = \theta_{\mathcal{F}}, \end{cases}$$

Valuation non-Archimedean pada contoh 2.5, disebut sebagai Valuation non-Archimedean trivial.

Contoh 2.7: Diambil bilangan p. Himpunan bilangan rasional \mathbb{Q} merupakan lapangan bernilai non-Archimedean dengan Valuation non-Archimedean-nya didefinisikan sebagai:

$$|x|_v = \begin{cases} 0, x = 0 \\ p^{-r(x)}, x \neq 0, x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

dengan $r(x) = \text{orde}_p x$.

Teorema 2.8: Diberikan sebarang lapangan bernilai non-Archimedean $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$ maka himpunan $\{n \cdot 1_{\mathcal{F}} : n \in \mathbb{N}\}$ terbatas. Lebih lanjut untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, berlaku:

$$|n \cdot 1_{\mathcal{F}}|_v \leq 1.$$

Definisi 2.9: Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang linear atas lapangan bernilai non-Archimedean $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$. Norma non-Archimedean pada \mathcal{H} didefinisikan sebagai pemetaan $\|\cdot\|_{nA} : \mathcal{H} \rightarrow [0, \infty)$, dengan setiap $\alpha \in \mathcal{F}, x, y \in \mathcal{H}$ memenuhi:

$$nA1. \|x\|_{nA} = 0 \Leftrightarrow x = \theta_{\mathcal{H}};$$

$$nA2. \|\alpha x\|_{nA} = |\alpha|_v \|x\|_{nA};$$

$$nA3. \|x + y\|_{nA} \leq \max\{\|x\|_{nA}, \|y\|_{nA}\}.$$

Selanjutnya pasangan dari $(\mathcal{H}, \|\cdot\|_{nA})$ disebut sebagai ruang bernorma non-Archimedean.

Contoh 2.10: Diberikan sebarang lapangan bernilai non-Archimedean $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$, maka \mathcal{F}^2 merupakan ruang bernorma non-Archimedean. Norma non-archimdean pada \mathcal{F}^2 didefinisikan sebagai:

$$\|\bar{x}\|_{nA} = \|(x_1, x_2)\|_{nA} = \max\{|x_1|_v, |x_2|_v\}, \forall \bar{x} = (x_1, x_2) \in \mathcal{F}^2.$$

Definisi 2.11 : Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang linear atas lapangan bernilai non-Archimedean $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$. Norma-2 non-Archimedean pada \mathcal{H} didefinisikan sebagai pemetaan $\|\cdot, \cdot\|_{2nA}: \mathcal{H}^2 \rightarrow [0, \infty)$, dengan setiap $\alpha \in \mathcal{F}, x, y, z \in \mathcal{H}$ memenuhi:

- nA1. $\|x, y\|_{2nA} = 0 \Leftrightarrow x, y$ saling tak bebas linear;
- nA2. $\|x, y\|_{2nA} = \|y, x\|_{2nA}$
- nA3. $\|\alpha x, y\|_{2nA} = |\alpha|_v \|x, y\|_{2nA}$;
- nA4. $\|x + y, z\|_{2nA} \leq \max\{\|x, z\|_{2nA}, \|y, z\|_{2nA}\}$.

Selanjutnya pasangan dari $(\mathcal{H}, \|\cdot, \cdot\|_{2nA})$ disebut sebagai ruang bernorma-2 non-Archimedean.

Contoh 2.12: Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang linear atas lapangan bernilai non-Archimedean $(\mathcal{F}, |\cdot|_v)$. Dan $(\mathcal{H}, \|\cdot, \cdot\|_{nA})$ merupakan ruang bernorma non-Archimedean. Maka ruang linear \mathcal{H} merupakan ruang bernorma-2 non-archimedean dengan norma-2 non-Archimedean-nya didefinisikan sebagai:

$$\|x, y\|_{2nA} = \begin{cases} \|x\|_{nA} \|y\|_{nA}, & \text{untuk } x, y \text{ bebas linear} \\ 0 & , \text{ untuk } x, y \text{ yang lain.} \end{cases}$$

Definisi 2.13: Diketahui $(\mathcal{H}, \|\cdot, \cdot\|_{nA})$ merupakan ruang bernorma-2 non-Archimedean. Barisan $\{x_n\} \subset \mathcal{H}$, dikatakan :

- (1) Konvergen ke suatu $x \in X$, jika:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - x, y\|_{2nA} = 0 \text{ untuk setiap } y \in \mathcal{H}.$$

- (2) Barisan Cauchy – ρ (ρ – Cauchy) terhadap modular-2, jika

$$\lim_{n, m \rightarrow \infty} \|x_n - x_m, y\|_{2nA} = 0 \text{ untuk setiap } y \in \mathcal{H}.$$

Selanjutnya, jika setiap barisan Cauchy $\{x_n\} \subset \mathcal{H}$ konvergen ke suatu $x \in \mathcal{H}$, maka \mathcal{H} dikatakan lengkap.

Definisi 2.14: Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang bernorma-2 non-Archimedean. Fungsi $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ dikatakan Kontraktif, jika terdapat $0 \leq \lambda < 1$, sedemikian sehingga:

$$\|T(x) - T(y), z\|_{2nA} \leq \lambda \|x - y, z\|_{2nA}, \text{ untuk setiap } x, y, z \in \mathcal{H}.$$

- (3) Titik $x \in \mathcal{H}$ dikatakan titik tetap fungsi T , jika $T(x) = x$.

3. Hasil dan Pembahasan

Teorema 3.1 Diberikan Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang bernorma-2 non-Archimedean dan $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ merupakan fungsi kontraktif, maka T kontinu di \mathcal{H}

Perlu diperhatikan bahwa, apabila diberikan fungsi $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ maka didefinisikan secara induksi bahwa $T^0(x) = x$, $T^{n+1}(x) = T(T^n(x))$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Teorema 3.2 Diberikan \mathcal{H} merupakan ruang bernorma-2 non-Archimedean lengkap, dan $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ merupakan fungsi kontraktif. Maka T memiliki titik tetap tunggal.

Bukti : Pertama dibuktikan bahwa $\{T^n(x)\}$, untuk setiap $x \in \mathcal{H}$ merupakan barisan Cauchy, untuk $n = 0, 1, 2, \dots$. Diperhatikan bahwa:

$$\|T^n(x) - T^{n+1}(x), z\|_{2nA} \leq \lambda \|T^{n-1}(x) - T^n(x), z\|_{2nA} \leq \dots \leq \lambda^n \|x - T(x), z\|_{2nA}.$$

Lebih lanjut, untuk $m > n$, diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \|T^n(x) - T^m(x), z\|_{2nA} &= \|T^n(x) - T^{n+1}(x) + T^{n+1}(x) - T^m(x), z\|_{2nA} \\
 &\leq \max \left\{ \|(T^n(x) - T^{n+1}(x)), z\|_{2nA}, \|(T^{n+1}(x) - T^m(x)), z\|_{2nA} \right\} \\
 &\leq \|(T^n(x) - T^{n+1}(x)), z\|_{2nA} + \|(T^{n+1}(x) - T^m(x)), z\|_{2nA} \\
 &\leq \|(T^n(x) - T^{n+1}(x)), z\|_{2nA} + \max \{ \|(T^{n+1}(x) - T^{n+2}(x)), z\|_{2nA} \\
 &\quad, \|(T^{n+2}(x) - T^{n+3}(x)), z\|_{2nA}, \dots, \|(T^{m-2}(x) - T^{m-1}(x)), z\|_{2nA} \\
 &\quad, \|(T^{m-1}(x) - T^m(x)), z\|_{2nA} \} \\
 &\leq \|(T^n(x) - T^{n+1}(x)), z\|_{2nA} + \|(T^{n+1}(x) - T^{n+2}(x)), z\|_{2nA} \\
 &\quad + \|(T^{n+2}(x) - T^{n+3}(x)), z\|_{2nA} + \dots + \|(T^{m-2}(x) - T^{m-1}(x)), z\|_{2nA} \\
 &\quad + \|(T^{m-1}(x) - T^m(x)), z\|_{2nA} \\
 &\leq \lambda^n \|x - T(x), z\|_{2nA} + \lambda^{n+1} \|x - T(x), z\|_{2nA} + \lambda^{n+2} \|x - T(x), z\|_{2nA} \\
 &\quad + \dots + \lambda^{m-2} \|x - T(x), z\|_{2nA} + \lambda^{m-1} \|x - T(x), z\|_{2nA} \\
 &\leq \lambda^n \|x - T(x), z\|_{2nA} (1 + \lambda + \lambda^2 + \dots) \\
 &= \frac{\lambda^n}{1-\lambda} \|x - T(x), z\|_{2nA}.
 \end{aligned}$$

Hal ini berarti untuk $m > n$, diperoleh,

$$\|T^n(x) - T^m(x), z\|_{2nA} \leq \frac{\lambda^n}{1-\lambda} \|x - T(x), z\|_{2nA}.$$

Sehingga,

$$\lim_{n,m \rightarrow \infty} \|T^n(x) - T^m(x), z\|_{2nA} = 0 \text{ untuk setiap } z \in \mathcal{H}.$$

Dengan kata lain $\{T^n(x)\}$ merupakan barisan Cauchy dan karena \mathcal{H} lengkap maka terdapat $u \in \mathcal{H}$ dengan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|T^n(x) - u, z\|_{2nA} = 0, \text{ untuk setiap } z \in \mathcal{H}$$

Atau

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T^n(x) = u$$

Karena T kontinu maka

$$u = \lim_{n \rightarrow \infty} T^{n+1}(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} T(T^n(x)) = T(u).$$

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa u tunggal. Andaikan tidak tunggal, artinya terdapat $u, v \in X$ sehingga $T(u) = u$ dan $T(v) = v$, maka

$$\|u - v, z\| = \|T(u) - T(v), z\| \leq \lambda \|u - v, z\|, \text{ untuk setiap } z \in \mathcal{H}.$$

Akibatnya, $\|u - v, z\| = 0$, karena apabila $\|u - v, z\| > 0$, maka $1 - \lambda \leq 0$, kontradiksi dengan $0 \leq \lambda < 1$. Dan diperoleh,

$$\|u - v, z\| = 0 \Leftrightarrow u - v, z \text{ saling tak bebas linear untuk setiap } z \in \mathcal{H}$$

$$\Leftrightarrow u - v = 0$$

$$\Leftrightarrow u = v. \blacksquare$$

4. Kesimpulan dan Saran

Dapat ditunjukkan bahwa pada ruang bernorma-2 non-Archimedean lengkap \mathcal{H} , dengan $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ merupakan fungsi kontraktif. Maka T memiliki titik tetap tunggal. Dapat diteliti jika $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ merupakan fungsi non ekspansif.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh rekan-rekan dosen pendidikan matematika UAD yang telah memberi dukungan terhadap penelitian/makalah ini.

Daftar Pustaka

- [1] C. Petalas and Vidalis. 1993. A Fixed Point Theorem In Non-Archimedean Vector Spaces, *Proceedings Of The American Mathematical Society*, volume 118, number 3, July 1993.
- [2] Vishal Gupta, Ramandeep Kaur. 2011. Common Fixed Point Theorems in Non-Archimedean Normed Space, *Journal of Natural Sciences Research* 2011; Vol 1; No.2.
- [3] I. Kubiacyk, N. Mostafa Ali. 1996. A Multivalued Fixed Point Theorems In Non-Archimedean Vector Spaces, *Novi Sad J. Math*, 1996; Vol. 26; No. 2.
- [4] Mehmet KIR, Hukmi Kiziltung. 2013. Some New Fixed Point Theorema in 2-Normed Spaces, *Int. Journal of Math Analysis*, 2013; Vol 7; No 58; 2885-2890.
- [5] Burhanudin Arif Nurnugroho. 2011. Isometri pada Ruang Bernorma-2 dan Ruang Bernorma-2 Non-Archimedean. *Tesis S2*, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- [6] Burhanudin Arif Nurnugroho. 2013. Orthogonalitas Pada Ruang Bernorma-2 Non-Archimedean, *Prosiding Seminar Matematika dan pendidikan Matematika, Matematika : dari Idealitas Sampai Realitas(UIN Maulana Malik Ibrahim Malang)*

PEMBANGKITAN SEGITIGA SIERPINSKI DENGAN TRANSFORMASI AFFINE BERBASIS BEBERAPA BENDA GEOMETRIS

Kosala Dwidja Purnomo

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, kosaladp@gmail.com

Abstrak

Segitiga Sierpinski dapat dikategorikan sebagai fraktal linier dan mempunyai sifat *self-similarity*, yaitu dalam hal ini identik sampai pada iterasi tak-hingga. Pembangkitan segitiga Sierpinski dapat dilakukan dengan memanfaatkan transformasi affine pada suatu segitiga. Dalam artikel ini segitiga Sierpinski akan dibangkitkan melalui dilasi dan translasi terhadap benda berbasis segitiga atau benda geometris lainnya. Ada dua algoritma yang akan digunakan. Pertama, algoritma yang bertujuan membangkitkan segitiga berwarna yang ditempatkan pada segitiga kosong. Segitiga Sierpinski yang didapatkan pada suatu iterasi didilasi menjadi setengahnya dan ditempatkan pada satu titik sudut. Hasil dilasi ini ditranslasikan ke kedua titik sudut lainnya sehingga membentuk segitiga Sierpinski pada iterasi berikutnya. Kedua, algoritma yang membangkitkan segitiga kosong dan ditempatkan pada segitiga berwarna. Setiap segitiga kosong pada iterasi berikutnya akan diduplikasi menjadi satu segitiga kosong dari dilasi setengahnya dan dua segitiga kosong yang diperoleh dari translasi hasil dilasi tersebut. Proses seperti ini dilanjutkan pada iterasi berikutnya dan diberlakukan pada semua segitiga kosong yang terbentuk.

Kata kunci: fraktal, segitiga Sierpinski, dilasi, translasi

1. Pendahuluan

Fraktal adalah objek geometris yang didapatkan melalui proses iteratif dan mempunyai sifat *self-similarity* (keserupaan diri). Proses iteratif menunjuk bahwa bentuk geometris suatu fraktal ditentukan oleh bentuk pada iterasi sebelumnya. Gerald Edgar [1] menyebutkan sifat iteratif ini dengan “iterated function system”. Sedangkan, sifat keserupaan diri bermakna bahwa bentuk dan karakteristik suatu bagian dari fraktal mirip dengan objek keseluruhan.

Secara umum fraktal dapat diklasifikasikan dalam dua tipe, yaitu linier dan non-linier (Navarro, et. al [2]). Fraktal linier mempunyai bentuk geometris yang identik pada skala berapapun sampai tak-hingga. Fraktal jenis ini dapat dibangkitkan melalui algoritma sesuai dengan kaidah dalam geometri Euclid. Segitiga Sierpinski dan kurva Koch adalah contoh fraktal linier. Fraktal non-linier dibangkitkan melalui fungsi dinamik non-linier. Contoh fraktal ini adalah himpunan Mandelbrot dan himpunan Julia. Kedua himpunan ini dibangkitkan dari fungsi kuadrat dari variabel kompleks.

Segitiga Sierpinski adalah fraktal linier yang mempunyai sifat keserupaan diri identik sampai pada iterasi tak-hingga. Pembangkitannya diawali dengan segitiga sama sisi yang berisi warna tertentu. Kemudian titik tengah masing-masing sisinya

dihubungkan untuk memperoleh segitiga dengan ukuran setengahnya dan terletak di tengah segitiga awal. Segitiga yang terletak di tengah lalu dihilangkan atau dikosongkan dari segitiga awal. Selanjutnya, pada ketiga segitiga berisi dengan ukuran setengah dari segitiga awal dilakukan proses serupa untuk mendapatkan segitiga dengan ukuran setengahnya lagi. Algoritma seperti ini dilakukan sampai pada iterasi tertentu. Pada setiap iterasi didapatkan fakta bahwa satu segitiga dibagi menjadi empat segitiga (dengan ukuran sisi setengahnya) yang terdiri atas 3 segitiga berisi warna dan 1 segitiga kosong. Dengan rumusan ini, luas segitiga Sierpinski pada iterasi ke- n adalah $(\frac{3}{4})^n$ dari luas awalnya. Jika prosesnya diteruskan sampai iterasi mendekati tak-hingga, luas segitiga Sierpinski akan mendekati nol.

Tulisan ini bertujuan membahas algoritma pembangkitan segitiga Sierpinski dengan memanfaatkan transformasi affine dalam bentuk dilasi dan translasi. Dalam hal ini segitiga yang dibangkitkan untuk mengisi bentuk dasar segitiga Sierpinski terdiri atas dua macam, yaitu segitiga yang berisi warna dan segitiga kosong. Pada masing-masing segitiga ini dilakukan dilasi dan translasi untuk mendapatkan segitiga Sierpinski. Pada bagian selanjutnya akan dilakukan beberapa modifikasi segitiga Sierpinski dengan mengganti bentuk dasar segitiga sama sisi dengan beberapa benda geometris lainnya.

2. Metode Penelitian

Dalam tulisan ini digunakan istilah bentuk dasar dan benda geometris dalam segitiga Sierpinski. Dalam segitiga Sierpinski konvensional (sebelum dimodifikasi) bentuk dasar yang digunakan adalah segitiga sama sisi. Sedangkan, benda geometris yang digunakan untuk mengisi bentuk dasarnya adalah juga segitiga sama sisi.

Algoritma pembangkitan segitiga Sierpinski akan dilakukan dalam dua cara. Pertama, dilakukan transformasi affine pada benda geometris yang terisi warna. Pada algoritma ini dalam tiap iterasi segitiga Sierpinski yang terbentuk akan didilasi $\frac{1}{2}$ dan kemudian ditranslasi pada titik tengah sisi yang menghubungkan titik sudut bentuk dasar dengan titik pusat dilasi. Kedua, dilakukan transformasi affine pada bagian yang tidak berwarna atau kosong. Dalam hal ini, algoritma kedua hanya akan diterapkan pada bentuk dasar dan benda geometris segitiga. Rumusan transformasi affine beserta contoh pemrogramannya diantaranya dapat dibaca pada tulisan Vladimir Rovenski [3].

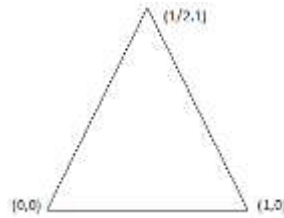
Algoritma pertama akan digunakan untuk membangkitkan segitiga Sierpinski dengan berbagai variasi bentuk dasar dan benda geometris. Misalkan diberikan bentuk dasar segitiga Sierpinski dan benda geometris dengan warna tertentu. Bentuk dasar dan benda geometris ini dinyatakan dengan titik sudut tertentu. Pembangkitan segitiga Sierpinski dengan memanfaatkan transformasi affine dalam bentuk dilasi dan translasi. Dilasi dilakukan dengan skala $\frac{1}{2}$ dan menjadikan salah satu titiknya sebagai pusat dilasi. Diasumsikan pusat dilasinya di titik (0,0). Translasi dilakukan sesuai dengan bentuk dasar yang dipilih. Dalam hal ini ada dua kasus yang akan dibahas:

- a. Bentuk dasar segitiga dengan benda geometris segitiga;
- b. Bentuk dasar segitiga dengan benda geometris segiempat;

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Algoritma Pembangkitan Sierpinski

Untuk mengilustrasikan perumusan algoritma pertama, pandang bentuk dasar segitiga dengan benda geometris juga segitiga. Misalkan pada Gambar 1 diberikan bentuk dasar segitiga dengan titik sudut (0,0), (1,0), dan ($\frac{1}{2}$,1). Sebuah benda geometris berbentuk segitiga berwarna (dalam hal ini hijau) akan digunakan mengisi bentuk dasar ini (Gambar 2).

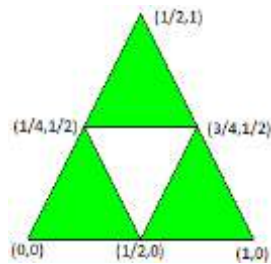


Gambar 1. Bentuk Dasar Segitiga



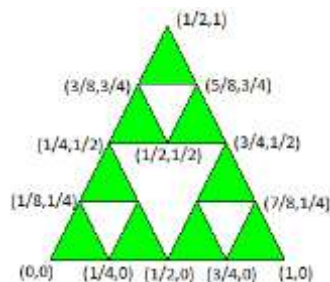
Gambar 2. Benda Geometris Segitiga

Benda geometris pada Gambar 2 didilasi berpusat di $(0,0)$ dengan skala dilasi $\frac{1}{2}$. Kemudian hasil dilasi ini diduplikasi menjadi dua segitiga lain dengan translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Diperoleh benda geometris baru pada Gambar 3 yang disebut sebagai segitiga Sierpinski pada iterasi 1 yang mengisi bentuk dasar pada Gambar 1.



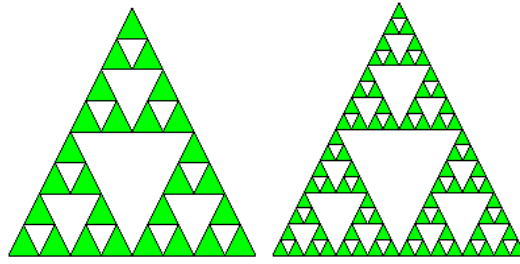
Gambar 3. Segitiga Sierpinski pada Iterasi 1

Benda geometris (yaitu segitiga Sierpinski pada iterasi 1) pada Gambar 3 kemudian didilasi lagi dengan skala $\frac{1}{2}$ sehingga menghasilkan segitiga Sierpinski dengan ukuran setengahnya. Kemudian diduplikasi lagi untuk mendapatkan dua segitiga Sierpinski lain dengan translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Hasilnya adalah segitiga Sierpinski pada iterasi 2 (Gambar 4).



Gambar 4. Segitiga Sierpinski pada Iterasi 2

Demikian seterusnya. Segitiga Sierpinski pada iterasi 3 dan 4 dapat dilihat pada Gambar 5.

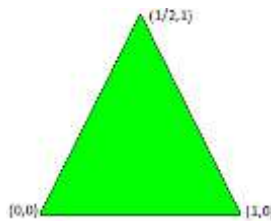


Gambar 5. Segitiga Sierpinski pada Iterasi 3 dan 4

Dengan mengacu pada langkah-langkah di atas, dapat dirumuskan algoritma pertama untuk membangkitkan segitiga Sierpinski berikut.

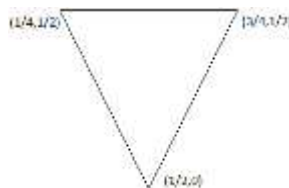
- Berikan bentuk dasar segitiga yang akan dijadikan acuan serta benda geometris segitiga berwarna yang akan mengisi bentuk dasar tersebut. Nyatakan segitiga berwarna sebagai himpunan titik-titik (x, y) .
- Berikan faktor skala dilasi s dan vektor translasi $\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$. Dalam hal ini untuk segitiga Sierpinski konvensional diambil $s = \frac{1}{2}$, $\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, dan $\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.
- Tentukan benda geometris segitiga baru hasil dilasi dengan pusat di $(0,0)$ dan faktor skala s , sehingga titik (x, y) akan ditransformasikan menjadi (sx, sy) .
- Tentukan duplikasi benda geometris segitiga pada langkah c dengan vektor translasi pada langkah b, yaitu didapatkan titik $(sx + u_x, sy + u_y)$ dan $(sx + v_x, sy + v_y)$.
- Definisikan segitiga Sierpinski yang merupakan gabungan segitiga dari benda geometris baru pada langkah c dan d.
- Ulangi langkah c sampai pada iterasi yang diinginkan untuk mendapatkan segitiga Sierpinski pada iterasi n .

Pembangkitan segitiga Sierpinski juga dapat dilakukan dengan mengisi segitiga berwarna dengan ukuran tertentu sebagai bentuk dasarnya (lihat Gambar 6).



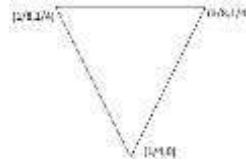
Gambar 6. Bentuk Dasar Segitiga

Benda geometris yang digunakan untuk mengisi bentuk dasar ini adalah segitiga kosong pada Gambar 7 dengan ukuran sisi setengahnya.



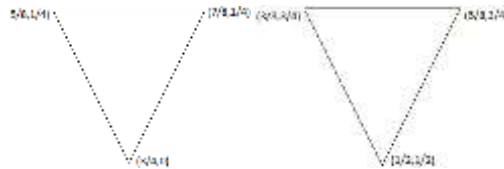
Gambar 7. Benda Geometris Segitiga Kosong

Jika benda geometris pada Gambar 7 diisikan pada bentuk dasar pada Gambar 6, maka didapatkan segitiga Sierpinski pada iterasi 1 sebagaimana pada Gambar 3. Pada pusat $(0,0)$ dilakukan dilasi dengan skala $\frac{1}{2}$, sehingga didapatkan segitiga berukuran sisi setengahnya (Gambar 8).



Gambar 8. Benda Geometris Segitiga Kosong Hasil Dilasi

Sedangkan untuk membentuk segitiga kosong kedua dan ketiga digunakan translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, yaitu dengan kedua translasi ini dihasilkan segitiga kosong pada Gambar 9.



Gambar 9. Benda Geometris Segitiga Kosong Hasil Translasi

Oleh karena itu, sampai iterasi 2 ini akan dihasilkan segitiga Sierpinski sebagaimana pada Gambar 4.

Pembangkitan segitiga kosong yang ada dalam segitiga Sierpinski secara umum dapat dirumuskan sebagaimana pada Tabel 1. Dalam hal ini diasumsikan bahwa panjang sisi dari bentuk dasar segitiga sama sisi adalah satu satuan.

Tabel 1. Beberapa Ukuran Transformasi Affine pada Segitiga Sierpinski

Iterasi	Nama Segitiga Kosong	Jumlah Segitiga Kosong	Ukuran Sisi Segitiga Kosong	Skala Dilasi	Vektor Translasi Pertama	Vektor Translasi Kedua
1	Δ_1	1	$\frac{1}{2}$	Tidak ada	Tidak ada	Tidak ada
2	Δ_1	1	$\frac{1}{2}$	Tidak ada	Tidak ada	Tidak ada
	$\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}$	3	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
3	Δ_1	1	$\frac{1}{2}$	Tidak ada	Tidak ada	Tidak ada
	$\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}$	3	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
	$\Delta_{11i}, \Delta_{12i}, \Delta_{13i}$ dimana $i=1,2,3$	3^2	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^3} \\ \frac{1}{2^2} \end{pmatrix}$
...
n
	...	3^{n-1}	$\frac{1}{2^n}$	$\frac{1}{2^{n-1}}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^{n-1}} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2^n} \\ \frac{1}{2^{n-1}} \end{pmatrix}$

Berdasar pada Tabel 1 dapat dirumuskan langkah-langkah membangkitkan segitiga Sierpinski berikut. Algoritma kedua ini bertujuan membangkitkan segitiga kosong pada segitiga Sierpinski.

1. Berikan bentuk dasar segitiga berwarna (beri nama dengan Δ_0) yang akan diisi dengan segitiga kosong.
2. Tentukan segitiga kosong (atau warna putih) yang titik sudutnya adalah titik tengah masing-masing sisi segitiga berwarna. Beri nama segitiga ini dengan Δ_1 . Hasil dari $\Delta_0 - \Delta_1$ membentuk segitiga Sierpinski iterasi 1.
3. Lakukan dilasi pada segitiga kosong Δ_1 dengan skala $\frac{1}{2}$, maka akan didapatkan Δ_{11} dengan ukuran sisi $\frac{1}{2^2}$.
4. Lakukan translasi pertama dan kedua pada Δ_{11} dengan vektor translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ untuk mendapatkan segitiga kosong Δ_{12} dan Δ_{13} . Jika gabungan segitiga kosong ini diberi nama $\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{13}$, maka hasil dari $\Delta_0 - \Delta_1 - (\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{13})$ membentuk segitiga Sierpinski iterasi 2.
5. Lakukan dilasi pada segitiga kosong Δ_1 dengan skala $\frac{1}{2^2}$, maka akan didapatkan Δ_{111} dengan ukuran sisi $\frac{1}{2^3}$.
6. Lakukan translasi pada Δ_{111} dengan vektor translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \frac{1}{2^3} \\ \frac{1}{2^2} \end{pmatrix}$ untuk mendapatkan segitiga kosong Δ_{112} dan Δ_{113} .
7. Translasikan gabungan segitiga kosong $\Delta_{111} + \Delta_{112} + \Delta_{113}$ dengan vektor translasi $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ untuk mendapatkan gabungan segitiga kosong lainnya, yaitu $\Delta_{121} + \Delta_{122} + \Delta_{123}$ dan $\Delta_{131} + \Delta_{132} + \Delta_{133}$. Hasil dari $\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_{11} - \Delta_{12} - \Delta_{13} - (\Delta_{111} + \Delta_{112} + \Delta_{113}) - (\Delta_{121} + \Delta_{122} + \Delta_{123}) - (\Delta_{131} + \Delta_{132} + \Delta_{133})$ membentuk segitiga Sierpinski iterasi 3.
8. Demikian seterusnya dilakukan sampai dengan iterasi n .

Dari algoritma pertama dan kedua yang dirumuskan di atas terlihat bahwa langkah-langkah pada algoritma pertama lebih sederhana. Skala dilasi dan vektor translasi yang digunakan pada algoritma pertama juga lebih mudah diingat karena selalu tetap untuk membangkitkan segitiga manapun dalam tiap iterasi. Sedangkan, dalam tiap iterasi algoritma kedua, besaran tersebut selalu berubah.

3.2 Segitiga Sierpinski dengan Benda Geometris Segiempat

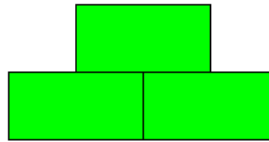
Pada bagian ini akan diberikan fakta bahwa segitiga Sierpinski juga dapat diperoleh dari benda geometris selain segitiga. Dalam hal ini benda geometris yang dipandang adalah segiempat. Benda geometris lainnya dengan cara yang sama dapat digunakan.

Misalkan diberikan bentuk dasar segitiga seperti pada Gambar 1. Bentuk dasar ini akan diisi dengan benda geometris persegipanjang seperti pada Gambar 10.



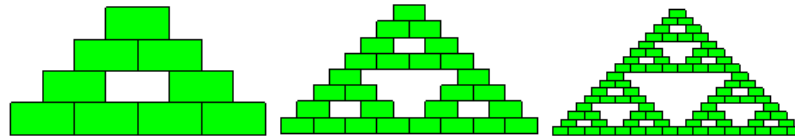
Gambar 10. Benda Geometris Persegipanjang

Jika diberlakukan algoritma pertama pada iterasi 1, akan diperoleh bentuk seperti pada Gambar 11.



Gambar 11. Bentuk Dasar Segiempat pada Iterasi 1

Bentuk ini akan berubah mendekati bentuk segitiga Sierpinski pada iterasi yang lebih tinggi. Bentuk geometrisnya pada iterasi 2, 3, dan 4 adalah seperti pada Gambar 12.



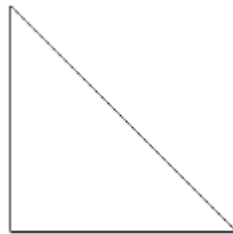
Gambar 12. Benda Geometris Segiempat pada Iterasi 2, 3, dan 4

Sedangkan, pada iterasi 8 bentuk geometrisnya sudah tidak dapat dibedakan dengan segitiga Sierpinski berbasis segitiga (Gambar 13).

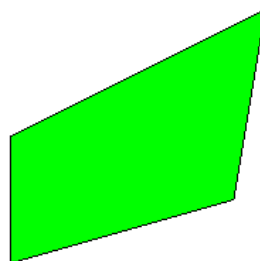


Gambar 13. Benda Geometris Segiempat pada Iterasi 8

Sekarang diberikan bentuk dasar segitiga siku-siku seperti pada Gambar 14 dan benda geometris segiempat pada Gambar 15.



Gambar 14. Bentuk Dasar Segitiga Siku-siku



Gambar 15. Benda Geometris Segiempat

Pada iterasi 1 algoritma pertama akan diperoleh bentuk seperti pada Gambar 16.



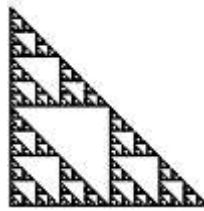
Gambar 16. Bentuk Dasar Segitiga Siku-siku Iterasi 1

Sedangkan pada iterasi 2, 3, 4, dan 5 akan diperoleh bentuk geometris seperti pada Gambar 17.



Gambar 17. Bentuk Dasar Segitiga Siku-siku Iterasi 2, 3, 4, dan 5

Sedangkan, pada iterasi 8 bentuk geometrisnya hampir sama dengan segitiga Sierpinski dengan benda geometris segitiga maupun persegi panjang (Gambar 18).



Gambar 18. Bentuk Dasar Segitiga Siku-siku Iterasi 8

9. Kesimpulan dan Saran

Dalam tulisan ini algoritma yang dikembangkan untuk membangkitkan segitiga Sierpinski melalui pembangkitan segitiga berwarna lebih sederhana dibandingkan melalui pembangkitan segitiga kosong. Namun demikian, perlu dikaji aspek komputasi kedua algoritmanya. Dalam tulisan ini juga dikembangkan beberapa bentuk dasar segitiga dan objek geometris. Pada iterasi yang cukup besar kesemua bentuk dasar dan benda geometris tersebut memberikan bentuk geometris yang mirip dengan segitiga Sierpinski.

Daftar Pustaka

- [1] Edgar, G. 2008. *Measure, Topology, and Fractal Geometry*, Springer Science+Business Media, New York.
- [2] C.F. Navarro, J.C. Garcia, M.M. Tavares. 2014. Main Objects of Fractal Geometry and Computer Graphical Generation, *Research Journal of Computation and Mathematics*; **2(2)**; 14-26.
- [3] Rovenski, V. 2010. *Modeling of Curves and Surfaces with Matlab*, Springer Science+Business Media, New York.

PEMETAAN KOMPATIBEL DI RUANG Q-FUZZY METRIK

Siti Juliaha

UIN Sunan Gunung Djati Bandung, siti.julaeha83@gmail.com

Abstrak

Pada suatu himpunan tak kosong X , dapat ditentukan himpunan fuzzy $A \subseteq X$ oleh sebuah fungsi $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ yang disebut sebagai fungsi keanggotaan di A . Dengan konsep itu telah didefinisikan ruang metrik fuzzy $(X, \mu_M, *)$ dan ruang metrik Q-fuzzy $(X, \mu_Q, *)$. Pada ruang metrik (X, d) telah dikenal pemetaan kompatibel, pada tulisan ini akan dibahas pemetaan kompatibel di ruang metrik, pemetaan kompatibel di ruang G-metrik, pemetaan kompatibel di ruang metrik fuzzy dan pemetaan kompatibel di ruang metrik Q-fuzzy.

Kata kunci: ruang metrik, ruang metrik fuzzy, ruang metrik Q-fuzzy, pemetaan kompatibel.

1. Pendahuluan

Manusia adalah makhluk berakal yang tak pernah berhenti untuk memikirkan dan mencoba menyelesaikan masalah-masalah yang ditemuinya. Sebagaimana diketahui, dunia ini penuh dengan ketidakpastian. Seperti informasi yang diperoleh dari lingkungan, data yang dihasilkan dari pengamatan dan pengertian yang digunakan ada yang tidak jelas atau samar-samar. Gagasan seperti himpunan fuzzy diharapkan bisa menangani ketidakpastian tersebut dengan cara lebih matematis dan jelas.

Pada tahun 1965 konsep himpunan fuzzy pertama kali didefinisikan oleh Zadeh. Sejak saat itu banyak peneliti yang mempelajari himpunan fuzzy dan aplikasinya. Khususnya Kramosil dan Michalek (1975), dengan konsep himpunan fuzzy mereka memperkenalkan ruang metrik fuzzy. George dan Veeramani (1994) memodifikasi gagasan ruang metrik fuzzy dengan bantuan norm-t kontinu. Lalu Mustafa dan Sims (2006) yang memperkenalkan definisi ruang G-metrik sebagai perumuman dari ruang metrik. Terakhir Guangpeng dan Kai (2010) mendefinisikan ruang metrik Q-fuzzy yang bisa dianggap sebagai perumuman dari ruang metrik fuzzy.

Gagasan metrik fuzzy berkembang dalam dua perspektif yang berbeda. Satu kelompok ahli matematika mempertimbangkan metrik fuzzy sebagai fungsi bernilai real tak negatif yang memenuhi aksioma seperti pada metrik biasa, sedangkan kelompok lain lebih mempertimbangkan pada ke"fuzzy"an di metrik itu sendiri. Pendekatan yang digunakan dalam tulisan ini adalah menurut perspektif yang kedua.

Sampai saat ini telah banyak penelitian mengenai pemetaan di ruang metrik fuzzy untuk berbagai tujuan. Kebanyakan penelitian itu merupakan pengembangan dari ruang metrik biasa. Pada ruang metrik (X, d) telah dikenal pemetaan kompatibel. Oleh karenanya di tulisan ini akan dibahas mengenai pemetaan kompatibel di ruang metrik Q-

fuzzy. Selain itu, akan dibahas pula pemetaan kompatibel di ruang G-metrik dan pemetaan kompatibel di ruang metrik *fuzzy*.

2. Metode Penelitian

Penelitian dilakukan dengan mempelajari karya-karya ilmiah yang disajikan dalam bentuk buku, tesis ataupun makalah yang relevan dengan topik penelitian.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Himpunan Fuzzy

Ada berbagai macam jenis himpunan di sekitar kita. Tetapi tidak semua himpunan itu terdefinisi secara jelas. Misalnya himpunan orang kaya, himpunan orang pintar, himpunan orang tinggi dan lain sebagainya. Pada himpunan orang tinggi, tidak dapat ditentukan secara tegas apakah seseorang tinggi atau tidak. Misal didefinisikan bahwa “orang tinggi” adalah orang yang tinggi badannya lebih tinggi atau sama dengan 180 cm. Maka orang dengan tinggi badan 179 cm menurut definisi itu tidak termasuk orang tinggi. Sulit diterima bahwa orang dengan tinggi badan 179 cm bukan orang tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa batas antara kelompok orang tinggi dengan orang yang tidak tinggi tidak dapat ditentukan secara jelas. Oleh karena itu untuk mengatasi permasalahan himpunan dengan batas yang tidak jelas itu, Zadeh pada tahun 1965, memperkenalkan konsep himpunan *fuzzy*.

Dalam bahasa Indonesia, kata “*fuzzy*” berarti kabur atau tidak jelas. Misal X adalah sebuah himpunan sembarang dengan anggota dari X dinotasikan sebagai x . Himpunan *fuzzy* A di X dikarakterisasikan oleh suatu fungsi yang dinamakan fungsi keanggotaan dari A . Nilai fungsi ini pada suatu x di X disebut tingkat keanggotaan x di A . Dalam teori himpunan klasik, fungsi keanggotaan ini bernilai 0 atau 1 dan disebut fungsi karakteristik dari himpunan A .

Secara matematis himpunan *fuzzy* bisa didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 3.1 (Zadeh, 1965)

Himpunan *fuzzy* A di X ditentukan oleh fungsi $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$. Dengan demikian himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X \text{ dan } \mu_A(x) \text{ menyatakan tingkat keanggotaan } x \text{ di } A\}$$

Selanjutnya diberikan contoh dari himpunan *fuzzy*.

Contoh 3.2

Misalnya $X = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, pada X bisa didefinisikan sebuah himpunan *fuzzy* A dengan fungsi keanggotaan $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ sebagai berikut:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+(x-10)^2}$$

Maka diperoleh:

$$A = \left\{ (1,0.01), (2,0.01), (3,0.02), (4,0.02), (5,0.03), (6,0.05), (7,0.1), (8,0.2), (9,0.5), (10,1), (11,0.5), (12,0.2), (13,0.1), (14,0.05), (15,0.03), (16,0.02), (17,0.02), (18,0.01), (19,0.01), (20,0.009) \right\}$$

Himpunan *fuzzy* A disebut sebuah himpunan bilangan asli yang “dekat ke 10”.

3.2 Operasi pada Himpunan Fuzzy (Zadeh, 1965)

Misalkan himpunan A dan B merupakan dua himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$ untuk setiap $x \in X$. Adapun operasi-operasi dasar himpunan fuzzy terdiri dari :

1. $A = B$ jika dan hanya jika $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ untuk setiap $x \in X$.
2. Komplemen himpunan fuzzy A diberi tanda \bar{A} yang memiliki fungsi keanggotaan:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$
3. $A \subset B$ jika dan hanya jika $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ untuk setiap $x \in X$.
4. Gabungan dua himpunan fuzzy A dan B adalah himpunan fuzzy C yang memiliki fungsi keanggotaan:

$$\mu_C(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \}$$
 untuk setiap $x \in X$ atau disingkat dengan

$$\mu_C = \mu_A \vee \mu_B$$
5. Irisan dua himpunan fuzzy A dan B adalah himpunan fuzzy C yang memiliki fungsi keanggotaan:

$$\mu_C(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \}$$
 untuk setiap $x \in X$ atau disingkat dengan

$$\mu_C = \mu_A \wedge \mu_B.$$

3.3 Ruang Metrik

Pada materi kalkulus telah dipelajari fungsi-fungsi yang terdefinisi pada himpunan bilangan real \mathcal{R} . Selain itu juga telah dipelajari jarak dari suatu titik ke titik lain yaitu: jarak antara titik x dan y dengan $x, y \in \mathcal{R}$ yang didefinisikan dengan $d(x, y) = |x - y|$, untuk setiap $x, y \in \mathcal{R}$.

Dapat pula dipelajari jarak pada ruang yang lebih umum dan fungsi yang didefinisikan pada ruang tersebut. Metode yang digunakan untuk jarak dan fungsi pada \mathcal{R} akan membantu dalam memahami jarak dan fungsi pada ruang yang lebih umum.

Definisi 3.3 (Istratescu, 1981)

Misal X adalah sebuah himpunan tak kosong. Sebuah metrik pada X adalah sebuah pemetaan $d: X \times X \rightarrow \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$, yang memenuhi syarat-syarat berikut:

- (i) $d(x, y) \geq 0$ untuk setiap $x, y \in X$;
- (ii) $d(x, y) = 0$ jika dan hanya jika $x = y$;
- (iii) $d(x, y) = d(y, x)$ untuk setiap $x, y \in X$;
- (iv) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ untuk setiap $x, y, z \in X$.

Pasangan (X, d) disebut ruang metrik.

Contoh 3.4 (Istratescu, 1981)

Himpunan bilangan real \mathcal{R} dengan fungsi d yang didefinisikan oleh $d(a, b) = |a - b|$ untuk setiap $a, b \in \mathcal{R}$ adalah sebuah ruang metrik di himpunan bilangan real \mathcal{R} .

Definisi 3.5 (Shirali, 2000)

Misal (X, d) ruang metrik. Suatu fungsi $f: \mathbb{N} \rightarrow X$ disebut barisan sedemikian sehingga untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, $f(n) = x_n \in X$. Suku-suku x_n di X merupakan barisan titik di X dan dinotasikan dengan (x_n) .

Definisi 3.6 (Istratescu, 1981)

Suatu barisan (x_n) dalam ruang metrik (X, d) konvergen ke $x \in X$ jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga, $d(x_n, x) < \varepsilon$, $\forall n \geq n_0$.

Contoh 3.7

Misalkan $X = \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$ dengan metrik $d(x, y) = |x - y|$. Maka barisan (x_n) yang didefinisikan oleh $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di dalam ruang metrik (X, d) konvergen ke 0.

Definisi 3.8 (Istratescu, 1981)

Suatu barisan (x_n) dalam ruang metrik (X, d) disebut barisan Cauchy jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga, $d(x_n, x_m) \leq \varepsilon$, $\forall n, m \geq n_0$. Setiap barisan (x_n) yang konvergen disebut barisan Cauchy.

Contoh 3.9

Barisan (x_n) dengan $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di ruang metrik (X, d) pada contoh 3.7 adalah barisan Cauchy.

Definisi 3.10 (Istratescu, 1981)

Ruang metrik (X, d) disebut lengkap jika setiap barisan Cauchy (x_n) adalah konvergen ke suatu titik di X .

Contoh 3.11

Barisan (x_n) dengan $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di ruang metrik (X, d) pada contoh 3.7 sebelumnya adalah barisan konvergen dan Cauchy. Oleh karenanya menurut definisi 3.10, ruang metrik (X, d) adalah ruang metrik lengkap.

Selanjutnya akan dibahas pemetaan kompatibel di ruang metrik (X, d) .

Definisi 3.12. (Jungck, 1986)

Dua pemetaan $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ pada ruang metrik (X, d) disebut kompatibel jika $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n)$ mengakibatkan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} d(f(g(x_n)), g(f(x_n))) = 0 \text{ untuk sembarang barisan } (x_n) \text{ di } X.$$

Contoh 3.13

Misal (x_n) adalah barisan di ruang metrik (\mathcal{R}, d) . Maka $f(x) = x^3$ dan $g(x) = 2 - x$ adalah pemetaan kompatibel.

Penjelasan:

Karena $|f(x_n) - g(x_n)| = |x_n - 1||x_n^2 + x_n + 2| \rightarrow 0$ jika $x_n \rightarrow 1$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} |f(g(x_n)) - g(f(x_n))| = \lim_{n \rightarrow \infty} 6|x_n - 1|^2 = 0$ jika $x_n \rightarrow 1$ maka f dan g adalah pemetaan kompatibel di ruang metrik (\mathcal{R}, d) .

3.4 Ruang G-metrik

Penelitian tentang ruang metrik terus berkembang sampai akhirnya Mustafa dan Sims (2006) memperkenalkan ruang G-metrik sebagai berikut:

Definisi 3.14 (Mustafa dan Sims, 2006)

Misal X adalah himpunan tak kosong dan $G: X \times X \times X \rightarrow \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$ adalah sebuah fungsi yang memenuhi:

$$(G1) \quad G(x, y, z) = 0 \text{ jika } x = y = z;$$

$$(G2) \quad G(x, x, y) > 0 \text{ untuk setiap } x, y \in X \text{ dengan } x \neq y;$$

$$(G3) \quad G(x, x, y) \leq G(x, y, z) \text{ untuk setiap } x, y, z \in X \text{ dengan } z \neq y;$$

$$(G4) \quad G(x, y, z) = G(x, z, y) = G(y, z, x) = G(y, x, z) = G(z, x, y) = G(z, y, x)$$

untuk setiap $x, y, z \in X$ (sifat simetri).

(G5) $G(x, y, z) \leq G(x, y, a) + G(a, y, z)$ untuk setiap $x, y, z, a \in X$.

(sifat ketaksamaan segitiga)

Fungsi G disebut sebuah G-metrik pada X , dan pasangan (X, G) adalah ruang G-metrik.

Definisi 3.15 (Mustafa dan Sims, 2006)

Ruang G-metrik (X, G) disebut simetris jika $G(x, y, y) = G(x, x, y)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Selanjutnya diberikan contoh ruang G-metrik.

Contoh 3.16 (Mustafa dan Sims, 2006)

Misal (X, d) adalah ruang metrik. Definisikan $G: X \times X \times X \rightarrow \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$ dengan $G(x, y, z) = d(x, y) + d(y, z) + d(z, x)$.

(X, G) adalah ruang G-metrik.

Selanjutnya dibahas suatu barisan di ruang G-metrik.

Definisi 3.17 (Mustafa dan Sims, 2006)

Misal (X, G) adalah ruang G-metrik, maka barisan (x_n) di X disebut G-Cauchy jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga $G(x_n, x_m, x_l) < \varepsilon$, untuk setiap $n, m, l \geq n_0$.

Definisi 3.18 (Mustafa dan Sims, 2006)

Misal (X, G) adalah ruang G-metrik, maka barisan (x_n) di X disebut G-konvergen ke x jika $\lim_{n, m \rightarrow \infty} G(x, x_n, x_m) = 0$. Artinya untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga $G(x, x_n, x_m) < \varepsilon$ untuk setiap $n, m \geq n_0$.

Definisi 3.19 (Mustafa dan Sims, 2006)

Ruang G-metrik (X, G) dengan setiap barisan G-Cauchy di (X, G) adalah G-konvergen disebut ruang G-Metrik lengkap.

Selanjutnya akan dibahas mengenai pemetaan kompatibel di ruang G-metrik yang didefinisikan oleh Kumar (2012).

Definisi 3.20 (Kumar, 2012)

Dua pemetaan $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ pada ruang G-metrik (X, G) disebut kompatibel jika $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n)$ mengakibatkan

$\lim_{n \rightarrow \infty} G(f(g(x_n)), g(f(x_n)), g(f(x_n))) = 0$ untuk sembarang barisan (x_n) di X .

Contoh 3.21

Misal $X = [-1, 1]$ dan G adalah G-metrik pada $X \times X \times X$ dengan $G(x, y, z) = |x - y| + |y - z| + |z - x|$, untuk setiap $x, y, z \in X$.

Misal (x_n) adalah barisan di X . Definisikan $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ dengan $f(x) = \frac{x}{6}$ dan $g(x) = \frac{x}{2}$. Maka f, g adalah pemetaan kompatibel di ruang G-metrik.

Penjelasan:

Karena $|f(x_n) - g(x_n)| = \frac{1}{3}|x_n| \rightarrow 0$ jika $|x_n| \rightarrow 0$ dan

$\lim_{n \rightarrow \infty} G\left(f\left(\frac{x_n}{2}\right), g\left(\frac{x_n}{6}\right), g\left(\frac{x_n}{6}\right)\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} G\left(\frac{x_n}{12}, \frac{x_n}{12}, \frac{x_n}{12}\right) = 0$ maka f dan g

adalah pemetaan kompatibel di ruang G-metrik.

3.5 Ruang Metrik Fuzzy

Cara mendefinisikan ruang metrik *fuzzy* adalah salah satu masalah mendasar dalam matematika. Menurut Grabiec (1988) setidaknya ada lima konsep yang berbeda tentang ruang metrik *fuzzy*. Dalam tulisan ini konsep yang akan digunakan tentang ruang metrik *fuzzy* adalah menurut Kramosil dan Michalek (1975). Mereka berpendapat bahwa dalam prakteknya jarak tidak akan pernah bisa diukur secara tepat. Hal ini bisa dilihat dari beberapa kali pengukuran jarak yang sama, hasilnya mungkin berbeda. Biasanya nilai rata-rata yang diambil dalam kasus seperti itu.

Berdasarkan konsep ruang metrik *fuzzy* yang didefinisikan oleh Kramosil dan Michalek itulah, George dan Veeramani pada tahun 1994 memodifikasi pengertian ruang metrik *fuzzy* dengan bantuan norm-t kontinu. Sebelum membahas definisi ruang metrik *fuzzy*, terlebih dahulu akan dijelaskan mengenai norm-t kontinu sebagai berikut:

Definisi 3.22 (Schweizer dan Sklar, 1960)

Operasi biner $*$: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ disebut norm-t kontinu jika $*$ memenuhi kondisi:

- (i) $*$ komutatif dan asosiatif;
- (ii) $*$ kontinu;
- (iii) $a * 1 = a$ untuk setiap $a \in [0,1]$;
- (iv) Jika $a \leq c$ dan $b \leq d$, maka $a * b \leq c * d$ untuk $a, b, c, d \in [0,1]$.

Contoh 3.23 (Schweizer dan Sklar, 1960)

Operasi biner $*$: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, didefinisikan dengan:

$$a * b = ab, a, b \in [0,1]$$

Maka $*$ adalah norm-t kontinu.

Selanjutnya adalah definisi ruang metrik *fuzzy* yang didefinisikan oleh George dan Veeramani (1995):

Definisi 3.24 (George dan Veeramani, 1994)

X adalah himpunan tak kosong, $*$ adalah norm-t kontinu dan M adalah himpunan *fuzzy* pada $X \times X \times (0, \infty)$ dengan fungsi keanggotaan μ_M yang memenuhi kondisi berikut, untuk setiap $x, y, z \in X, s, t > 0$,

- (f1) $\mu_M(x, y, t) > 0$;
- (f2) $\mu_M(x, y, t) = 1$ jika dan hanya jika $x = y$;
- (f3) $\mu_M(x, y, t) = \mu_M(y, x, t)$;
- (f4) $\mu_M(x, y, t) * \mu_M(y, z, s) \leq \mu_M(x, z, t + s)$;
- (f5) $\mu_M(x, y, \cdot): (0, \infty) \rightarrow [0,1]$ kontinu.

μ_M disebut metrik *fuzzy* pada X dan $\mu_M(x, y, t)$ merepresentasikan derajat kedekatan antara x dan y terhadap t . Maka 3-tupel $(X, \mu_M, *)$ disebut ruang metrik *fuzzy*.

Contoh selanjutnya menunjukkan bahwa ruang metrik menginduksi ruang metrik *fuzzy*.

Contoh 3.25 (George dan Veeramani, 1994)

Misal (X, d) adalah sebuah ruang metrik. Definisikan $a * b = ab$ untuk semua $a, b \in [0,1]$ dan misalkan M adalah himpunan *fuzzy* pada $X \times X \times (0, \infty)$ dengan fungsi keanggotaan yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{M_d}(x, y, t) = \frac{t}{t + d(x, y)}$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $t > 0$. Maka $(X, \mu_{M_d}, *)$ adalah ruang metrik *fuzzy*. μ_{M_d} disebut metrik *fuzzy* standar yang diinduksi oleh metrik d .

Selanjutnya akan dibahas suatu barisan di ruang metrik fuzzy $(X, \mu_M, *)$ yaitu:

Definisi 3.26 (Aphane, 2009)

Misal $(X, \mu_M, *)$ adalah ruang metrik fuzzy. Maka

1. Suatu barisan (x_n) di X konvergen ke $x \in X$ jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ dan $t > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $\mu_M(x_n, x, t) > 1 - \varepsilon$ untuk setiap $n \geq n_0$.
2. Suatu barisan (x_n) di X disebut Cauchy jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ dan $t > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $\mu_M(x_n, x_m, t) > 1 - \varepsilon$ untuk setiap $n, m \geq n_0$.
3. Ruang metrik fuzzy dengan setiap barisan Cauchy konvergen disebut lengkap.

Akibat 3.27 (Aphane, 2009)

Misal (x_n) adalah suatu barisan di ruang metrik (X, d) , maka barisan (x_n) adalah barisan Cauchy di (X, d) jika dan hanya jika (x_n) barisan Cauchy di $(X, \mu_{M_d}, *)$ dengan

$$\mu_{M_d}(x, y, t) = \frac{t}{t + d(x, y)}.$$

Selanjutnya diberikan contoh ruang metrik fuzzy lengkap.

Contoh 3.28

Pada contoh 3.25 sebelumnya telah dibuktikan bahwa $(X, \mu_{M_d}, *)$ dengan $\mu_{M_d}(x, y, t) = \frac{t}{t + d(x, y)}$ untuk setiap $x, y \in X$ dan $t > 0$ adalah ruang metrik fuzzy.

Misal $X = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ dengan metrik yang didefinisikan sebagai berikut $d(x, y) = |x - y|$. Maka barisan (x_n) yang didefinisikan oleh $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di dalam ruang metrik fuzzy $(X, \mu_{M_d}, *)$ adalah barisan Cauchy. Jadi $(X, \mu_{M_d}, *)$ adalah ruang metrik fuzzy lengkap.

Penjelasan:

Pada contoh 3.7 telah ditunjukkan bahwa barisan $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di dalam ruang metrik (X, d) adalah barisan Cauchy, maka barisan $x_n = \frac{1}{n}$ untuk $n \in \mathbb{N}$ di dalam ruang metrik $(X, \mu_{M_d}, *)$ adalah barisan Cauchy. Jadi $(X, \mu_{M_d}, *)$ adalah ruang metrik fuzzy lengkap.

Beberapa jenis pemetaan di ruang metrik fuzzy telah banyak diteliti untuk berbagai tujuan. Kebanyakan penelitian itu merupakan pengembangan dari pemetaan di ruang metrik biasa. Adapun pemetaan yang akan dibahas di tulisan ini adalah pemetaan yang dikembangkan oleh Jungck (1986) yaitu pemetaan kompatibel. Oleh karena itu selanjutnya akan dijelaskan mengenai pemetaan kompatibel di ruang metrik fuzzy.

Definisi 3.29 (Jungck, 1986)

Dua pemetaan $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ pada ruang metrik fuzzy $(X, \mu_M, *)$ disebut kompatibel jika $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n)$ mengakibatkan $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_M(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t) = 1$ untuk sembarang barisan (x_n) di X .

Contoh 3.30

Pada contoh 3.25 sebelumnya telah dibuktikan bahwa $(X, \mu_{M_d}, *)$ dengan $X = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ adalah ruang metrik fuzzy. Misal (x_n) adalah barisan di X . Maka $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ yang didefinisikan dengan $f(x) = x^3$ dan $g(x) = x$ adalah pemetaan kompatibel di X .

Penjelasan:

Karena $|f(x_n) - g(x_n)| = |x_n||x_n^2 - 1| \rightarrow 0$ jika $|x_n| \rightarrow 0$ dan

$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_{M_d}(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_{M_d}(x_n^3, x_n^3, t) = 1$ maka f dan g adalah pemetaan kompatibel di X .

Setelah mempelajari definisi-definisi, operasi dan contoh-contoh tentang himpunan fuzzy, ruang metrik, ruang G-metrik, dan ruang metrik fuzzy serta barisan dan pemetaan kompatibel, berikut akan dijelaskan tentang ruang metrik Q-fuzzy yang merupakan perumuman dari ruang metrik fuzzy. Akan dibahas pula barisan dan pemetaan kompatibel di ruang tersebut.

3.6 Ruang Metrik Q-Fuzzy

Guangpeng dan Kai (2010) mengenalkan definisi ruang metrik Q-fuzzy yang bisa dianggap sebagai perumuman dari ruang metrik fuzzy. Berikut adalah definisinya:

Definisi 3.31 (Guangpeng dan Kai, 2010)

X adalah himpunan tak kosong, $*$ adalah norm-t kontinu dan Q adalah himpunan fuzzy pada $X \times X \times X \times (0, \infty)$ dengan fungsi keanggotaan μ_Q yang memenuhi kondisi berikut, untuk setiap $x, y, z, a \in X$ dan $s, t > 0$:

(Q1) $\mu_Q(x, x, y, t) > 0$ dan $\mu_Q(x, x, y, t) \leq \mu_Q(x, y, z, t)$ untuk setiap $x, y, z \in X$ dengan $z = y$

(Q2) $\mu_Q(x, y, z, t) = 1$ jika dan hanya jika $x = y = z$

(Q3) $\mu_Q(x, y, z, t) = \mu_Q(y, x, z, t) = \mu_Q(y, z, x, t) = \mu_Q(y, x, z, t)$
 $= \mu_Q(z, x, y, t) = \mu_Q(z, y, x, t) = \mu_Q(x, y, z, t)$ (simetri)

(Q4) $\mu_Q(x, a, a, t) * \mu_Q(a, y, z, s) \leq \mu_Q(x, y, z, t + s)$

(Q5) $\mu_Q(x, y, z, \cdot): (0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ kontinu.

μ_Q disebut metrik Q-fuzzy pada X dan $\mu_Q(x, y, t)$ merepresentasikan derajat kedekatan antara x, y dan z terhadap t . Maka 3-tupel $(X, \mu_Q, *)$ disebut ruang metrik Q-fuzzy.

Ruang metrik Q-fuzzy disebut simetris jika $\mu_Q(x, y, y, t) = \mu_Q(x, x, y, t)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Contoh 3.32 (Guangpeng dan Kai, 2010)

Misal (X, G) adalah ruang G-metrik yang simetris. Definisikan $a * b = ab$ untuk semua $a, b \in [0, 1]$ dan misalkan Q adalah himpunan fuzzy pada $X \times X \times X \times (0, \infty)$ dengan fungsi keanggotaan yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_Q(x, y, z, t) = \frac{t}{t + G(x, y, z)}$$

untuk setiap $x, y, z \in X$ dan $t > 0$. Maka $(X, \mu_Q, *)$ adalah ruang metrik Q-fuzzy.

Berikut akan dibahas mengenai sifat-sifat dari ruang metrik Q-fuzzy yaitu:

Lemma 3.33 (Guangpeng dan Kai, 2010)

Jika $(X, \mu_Q, *)$ adalah ruang metrik Q-fuzzy, maka $\mu_Q(x, y, z, t)$ adalah fungsi tak turun terhadap t untuk setiap x, y, z di X .

Bukti:

Misal $a = x$, menurut definisi 3.31 sifat Q(4), diperoleh:

$$\mu_Q(x, x, x, t) * \mu_Q(x, y, z, s) \leq \mu_Q(x, y, z, t + s)$$

Karena $\mu_Q(x, x, x, t) = 1$ maka $\mu_Q(x, y, z, t + s) \geq \mu_Q(x, y, z, t)$ untuk setiap $x, y, z \in X$. ■

Definisi 3.34 (Guangpeng dan Kai, 2010)

Pada ruang metrik Q-fuzzy $(X, \mu_Q, *)$, apabila $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = z$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_Q(x, y, z, t_n) = \mu_Q(x, y, z, t)$ mengakibatkan $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_Q(x_n, y_n, z_n, t_n) = \mu_Q(x, y, z, t)$ maka μ_Q disebut fungsi kontinu pada $X \times X \times X \times (0, \infty)$.

Selanjutnya dibahas tentang barisan di ruang metrik Q-fuzzy. yaitu:

Definisi 3.35 (Guangpeng dan Kai, 2010)

Misal $(X, \mu_Q, *)$ adalah ruang metrik Q-fuzzy. Maka

1. Suatu barisan (x_n) di X konvergen ke $x \in X$ jika $\varepsilon > 0$ dan setiap $t > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $Q(x_m, x_n, x, t) > 1 - \varepsilon$ untuk setiap $n, m \geq n_0$.
2. Suatu barisan (x_n) di X disebut Cauchy jika untuk setiap $0 < \varepsilon < 1$ dan $t > 0$, ada $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $\mu_Q(x_m, x_n, x_l, t) > 1 - \varepsilon$ untuk setiap $l, m, n \geq n_0$.
3. Ruang metrik Q-fuzzy dengan setiap barisan Cauchy konvergen disebut lengkap.

3.7 Pemetaan Kompatibel di Ruang Metrik Q-Fuzzy

Selanjutnya akan dibahas tentang pemetaan kompatibel pada ruang metrik Q-fuzzy.

Definisi 3.36 (Guangpeng dan Kai, 2010)

$(X, \mu_Q, *)$ adalah ruang metrik Q-fuzzy. Dua pemetaan $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ pada

ruang metrik Q-fuzzy $(X, \mu_Q, *)$ disebut kompatibel jika

$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} g(x_n)$ mengakibatkan

$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_Q(f(g(x_n)), g(f(x_n)), g(f(x_n)), t) = 1$ untuk sembarang barisan (x_n) di X .

Contoh 3.37

Pada contoh 3.32 sebelumnya telah dibuktikan bahwa $(X, \mu_Q, *)$ dengan $\mu_Q(x, y, z, t) = \frac{t}{t + G(x, y, z)}$ untuk setiap $x, y, z \in X$ dan $t > 0$ adalah ruang metrik Q-fuzzy. Misal (x_n) adalah barisan di X . Maka $f: X \rightarrow X$ dan $g: X \rightarrow X$ dengan $f(x) = x^3$ dan $g(x) = x$ adalah pemetaan kompatibel di X .

Penjelasan:

Karena $|f(x_n) - g(x_n)| = |x_n||x_n^2 - 1| \rightarrow 0$ jika $|x_n| \rightarrow 0$ dan $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_Q(f(g(x_n)), g(f(x_n)), g(f(x_n)), t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_Q(x_n^3, x_n^3, x_n^3, t) = 1$, maka f dan g adalah pemetaan kompatibel di X .

4. Kesimpulan dan Saran

Pembahasan tulisan ini adalah terkait dengan perluasan ruang metrik ke ruang metrik Q-fuzzy dan pemetaan kompatibel di ruang tersebut. Penelitian ini bisa dilanjutkan pada ruang metrik yang lebih umum misalnya ruang metrik dengan himpunan fuzzy pada $X \times X \times X \times X \times (0, \infty)$.

Daftar Pustaka

- Aage, C. T., dan Salunke, J. N. (2010). On Fixed Point Theorems in Fuzzy Metric Spaces. *Int. J. Open Problems Compt. Math.*, Volume 3 No. 2 halaman 123-131.
- Aphane, M. (2009). *On Some Results of Analysis in Metric Spaces and Fuzzy Metric Spaces*. Thesis. University of South Africa.
- Cho, Y. J., Jungck, G. dan Kang, S. M., (1990). Common Fixed Points of Compatible Mappings. *Internat. J. Math. Sci.*, Volume 13 No. 1 halaman 285-288.
- Butt, A. R. (2010). *Fixed Points of Set Valued Maps*. Thesis. Department of Mathematics, Lahore University of Management Science: Lahore, Pakistan.
- George, A. dan Veeramani, P. (1994). On Some Results in Fuzzy Metric Spaces. *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 64 halaman 395 – 399.
- Grabiec, M. (1988). Fixed Points in Fuzzy Metric Spaces. *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 27 halaman 385-389.
- Guangpeng, S. dan Kai. Y. (2010). Generalized Fuzzy Metric Spaces with Properties. *Research Journal of Applied Science, Engineering and Technology*, Volume 2 No. 7 halaman 673-678.
- Mustafa, Z. dan Sims, B. (2006). A New Approach to Generalized Metric Spaces. *Journal of Nonlinier and Convex Analysis*, Volume 7 No. 2 halaman 289-297.
- Istratescu. V. I. (1981). *Fixed Point Theory: An Introduction*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht: Holland.
- Jungck, G. (1986). Compatible Mappings and Common Fixed Points. *Internat. J. Math. Sci.*, Volume 9 No. 4 halaman 771-779.
- Klir, G. J. dan Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Application*. Prentice Hall: USA.
- Kramosil, I., dan Michalek, J. (1975). Fuzzy Metrics and Statistical Metric Spaces. *Kybernetika*, Volume 11 No. 5 halaman 336-344.
- Kumar, M. (2012). Compatible Maps in G-Metric Spaces. *Int. Journal of Math. Analysis*, Volume 6 No. 29 halaman 1415 – 1421.
- Sapena, A. (2001). A Contribution to The Study of Fuzzy Metric Spaces. *Applied General Topology*, Volume 2 No. 1 halaman 63-75.
- Sessa, S. (1982). On a Weak Commutativity Condition of Mappings in Fixed Point Considerations. *Publications De L' Institut Mathematique* 32 (46) halaman 149-153.
- Schweizer, B. dan Sklar, A. (1960). Statistical Metric Spaces. *Pacific J. Math.* 10, halaman 313 – 334.
- Shirali, S. dan Vasudeva, H. L. (2006). *Metric Spaces*. SPI Publisher Services: Pondichery, India.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control*, volume 8 halaman 338 – 353.

SUPER EDGE MAGIC TOTAL LABELING AND ITS DUAL LABELING ON FIRECRACKER GRAPH

Triyani¹, Nurshiami, S.R.², Kusnaedi³

¹Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Jenderal Soedirman Purwokerto, Indonesia,
trianisr@yahoo.com.au

²Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Jenderal Soedirman Purwokerto, Indonesia,
nurshiami@yahoo.com

³Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Jenderal Soedirman Purwokerto, Indonesia,
kusnaedi@yahoo.com

Abstract

Super Edge Magic Total (SEMT) Labeling on a graph $G=(V,E)$ with p vertex and q edges is a bijective function $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, p+q\}$ that satisfy $\lambda(u_i) = i, i = 1, 2, 3, \dots, p$ for every vertex $u_i \in V(G)$ and for every edge $uv \in E(G)$, $\lambda(u) + \lambda(uv) + \lambda(v) = c$, with $c \in \mathbb{Z}^+$. The c is then called as the magic constant. Not all graphs can be labeled using SEMT labeling. The graph that can be labeled using SEMT labeling are called as SEMT graph. The study on SEMT labeling was initiated by Enomoto et. al (1988). Enomoto et. al. predicted that tree graph is a type of SEMT. This prediction is still not scientifically proved. However, many researchers have studied SEMT labeling for various classes of graph. This study has resulted SEMT labeling on Firecracker graph $F_{n,k}$ with its dual labeling.

Key words: SEMT labeling, firecracker graph, magic constant.

Abstrak

Pelabelan Total Sisi Ajaib Super (TSAS) pada suatu graf $G(V, E)$ dengan p titik dan q sisi adalah fungsi bijektif $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, p+q\}$ yang memenuhi $\lambda(u_i) = i, i = 1, 2, 3, \dots, p$ untuk setiap titik u_i di $V(G)$ dan untuk setiap sisi uv di $E(G)$ berlaku $\lambda(u) + \lambda(uv) + \lambda(v) = c$, dengan $c \in \mathbb{Z}^+$. Bilangan c ini selanjutnya disebut konstanta ajaib. Tidak semua graf dapat dilabeli dengan pelabelan TSAS. Graf yang dapat dilabeli dengan pelabelan TSAS disebut graf TSAS. Kajian tentang graf TSAS telah diawali oleh Enomoto et al pada tahun 1998. Enomoto et al (1998) menduga bahwa graf pohon merupakan graf TSAS. Dugaan ini belum dapat dibuktikan kebenarannya, namun secara parsial telah banyak peneliti mengkaji pelabelan TSAS untuk beberapa kelas graf. Pada penelitian ini telah diperoleh formula pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$ beserta pelabelan dualnya.

Kata kunci: pelabelan total sisi ajaib, graf *firecracker*, konstanta ajaib.

1. Pendahuluan

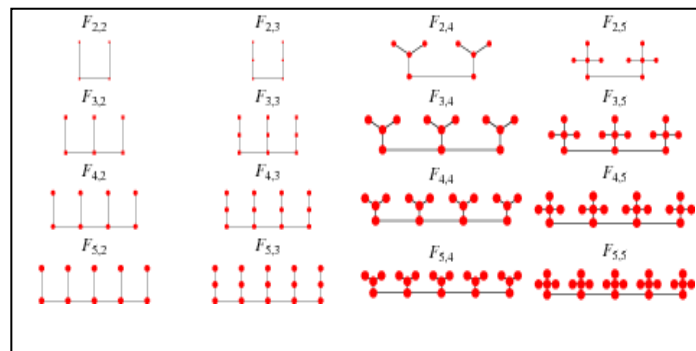
Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek (1963) dan Stewart (1966). Secara umum pelabelan graf adalah suatu pemetaan yang mengaitkan elemen dari graf baik titik, sisi, maupun titik dan sisi ke bilangan-bilangan bulat positif yang disebut label. Pelabelan dengan domain himpunan titik disebut pelabelan titik, pelabelan

dengan domain himpunan sisi disebut pelabelan sisi, dan pelabelan dengan domain himpunan titik dan sisi disebut pelabelan total (Wallis, *et. al.*, 2000).

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf yang sampai saat ini masih mendapat banyak perhatian karena aplikasinya di bidang kriptologi, dan komunikasi. Sampai saat ini lebih dari tujuh ribu paper tentang pelabelan graf telah dipublikasikan. Sebuah survey tentang pelabelan graf yaitu dalam *A Dynamic Survey of Graph Labeling* (Galian, 2013), telah dipaparkan beberapa tipe pelabelan graf (*graph labeling*). Salah satu tipe pelabelan graf adalah pelabelan ajaib (*magic labeling*).

Suatu pelabelan graf dikatakan pelabelan ajaib jika ada fungsi bijektif dari elemen-elemen di graf baik titik, sisi atau titik dan sisi sedemikian sehingga jumlah label-label tertentu merupakan suatu konstanta tetap c yang disebut nilai ajaib (*magic value*). Pelabelan ini untuk pertama kalinya diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa (1970) dengan nama *magic valuations*. Pelabelan ajaib telah berkembang menjadi pelabelan titik/sisi ajaib (*vertex/edge magic labeling*), dan pelabelan total titik/sisi ajaib (*vertex/edge magic total labeling*).

Selanjutnya Enomoto (1998) memperkenalkan pelabelan Total sisi Ajaib super (TSAS) yang didefinisikan sebagai fungsi bijektif λ yang mengaitkan setiap titik dan sisi di graf $G(V, E)$ dengan suatu bilangan positif terurut $1, 2, 3, \dots, p + q$ dengan p menyatakan banyaknya titik dan q menyatakan banyaknya sisi di graf $G(V, E)$ yang memenuhi kondisi : i) label titik berupa bilangan bulat positif terurut $1, 2, 3, \dots, p$; label sisi adalah $p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + q$ dan ii) setiap sisi di graf $G(V, E)$, bobot total sisi yaitu jumlah label dua titik dan sebuah sisi yang bersisian dengan keduanya berupa konstanta c . Selanjutnya konstanta c ini disebut konstanta ajaib. Tidak semua graf dapat dilabeli dengan pelabelan TSAS. Graf yang dapat dilabeli dengan pelabelan TSAS disebut graf TSAS. Pada paper Enomoto *et al* (1998) memuat dugaan bahwa setiap graf pohon dapat dilabeli dengan pelabelan TSAS. Secara umum dugaan ini belum dibuktikan kebenarannya. Namun banyak peneliti telah menghasilkan pelabelan TSAS pada beberapa kelas graf pohon seperti graf Bintang, graf gabungan bintang, graf *Caterpillar* (Galian, 2013). Pada penelitian ini dihasilkan pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$. Graf *Firecracker* $F_{n,k}$ adalah graf pohon yang diperoleh dari gabungan graf Star S_k sebanyak n dengan menghubungkan sebuah titik daun S_{k_i} ke $S_{k_{i+1}}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$.



Gambar 1.1. Graf *Firecracker* $F_{n,k}$

Graf *Firecracker* $F_{n,k}$ mempunyai titik sebanyak nk . Karena graf *Firecracker* merupakan graf pohon, maka jumlah sisinya adalah $nk-1$.

2. Hasil Terdahulu Berkaitan Dengan Pelabelan TSAS

Sebelum disajikan hasil dari penelitian ini, terlebih dahulu diberikan beberapa lemma dan teorema yang menjadi acuan dalam membuktikan teorema yang dihasilkan.

Lemma 2.1 (Figuerola-Centeno et.al., 2001). Sebuah graf G dengan $|V(G)|$ menyatakan banyaknya titik pada graf G dan $|E(G)|$ menyatakan banyaknya sisi pada graf G , adalah graf total sisi ajaib super jika dan hanya jika terdapat fungsi bijektif $f : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V(G)|\}$ sedemikian sehingga $S = \{f(x) + f(y) | xy \in E(G)\}$ adalah sebuah himpunan yang terdiri dari bilangan bulat berturut-tan. Kemudian, f dapat dikatakan sebagai pelabelan total sisi ajaib super dari graf G dengan konstanta ajaib $c = |V(G)| + |E(G)| + s$ dimana $s = \min\{z | z \in S\}$ dan

$$S = \{f(x) + f(y) | xy \in E(G)\} \\ = \{c - (|V(G)| + 1), c - (|V(G)| + 2), \dots, c - (|V(G)| + |E(G)|)\}.$$

Batasan konstanta ajaib untuk graf total sisi ajaib super juga telah diperoleh. Batasan ini tertuang dalam lemma 2.2 sebagai berikut.

Lemma 2.2 (Figuerola-Centeno et. al., 2001). Jika suatu graf G dengan p titik dan q sisi adalah graf total sisi ajaib super maka konstanta ajaib c dari pelabelan TSAS pada G memenuhi $p + q + 3 \leq c \leq 3p$.

Teorema 2.3 (Sudarsana et.al, 2013). Misal λ menyatakan pelabelan TSAS pada graf $G = (V, E)$ yang mempunyai p titik dan q sisi dengan konsanta ajaib c dan pelabelan dual λ' dari λ didefinisikan sebagai, $\lambda'(x) = p + 1 - \lambda(x)$, $\forall x \in V$ dan $\lambda'(xy) = 2p + q + 1 - \lambda(xy)$, $\forall xy \in E$, maka pelabelan λ' adalah pelabelan TSAS dengan konstanta ajaib $c' = 4p + q + 3 - c$.

3. Hasil dan Pembahasan

Kajian ini bersifat pengembangan keilmuan dengan hasil teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti. Sebelum membuktikan teorema terlebih dahulu didefinisikan himpunan titik dan sisi pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$.

3.1 Definisi Himpunan Titik dan Sisi pada Graf *Firecracker* $F_{n,k}$

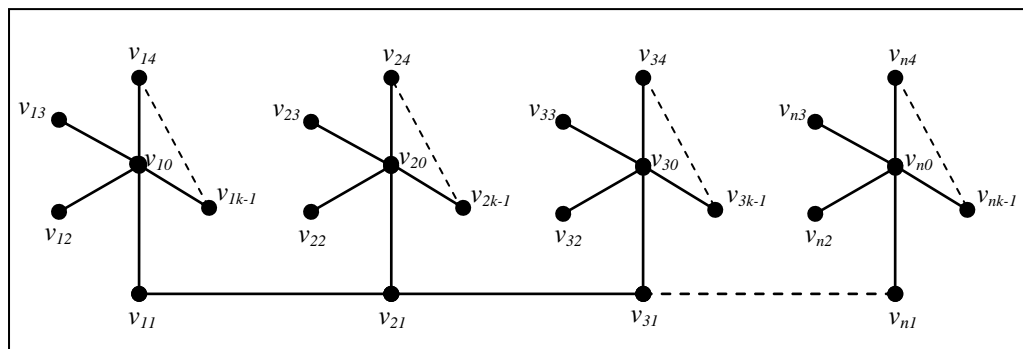
Himpunan titik pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$ didefinisikan sebagai

$$V(F_{n,k}) = \{v_{ij} | 1 \leq i \leq n; 0 \leq j \leq k-1; k \geq 3\}$$

dan himpunan sisi pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$ didefinisikan sebagai

$$E(F_{n,k}) = \{v_{i0}v_{ij} | 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq k-1; k \geq 3\} \cup \{v_{i1}v_{(i+1)1} | 1 \leq i \leq n-1\}.$$

Pendefinisian himpunan titik dan sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dapat dilihat pada gambar 3.1



Gambar 3.1. Pendefinisian titik dan sisi pada Graf *Firecracker* $F_{n,k}$.

Jika graf bintang ke- i dinotasikan dengan S_{k_i} maka banyaknya titik pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$ adalah

$$\begin{aligned} |V(F_{n,k})| &= |V(S_{k_1})| + |V(S_{k_2})| + |V(S_{k_3})| + \dots + |V(S_{k_n})| \\ &= k + k + k + \dots + k \\ &= nk. \end{aligned}$$

Karena *Firecracker* $F_{n,k}$ adalah graf pohon, maka jumlah sisinya adalah $|E(F_{n,k})| = nk - 1$. Akibatnya bilangan bulat positif yang digunakan sebagai label titik dan sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ adalah $1, 2, 3, \dots, nk, nk+1, \dots, 2nk - 1$.

3.2 Pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$

Pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$ telah diperoleh dengan cara menyusun formula label titik dan sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dengan aturan pelabelan TSAS. Formula ini terbagi dalam dua bagian yaitu untuk n ganjil dan n genap. Berikut ini merupakan teorema yang menjamin bahwa graf *Firecracker* $F_{n,k}$ merupakan graf sisi ajaib super.

Teorema 3.1. Untuk n ganjil, graf *Firecracker* $F_{n,k}$, $k \geq 3$ merupakan graf total sisi ajaib super dengan konstanta ajaib $c = \frac{1}{2}(5n-1)k + 2$.

Bukti.

Misal λ menyatakan pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$. Pandang pendefinisian himpunan titik dan sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ pada sub bab 3.1.

Untuk n ganjil, beri label titik-titik graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dengan

$$\lambda(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{1}{2}(i-1)k + 1, & \text{untuk } i = 1, 3, 5, \dots, n; j = 0 \\ \frac{1}{2}(i+n-1)k + 1, & \text{untuk } i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j = 0 \\ \frac{1}{2}(i+n)k, & \text{untuk } i = 1, 3, 5, \dots, n; j = 1 \\ \frac{1}{2}(i-2)k + 2, & \text{untuk } i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j = 1 \\ \frac{1}{2}(i+n-2)k + j, & \text{untuk } i = 1, 3, 5, \dots, n; j = 2, 3, 4, \dots, k-1 \\ \frac{1}{2}(i-2)k + j + 1, & \text{untuk } i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j = 2, 3, 4, \dots, k-1 \end{cases}$$

dan label sisi-sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dengan

$$\lambda(v_{i0}v_{(i+1)1}) = (2n-i)k, \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \dots, n-1; j = 1$$

$$\lambda(v_{i0}v_{ij}) = \begin{cases} (2n-i)k + 1, & \text{untuk } i = 1, 3, 5, \dots, n; j = 1 \\ (2n-i+1)k - 1, & \text{untuk } i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j = 1 \\ (2n-i+1)k - j + 1, & \text{untuk } i = 1, 3, 5, \dots, n; j = 2, 3, 4, \dots, k-1 \\ (2n-i+1)k - j, & \text{untuk } i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j = 2, 3, 4, \dots, k-1. \end{cases}$$

Selanjutnya ditunjukkan nilai konstanta ajaib $c = \frac{1}{2}(5n-1)k + 2$. Konstanta ajaib c pada pelabelan TSAS graf *Firecracker* $F_{n,k}$ disebut juga bobot total sisi, merupakan penjumlahan dari label setiap dua titik yang bertetangga di graf $F_{n,k}$ dengan label sisi yang bersisian dengan kedua titik tersebut. Secara aljabar konstanta ajaib c dapat ditulis sebagai $c = \lambda(u) + \lambda(uv) + \lambda(v)$, untuk setiap uv di $E(F_{n,k})$.

Pada kasus n ganjil, konstanta ajaib c diperoleh dengan menentukan bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ dan $v_{i1}v_{(i+1)1}$ sebagai berikut.

1. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$, untuk $i = 1, 3, 5, \dots, n; j=1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{i0}v_{i1}) \\ &= \frac{1}{2}(i-1)k + 1 + \frac{1}{2}(i+n)k + k(2n-i) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

2. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i = 2, 4, 6, \dots, n-1; j=1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{i0}v_{i1}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n-1)k + 1 + \frac{1}{2}(i-2)k + 2 + (2n-i+1)k - 1 \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

3. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i = 1, 3, 5, \dots, n$ dan $j = 2, 3, 4, \dots, k-1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{ij}) + \lambda(v_{i0}v_{ij}) \\ &= \frac{1}{2}(i-1)k + 1 + \frac{1}{2}(i+n-2)k + j + (2n-i+1)k - j + 1 \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

4. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i = 2, 4, 6, \dots, n-1$ dan $j = 2, 3, 4, \dots, k-1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{ij}) + \lambda(v_{i0}v_{ij}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n-1)k + 1 + \frac{1}{2}(i-2)k + j + 1 + (2n-i+1)k - j \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

5. Bobot total sisi $(v_{i1}v_{i+11})$ untuk $i = 1, 3, 5, \dots, n$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{(i+1)1}) + \lambda(v_{i1}v_{(i+1)1}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n)k + \frac{1}{2}(i-1)k + 2 + (2n-i)k \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

6. Bobot total sisi $(v_{i1}v_{i+11})$ untuk $i = 2, 4, 6, \dots, n-1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{(i+1)1}) + \lambda(v_{i1}v_{(i+1)1}) \\ &= \frac{1}{2}(i-2)k + 2 + \frac{1}{2}(i+n+1)k + (2n-i)k \\ &= \frac{1}{2}(5n-1)k + 2. \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ dan $v_{i1}v_{(i+1)1}$, maka konstanta ajaib untuk pelabelan TSAS λ pada *Firecracker* $F_{n,k}$ untuk n ganjil adalah $c = \frac{1}{2}(5n-1)k + 2$ ■.

Teorema 3.2. Untuk n genap, graf *Firecracker* $F_{n,k}$, $k \geq 3$ merupakan graf total sisi ajaib super dengan konstanta ajaib $c = \frac{5}{2}nk + 1$.

Bukti:

Misal λ menyatakan pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{n,k}$. Pandang pendefinisian himpunan titik dan sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ pada sub bab 3.1.

Untuk n genap, beri label titik-titik graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dengan

$$\lambda(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{1}{2}(i-1)k+1, & \text{untuk } i=1,3,5,\dots,n-1; j=0 \\ \frac{1}{2}(i+n)k, & \text{untuk } i=2,4,6,\dots,n; j=0 \\ \frac{1}{2}(i+n+1)k-1, & \text{untuk } i=1,3,5,\dots,n-1; j=1 \\ \frac{1}{2}(i-2)k+2, & \text{untuk } i=2,4,6,\dots,n; j=1 \\ \frac{1}{2}(i+n-1)k+j-1, & \text{untuk } i=1,3,5,\dots,n-1; j=2,3,4,\dots,k-1 \\ \frac{1}{2}(i-2)+j+1, & \text{untuk } i=2,4,6,\dots,n; j=2,3,4,\dots,k-1 \end{cases}$$

dan label sisi-sisi graf *Firecracker* $F_{n,k}$ dengan

$$\lambda(v_{i1}v_{(i+1)1}) = (2n-i)k, \text{ untuk } i=1,2,3,\dots,n-1; j=1$$

$$\lambda(v_{i0}v_{ij}) = \begin{cases} (2n-i)k+1, & \text{untuk } i=1,3,5,\dots,n-1; j=1 \\ (2n-i+1)k-1, & \text{untuk } i=2,4,6,\dots,n; j=1 \\ (2n-i+1)k-j+1, & \text{untuk } i=1,3,5,\dots,n-1; j=2,3,4,\dots,k-1 \\ (2n-i+1)k-j, & \text{untuk } i=2,4,6,\dots,n; j=2,3,4,\dots,k-1. \end{cases}$$

Selanjutnya ditunjukkan nilai konstanta ajaib $c = \frac{5}{2}nk + 1$. Pada kasus n genap, konstanta ajaib c diperoleh dengan menentukan bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ dan

$v_{i1}v_{(i+1)1}$ sebagai berikut.

1. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$, untuk $i=1,3,5,\dots,n-1; j=1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{i0}v_{i1}) \\ &= \frac{1}{2}(i-1)k+1 + \frac{1}{2}(i+n+1)k-1 + (2n-i)k+1 \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

2. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i=2,4,6,\dots,n; j=1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{i0}v_{i1}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n)k + \frac{1}{2}(i-2)k+2 + (2n-i+1)k-1 \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

3. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i=1,3,5,\dots,n-1$ dan $j=2,3,4,\dots,k-1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{ij}) + \lambda(v_{i0}v_{ij}) \\ &= \frac{1}{2}(i-1)k+1 + \frac{1}{2}(i+n-1)k+j-1 + (2n-i+1)k-j+1 \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

4. Bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ untuk $i = 2, 4, 6, \dots, n$ dan $j = 2, 3, 4, \dots, k-1$.

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i0}) + \lambda(v_{ij}) + \lambda(v_{i0}v_{ij}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n)k + \frac{1}{2}(i-2)k + j + 1 + (2n-i+1)k - j \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

5. Bobot total sisi $(v_{i1}v_{i+11})$ untuk $i = 1, 3, 5, \dots, n-1$

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{(i+1)1}) + \lambda(v_{i1}v_{(i+1)1}) \\ &= \frac{1}{2}(i+n+1)k - 1 + \frac{1}{2}(i-1)k + 2 + (2n-i)k \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

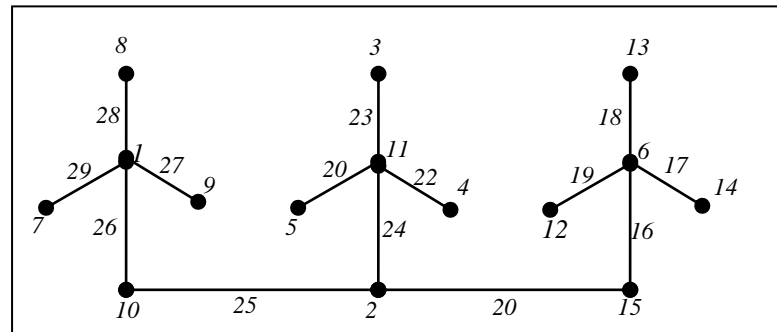
6. Bobot total sisi $(v_{i1}v_{i+11})$ untuk $i = 2, 4, 6, \dots, n$

Konstanta ajaib

$$\begin{aligned} c &= \lambda(v_{i1}) + \lambda(v_{(i+1)1}) + \lambda(v_{i1}v_{(i+1)1}) \\ &= \frac{1}{2}(i-2)k + 2 + \frac{1}{2}(i+n+2)k - 1 + (2n-i)k \\ &= \frac{5}{2}nk + 1. \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan bobot total sisi $v_{i0}v_{ij}$ dan $v_{i1}v_{(i+1)1}$, maka konstanta ajaib pada pelabelan λ pada *Firecracker* $F_{n,k}$ untuk n genap adalah $c = \frac{5}{2}nk + 1$ ■.

Gambar 3.2., berikut merupakan contoh pelabelan TSAS pada graf *Firecracker* $F_{3,5}$.

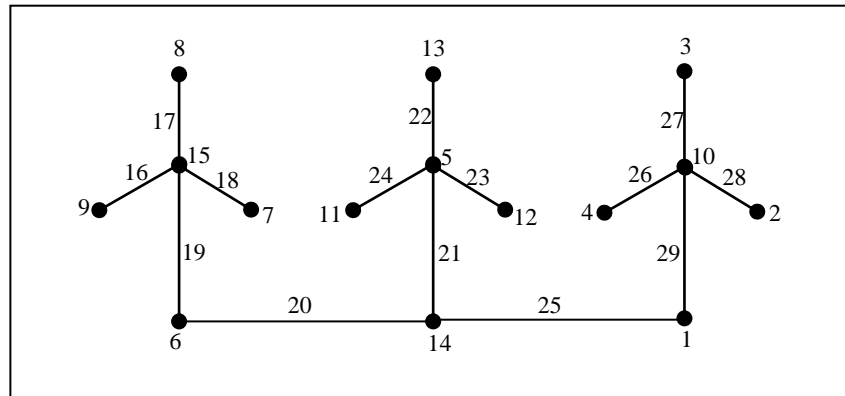


Gambar 3.2. Pelabelan TSAS pada Graf *Firecracker* $F_{3,5}$ dengan Konstanta Ajaib $c = 37$

3.3 Pelabelan Dual dari Pelabelan TSAS Graf *Firecracker* $F_{n,k}$

Pada sub bab 2. telah disajikan beberapa teorema yang telah dicapai sebelum penelitian ini. Berdasarkan teorema 2.2 dan 2.3, diperoleh akibat dari hasil pelabelan TSAS graf *Firecracker* $F_{n,k}$.

Akibat 3.1. Graf *Firecracker* $F_{n,k}$ mempunyai pelabelan dual $\lambda'(x) = nk + 1 - \lambda(x) \quad \forall x \in V(F_{n,k})$ dan $\lambda'(xy) = 3nk - \lambda(xy), \quad \forall xy \in E(F_{n,k})$ dari pelabelan TSAS λ dengan konstanta ajaib $c' = \frac{1}{2}(5n+1)k$, untuk n ganjil dan $c' = \frac{5}{2}nk + 1$, untuk n genap.

Gambar 3.3. Pelabelan Dual dari Pelabelan TSAS Graf *Firecracker* $F_{3,5}$

4. Simpulan dan Saran

1. Graf *Firecracker* $F_{n,k}$ merupakan graf TSAS dengan konstanta ajaib $c = \frac{1}{2}(5n-1)k + 2$, untuk n ganjil dan $c = \frac{5}{2}nk + 1$, untuk n genap.
2. Pelabelan dual dari Pelabelan TSAS Graf *Firecracker* $F_{n,k}$ adalah $\lambda'(x) = nk + 1 - \lambda(x)$, $\forall x \in V(F_{n,k})$ dan $\lambda'(xy) = 3nk - \lambda(xy)$, $\forall xy \in E(F_{n,k})$ konstanta ajaib $c' = \frac{1}{2}(5n+1)k$, untuk n ganjil dan $c' = \frac{5}{2}nk + 1$, untuk n genap.

Saran untuk penelitian lanjutan adalah menemukan pelabelan TSAS untuk graf *Firecracker* yang diperumum, yaitu graf *Firecracker* yang merupakan gabungan dari graf Star S_{k_i} , $i = 1, 2, \dots, n$ dan graf-graf gabungan. Karena pelabelan graf tidak tunggal, maka dimungkinkan untuk menemukan karakteristik dari himpunan kritis pada pelabelan graf ajaib.

Daftar Pustaka

- Enomoto, H., A.S.Llado, T. Nakamigawa, and G. Ringel., 1998, *Super Edge Magic Graph*, SUT Journal of Mathematics, Vol. 34, No. 2: 105-109.
- Figueroa-Centeno, R. M., Ichishima, R., dan Muntaner-Batlé, F. A., 2001, *The place of super edge-magic labelings among other classes of labelings*, Discrete Mathematics, Vol. 231, No. 1-3, pp. 153-168.
- Gallian J. A., 2013, *A Dynamic Survey of Graph Labelling-sixteen Edition*. Electronic Journal of Combinatorics. (<http://www.combinatorics.org/ojs/index.php/eljc/article/viewFile/DS6/pdf>). diakses tanggal 01 Oktober 2014.
- Kotzig, A dan Rosa, A., 1970. *Magic Valuations of Finite Graphs*. Canad. Math. Bull. Vol. 13: 451-461.
- Sedlacek, J., 1963. In: *Theory of Graphs and Its Applications*. Proc.Symp. Smolenice. Problems 27: 163-169.
- Stewart, B.M., 1966. *Magic Graph*. Canad. J. Math. Vol. 18: 1031-1059.
- Sudarsana, I.W., Noviana, S., Musdalifah dan Kasim., A.A., 2013, *Pelabelan Total Sisi Ajaib Super pada Gabungan Graf Bintang Ganda dan Lintasan*, Online Journal of Natural Science, Vol.2(1): 1-10.
- Wallis, W. D, Baskoro, E.T., Miller, M., dan Slamin 2000, *Edge Magic Total Labelings*, Australasian J. Combinatorics., Vol. 22: 177-190.

THE CONSERVATIVE UPWIND SCHEME FOR SIMPLE TRAFFIC FLOW MODEL

Putu Harry Gunawan^{1,2}

¹Industrial and Financial Mathematics Research Group, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

²Université Paris-Est, LAMA UMR8050, F-77454, Marne-la-Vallée, France.
Email: putu-harry.gunawan@u-pem.fr; putu.harry.gunawan@gmail.com

Abstrak

Tujuan penulisan artikel ilmiah ini adalah untuk mensimulasikan model arus lalu lintas (*Traffic flow model*), yaitu model perubahan kepadatan masa kendaraan pada saat lampu rambu lalu lintas berubah dari warna merah menjadi warna hijau. Model arus lalu lintas dapat ditulis dalam dua bentuk yaitu dalam *conservation form* dan *quasilinear form*. Diskritisasi dari persamaan pengatur model menggunakan skema *conservative upwind* dari metode volum hingga. Metode ini dikenal sebagai metode yang handal (*robust*) dalam menghitung masalah ketidakkontinuan atau diskontinu (*shock problems*). Hasil yang diperoleh dari skema *conservative* memperlihatkan adanya kesamaan hasil numerik dengan solusi analitik. Tingkat kekonvergenan skema *conservative* juga diperlihatkan berupa tabel diskrit L^1 error yang sekaligus menunjukkan kehandalan dari skema *conservative*.

Kata kunci: model arus lalu lintas, metode volum hingga, masalah diskontinu, simulasi, skema *conservative upwind*.

1. Introduction

Transport and tourism relationship has been subject of discussion in many literatures. The role of transportation in tourism industries becomes important. For instance, the information and the analysis of traffic problems are needed to increase the efficiency of complex interaction in tourism area. Some traffic problems such as how the traffic flow in a street, how to develop the traffic light system in a street, particularly in a cross-section and etc will be a very challenging problem for researchers. Two methods have been proposed to describe a traffic flow model, for instance see Haberman [1]. First model is a microscopic model where the model describes the movement of single vehicle-driver units. Here, the position and velocity of the vehicle are dynamic variables to describe the properties of the model. The second model is macroscopic model where the model describes the cars/vehicle as a density. In this model, the flow is introduced as speed of a traffic stream. In this research, we are interested in the second model of traffic flow model.

For a simple problem, the distribution of density of cars after traffic light has turned green becomes interesting (see Fig. 1). This problem allows us to study the conservation of mass over a control volume.

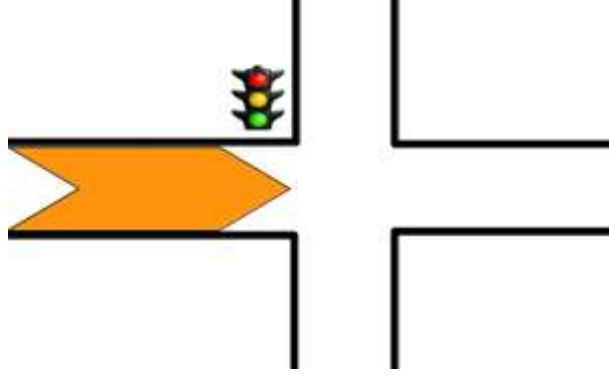


Figure 1: The Traffic Light Problem.

In this paper, we will study a simple model of traffic flow on the traffic light problem numerically and analytically. In particular, we present a mathematical model of a traffic flow after a traffic light turns green. The governing equation of the mass conservation of cars density is given as,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u(\rho))}{\partial x} = 0, \quad (1.1)$$

where ρ is the density of cars, $u(\rho)$ the velocity function depends on density, t the time and x the position variable. This equation is now a *nonlinear conservation law* since we have the flux $f(\rho) = \rho u(\rho)$ (see for instance LeVeque [2] and Toro [3] for more detail).

Various velocity functions $u(\rho)$ available in some literatures. For instance in Mattheij et. al. [3], the simple velocity function is given as

$$u(\rho) = u_{\max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right), \quad (1.2)$$

where u_{\max} and ρ_{\max} are maximum velocity and maximum density respectively. We can see clearly that in (1.2) the velocity reach zero when the density tends to the maximum. Contrary, with the density is tends to zero, the velocity reach the maximum speed.

Another form of governing equation can be written in the *quasilinear form* of the conservation law (1.1) by differentiating the flux function $f(\rho)$ as

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + f'(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad (1.3)$$

with

$$f'(\rho) = u_{\max} \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{\max}} \right). \quad (1.4)$$

As noted in LeVeque [2], we can easily determine the characteristics of the governing equation by the quasilinear form.

In order to solve the traffic flow model numerically, we introduce the conservative upwind scheme of finite volume method for approximating (1.1). This method is known as a robust scheme to compute the shock problem (LeVeque [2] and Toro [3]). For approximating the quasilinear equation (1.3), actually we can use the non-conservative

scheme of finite volume method. However, this scheme fails to converge to a weak solution of conservation law when the solution contains a shock wave (LeVeque [2]). This phenomenon is happened due to the fact that finite volume method is derived on the basis of the integral form of the conservation law. For instance, we can observe the discretization of Burgers' equation from conservative and non-conservative form described in LeVeque [2], Chapter 12.9. Therefore, to use the finite volume method for nonlinear scalar conservation law, the conservation form is very important.

This paper is organized as, the numerical discretization of the problem is presented in Section 2. Algorithm and numerical simulation are constructed in Section 3. Finally, in Section 4 the conclusions are drawn.

2. Numerical Discretization of The Problem

In this section, we will describe the discretization of (1.1) using the first-order conservative upwind scheme in space and time. Before we begin to discretize the equation (1.1), let's us derive the finite volume scheme form the full system within control volume in Fig. 2.

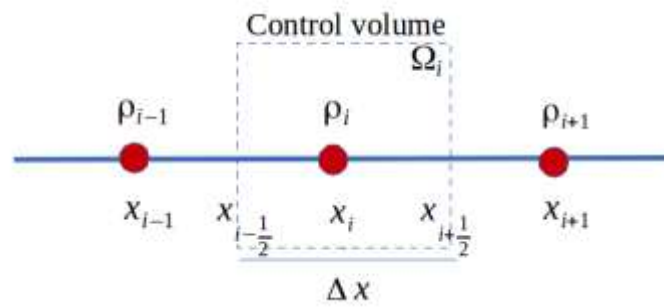


Figure 2: The control volume of density.

Now, we consider a grid of points $x_{i+\frac{1}{2}}, i \in \mathbb{Z}, \dots < x_{-\frac{1}{2}} < x_{\frac{1}{2}} < \dots$ and we define the cells and their lengths as Fig. 2,

$$\Omega_i = \left[x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}} \right] \quad \Delta x = x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}} > 0.$$

Here the space variable x is not depend on the time variable t , thus integrate the density $\rho(x, t)$ over a control volume Ω_i , we have

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \rho(x, t) dx &= \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \partial_t \rho(x, t) dx, \\ &= \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} -\partial_t (\rho(x, t) u(\rho(x, t))) dx, \\ &= -(\rho(x, t) u(\rho(x, t))) \Big|_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}}, \end{aligned}$$

$$= - \left(F_{x_{i+\frac{1}{2}}} - F_{x_{i-\frac{1}{2}}} \right),$$

where $F = \rho(x, t)u(\rho(x, t))$. Furthermore, we use the value ρ_i to approximate the average value over the i -th interval:

$$\rho_i \approx \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \rho(x, t) dx,$$

hence we have

$$\frac{d}{dt} \rho_i \approx \frac{d}{dt} \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \rho(x, t) dx = - \frac{\left(F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n \right)}{\Delta x}, \quad (2.1)$$

where Δx is the length of control volume. This equation is called a semi-discrete of Godunov scheme where the time remains continuous. Afterwards, we need to define the discretization in time. We shall define the discrete times by $t^n = n\Delta t$, $n \in \mathbb{N}$ where a constant time step is $\Delta t > 0$.

From the equation (1.2), we notice that the velocity function is always in positive value. Therefore it is easy to derive the conservative upwind scheme of (1.1) with (2.1) by

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\Delta t} + \frac{F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} = 0, \quad (2.2)$$

where

$$F_{i+\frac{1}{2}}^n = u \left(\rho_{i+\frac{1}{2}}^n \right) \rho_i^n, \quad (2.3)$$

$$\rho_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{\rho_i^n + \rho_{i+1}^n}{2}, \quad (2.4)$$

$$u \left(\rho_{i+\frac{1}{2}}^n \right) = u_{\max} \left(1 - \frac{\rho_{i+\frac{1}{2}}^n}{\rho_{\max}} \right). \quad (2.5)$$

The previous scheme is in the first-order discretization in space and time. In addition, here the grid space Δx is uniform along the discretization. The CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) condition for previous scheme is also not considered here, the readers are suggested to see LeVeque [2] and Mattheij et. al. [3] for more detailed.

3. Algorithm and Numerical Simulation

In this section, we present an algorithm of the conservative upwind scheme (2.3) – (2.6). Several steps are given in Algorithm 1. This algorithm is very easy and efficient due to our scheme is simple and straightforward satisfied the principle of mass conservation.

Algorithm 1

Step 1. Give the initial condition at $n=0$.

Step 2. Compute (2.3) for $F_{i+\frac{1}{2}}^n$.

Step 3. Compute (2.2) for ρ_i^{n+1} .

Step 4. Back to step 2 until the final time step.

In order to assess the numerical scheme, we present the numerical experiment (see Fig. 4) of a simple problem which can be found in Haberman [1]. Here we try to elaborate a numerical simulation with the initial condition of density as

$$\rho_{ini}(x) = \begin{cases} 2 & \text{cars/km if } x < 0 \\ 0 & \text{cars/km otherwise} \end{cases}, \quad (3.1)$$

within a domain $\Omega = [-10:10]$. Another parameters such as the maximum velocity $u_{\max} = 2$ km/hours and the maximum density $\rho_{\max} = 2$ cars/km are given. These initial conditions are in accordance with the physical meaning of equation (1.2). Here, we can confirm that the velocity reach zero when the density tends to the maximum that is $\rho_{\max} = 2$ cars/km. Moreover, the velocity will reach the maximum speed when there is no car.

In this simulation, the initial condition in (3.1) (where $t = 0$) gives the situation where the traffic light turns red. This situation is described as a shock density over a domain (see Fig. 3 green curve). This problem is also known as a Riemann problem with the Riemann initial data (Mattheij, et. al. [3]).

The analytical solution of this problem also can be found in Mattheij, et. al. [3] and we can rewrite based on initial condition (3.1) as

$$\rho_{analytic}(x,t) = \begin{cases} \rho_{\max} & \text{if } x/t < F'(\rho_{\max}) \\ \frac{1}{2}\rho_{\max}\left(1 - \frac{x}{u_{\max}t}\right) & \text{if } F'(\rho_{\max}) \leq x/t < F'(0) \\ 0 & \text{if } x/t < F'(0) \end{cases}. \quad (3.2)$$

This analytical solution describes the situation when the cars speed up after the traffic light has turned green.

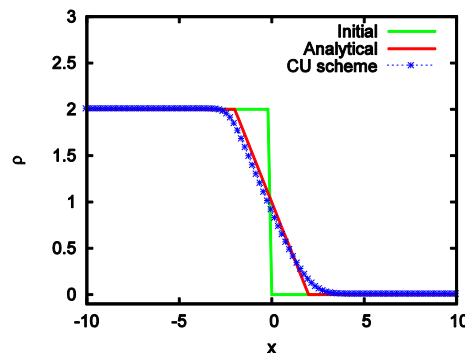


Figure 3: The density profile at initial ($t=0$) and final ($T=1$) time step using conservative upwind (CU) scheme.

In Fig. 3 with blue and red curves, the simulation of traffic flow after a traffic light turns green is presented. Here, we can observe that, the conservative upwind scheme (Fig. 3) gives nicely comparable approximation to the analytical solution. We can see clearly that

as soon as the light turn green, traffic reduces dense further ahead on the road. In this case, the density is decreasing during the green light. Moreover, the numerical simulation using conservative upwind scheme is in a good agreement with the analytical solution (3.2).

To assess the convergence and the robustness of conservative upwind numerical scheme, we present the discrete L^1 norm error and the convergence rate in Table 1. The L^1 norm error is calculated by

$$\|Error\|_{L^1} = \int_{\Omega} |\bar{\rho}(x, T) - \rho_{analytic}(x, T)| dx, \quad (3.3)$$

where $\bar{\rho}(x, T)$ is the piecewise continuous reconstruction on space-time domain of a numerical solution and $\rho_{analytic}(x, T)$ is the analytical solution (3.2) at final time T . We can observe clearly that the convergence rates at column 3 in Table 1 defined by

$$\alpha_j = \frac{\ln\left(\frac{\|Error_j\|_{L^1}}{\|Error_{j-1}\|_{L^1}}\right)}{\ln\left(\frac{Cells_j}{Cells_{j-1}}\right)}, \quad j = 2, 3, \dots, \quad (3.4)$$

are nicely increasing tends to one and the errors are decreasing along with the refine cells. Therefore, the conservative upwind scheme for the simulation of traffic flow after a traffic light turns green is a robust and accurate scheme.

Table 1. The discrete L^1 norm error and the rate of convergence at final time $T = 1$.

Cells	$\ Error\ _{L^1}$	α_j
50	0.823843	/
100	0.487099	0.758
200	0.286010	0.768
400	0.166288	0.782
800	0.095549	0.799

4. Conclusions

The conservative and non-conservative schemes for simulating the traffic flow model after a traffic light turns green is presented. The schemes are shown to be straightforward and easy. This scheme based on the finite volume method which is known as a robust scheme for shock problem. However, using conservative upwind scheme is more accurate than the non-conservative upwind scheme. The result of conservative upwind scheme is in a good agreement with the analytical solution. Moreover, the table of discrete L^1 norm error is constructed to assess the robustness and the convergence of the scheme.

References

- [1] R. Haberman. 1998. *Mathematical Models: Mechanical vibrations, population dynamics, and traffic flow*, volume 21. Siam.
- [2] R. J. LeVeque. 2002. *Finite volume methods for hyperbolic problems*, volume 31. Cambridge university press.
- [3] R. M. Mattheij, S. W. Rienstra, and J. H. ten Thije Boonkamp. 2005. *Partial differential equations: modeling, analysis, computation*. Siam.
- [4] E. F. Toro. 1999. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, volume 16. Springer.

MODEL REGRESI ANTARA WAKTU FERMENTASI TERHADAP KETEBALAN NATA DE SOYA

Uswatun Khasanah

Program studi pendidikan matematika, FKIP UAD, Yogyakarta
Uswatun.khasanah@pmat.uad.ac.id

Abstrak

Regresi ada yang berbentuk linear maupun non linear. Regresi non linear misalnya regresi polinomial, eksponensial, eksponensial khusus, geometri, dan logistik. Model matematis dari masing-masing jenis regresi dapat digunakan untuk melakukan estimasi. Penelitian ini bertujuan untuk menemukan suatu model regresi yang menyatakan keterhubungan antara waktu inkubasi terhadap ketebalan nata de soya.

Penelitian ini merupakan studi literatur dan dilanjutkan dengan pengambilan data melalui penelitian eksperimen. Penelitian eksperimen dilakukan dengan membuat *Nata de Soya*. Data yang diperoleh dianalisis menggunakan analisis regresi linear sederhana, polinomial yang dibatasi untuk yang berderajat dua, eksponensial, eksponensial khusus, geometri, dan logistik. Beberapa model matematis yang diperoleh selanjutnya dipilih model yang terbaik dengan metode PRESS.

Model yang didapat dari penelitian adalah $\hat{Y} = 0.648 + 0.0098 X$ untuk persamaan regresi linier sederhana, $\hat{Y} = -0.28901 + 0.14269 X - 0.00082 X^2$ untuk persamaan regresi parabola kuadrat, $\hat{Y} = (0.008)((1.603)^X)$ untuk persamaan regresi eksponensial, $\hat{Y} = (0.008)e^{0.2048X}$ untuk persamaan regresi eksponensial khusus, dan $\hat{Y} = (0.00144)X^{2.8887}$ untuk persamaan regresi geometri. Berdasarkan analisis dengan metode PRESS, model regresi terbaik antara waktu fermentasi dengan ketebalan *nata de soya* adalah model regresi parabola kuadrat dengan persamaan

$$\hat{Y} = -0.28901 + 0.14269 X - 0.00082 X^2$$

Kata kunci : model regresi, waktu fermentasi, ketebalan nata de soya

1. Pendahuluan

Pada saat ini hampir seluruh bidang matematika telah berkembang dengan pesat baik teori maupun penerapannya dengan wawasan yang luas dan penggunaannya di berbagai sector. Sebagian besar pengembangan dilakukan di perguruan tinggi terutama yang menyangkut aspek teoritis, sedangkan pengembangan terapan banyak dilakukan di bidang industri. Oleh karena itu perguruan tinggi disamping melaksanakan pendidikan dan pengajaran matematika, juga berperan dalam mengembangkan matematika baik secara teoritis maupun aplikasinya (Yudiari, 2008:1).

Penerapan rumus-rumus matematika dalam situasi nyata tidak dapat dilakukan begitu saja secara langsung. Untuk memahami suatu fenomena alam perlu diperoleh suatu pernyataan kuantitatif yang dapat menunjukkan hubungan besaran-besaran yang terdapat dalam fenomena tersebut. Selaman hubungan kuantitatif ini belum diperoleh, maka tidak

banyak diketahui mengenai fenomena tersebut. Hubungan kuantitatif hanya dapat diperoleh melalui pemodelan matematika (Yudiari, 2008).

Model matematika adalah dekripsi dari verifikasi suatu fenomena yang dicoba/ diperoleh dengan menggunakan kaedah-kaedah/ bahasa matematika. Model matematika terdiri dari himpunan-himpunan besaran-besaran/ kuantitatif terobservasi dan relasi yang terdapat dalam suatu fenomena. Fenomena yang akan dipahami/ dijelaskan disebut system dan matematika yang digunakan beserta interpretasinya dalam konteks pada system disebut model matematika. Besaran dalam model matematika ada dua besaran kuantitatif yaitu variable dan parameter yang dikaitkan dalam suatu relasi, seperti persamaan, ketaksamaan dan lain-lain.

Penerapan model matematika ini banyak ditemui dalam berbagai bidang, misalnya bidang perekonomian, fisika, biologi, industry, dan lain-lain. Indonesia adalah salah satu Negara yang sebagian masyarakatnya bekerja dalam bidang industri rumah tangga. Salah satunya adalah industri pembuatan nata. Nata dapat dibuat dari berbagai macam bahan baku, yaitu air kelapa, limbah cair tepung tapioca, dan limbah cair tahu. Nata yang berasal dari air kelapa disebut *nata de coco*, nata yang berasal dari limbah cair tepung tapioca disebut *nata de cassava*, dan nata dari limbah cair tahu disebut *nata de soya*.

Nata de soya merupakan salah satu alternatif pemanfaatan limbah cair tahu menjadi bahan baku industry. Menurut Darsono (2007) Limbah cair tahu dapat dimanfaatkan menjadi produk *nata de soya*. Menurut Rindit Pambayun (2002) limbah cair tahu mempunyai peluang ekonomis dan potensi gizi yang baik bila diolah menjadi produk nata de soya. Pengembangan usaha pembuatan *nata de soya* perlu dilakukan guna mengatasi pencemaran lingkungan di wilayah pemukiman sekaligus dapat meningkatkan pendapatan keluarga pengrajin nata de soya.

Nata adalah biomassa yang sebagian besar terdiri dari selulosa berbentuk agar dan berwarna putih. Massa ini berasal dari pertumbuhan bakteri asam cuka (*Acetobacter xylinum*) pada permukaan media cair yang asam dan mengandung gula. Menurut Gana Trimansyah (2007:3) tanda awal tumbuhnya bakteri nata dapat dilihat dari keruhnya media cair yang digunakan (limbah cair tahu/ whey tahu) setelah difermentasi selama 24 jam pada suhu kamar (28-30°C). Setelah 39-48 jam, lapisan tipis yang tembus cahaya mulai terbentuk di permukaan media dan cairan di bawahnya semakin jernih. Pertumbuhan *Acetobacter Xylinum* dipengaruhi oleh berbagai faktor, misalnya tingkat keasaman medium, suhu fermentasi, lama fermentasi, sumber nitrogen, sumber karbon, konsentrasi bibit (starter). (<http://www.scribd.com/doc/25950862/Seminar-Kimia>). Menurut Alaban (1962), faktor utama yang mempengaruhi pembentukan nata de soya adalah sumber gula, suhu inkubasi, tingkat keasaman medium, lama inkubasi dan aktivitas bakteri. Hal-hal yang mempengaruhi pertumbuhan bakteri *Acetobacter Xylinum* juga mempengaruhi ketebalan dari *nata*. Semakin lama waktu fermentasi, maka semakin tebal *Nata De Soya*, meskipun waktu fermentasi tersebut mempunyai batas waktu optimum.

Berdasarkan penuturan pengrajin *Nata de Soya*, jika waktu fermentasi sudah optimum dan *nata* tidak segera dipanen maka *nata* akan ditumbuhi jamur. Para pengrajin *nata* juga tidak dapat memprediksi ketebalan *nata* pada waktu t , sehingga para pengrajin harus membuka tutup koran untuk mengetahui ketebalan *nata* dan itu bisa menyebabkan *nata* tercemar mikroba pengganggu. Untuk itu perlu diketahui model matematis dari keterhubungan waktu fermentasi terhadap ketebalan *Nata de Soya* dan waktu optimum fermentasi *Nata de Soya*.

Menurut Darmajana, D.A. (2004) Ada faktor lain yang mempengaruhi pembentukan nata adalah factor ketinggian media dibandingkan ketinggian tempat. Berdasarkan penelitian yang dilakukan Darmajana dengan menggunakan variasi ketinggian terhadap tinggi wadah inkubasi yaitu $1/3$, $1/2$ dan $2/3$ menyatakan bahwa nata de soya paling tebal pada perlakuan $2/3$ dari tinggi wadah inkubasi dalam waktu 12 hari.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Irmala, Shantika(2011), diperoleh Bentuk model matematis keterhubungan waktu fermentasi terhadap ketebalan *Nata de Soya* adalah $Y = c \frac{X}{d + X}$ dalam beberapa kadar berat gula. Model matematika yang diperoleh

Model adalah $Y = 1.185 \frac{X}{X - 6.116}$ untuk model matematis keterhubungan waktu fermentasi terhadap ketebalan *Nata de Soya* konsentrasi gula 100gr/ liter, $Y = 13.514 \frac{X}{X - 1}$ untuk model matematis keterhubungan waktu fermentasi terhadap

ketebalan *Nata de Soya* konsentrasi gula 50gr/ liter, $Y = 50 \frac{X}{X + 0.007}$ untuk model matematis keterhubungan waktu fermentasi terhadap ketebalan *Nata de Soya* konsentrasi gula 70gr/ liter, $Y = 13.699 \frac{X}{X - 1.356}$ untuk model matematis keterhubungan waktu

fermentasi terhadap ketebalan *Nata de Soya* konsentrasi gula 20gr/ liter. Penelitian ini belum menentukan model terbaik dari beberapa regresi, hanya menentukan model regresi dengan transformasi $X_1 = 1/X$ dan $Y_1 = 1/Y$. Oleh karena itu perlu ditentukan model regresi terbaik antara waktu inkubasi dengan ketebalan *nata de soya*.

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang ada dapat diidentifikasi sebagai berikut

1. Pembentukan nata dipengaruhi oleh beberapa faktor baik berupa penambahan nutrisi atau keadaan lingkungan.
2. Semakin baik pertumbuhan bakteri maka semakin tebal nata yang diperoleh
3. Terdapat hubungan antara ketinggian media, kadar gula, waktu inkubasi terhadap tingkat ketebalan nata.
4. Pelaku industri belum mengetahui waktu optimum fermentasi agar hasil naya de soya baik.

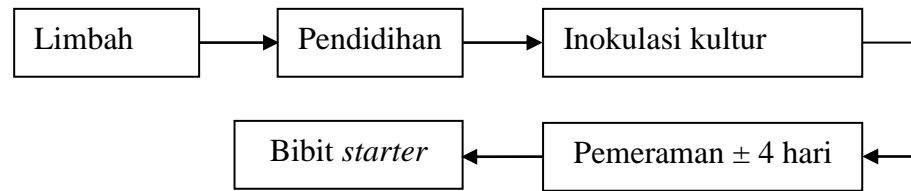
Berdasarkan latar belakang dan identifikasi masalah di atas, maka dapat dirumuskan suatu masalah bagaimana model regresi yang menyatakan keterhubungan antara waktu fermentasi terhadap pertambahan ketebalan nata de soya. Adapun Tujuan penelitian ini adalah untuk menemukan suatu model regresi terbaik yang menyatakan keterhubungan antara waktu fermentasi terhadap pertambahan ketebalan nata de soya.

2. Metodologi Penelitian

Peralatan yang digunakan dalam penelitian ini antara lain :Toples, sebagai media fermentasi *Nata de Soya*;Nester, digunakan untuk mengukur tebal lempengan *Nata de Soya*; koran, untuk menutup permukaan toples yang berisi media *Nata de Soya* yang sedang difermentasi; karet ban, digunakan untuk mengikat koran penutup toples; kertas HVS dan isolasi; bahan (limbah tahu, gula, ZA, garam Inggris, Cuka).

Adapun Metode pengumpulan datanya adalah

- a. Studi Literatur
- b. Pengambilan Data
Data diambil dengan menggunakan penelitian eksperimen. Penelitian eksperimen yang dilakukan adalah pembuatan nata dari limbah tahu dengan konsentrasi gula yang berbeda, kemudian dibuat model matematikanya.
- c. Desain Percobaan
(1) Pembuatan *starter*



Gambar 1. Langkah-langkah Pembuatan Starter

(2) Penyiapan media fermentasi

Variabel X adalah waktu fermentasi dan variabel Y adalah ketebalan nata de soya.

Menuang media fermentasi yang telah disiapkan ke dalam toples sampai ketinggian 2/3 dari ketinggian toples yang digunakan untuk penelitian. Selanjutnya toples diamati setiap hari, kemudian dicatat pertambahan ketebalan nata. Data yang telah diperoleh pada penelitian kemudian di masukan ke dalam instrument penelitian seperti tampak pada Tabel 1

Tabel 1. Instrumen ketebalan Nata de Soya

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ketebalan(mm)														

(3) Pembentukan model regresi

(4) Pemilihan model terbaik dengan metode PRESS

Menurut Sembiring R K (1995 : 210) salah satu tujuan pembentukan model ialah untuk prediksi, dan salah satu patokan prediksi yang baik ialah bila prediksi dengan nilai yang diprediksi sama atau hampir sama. Allen (1974) mengusulkan penggunaan semua pengamatan, kecuali yang ke i , untuk memprediksikan respon i , Y_i , kemudian kuadratkan selisih antara Y_i dengan prediksinya dan lantas jumlahkan untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Metode ini disebut *PRESS* singkatan dari *Prediction Sum of Squares*. Lambang $PRESS_p$ menyatakan bahwa model dengan p parameter yang digunakan. Bila \hat{Y}_i menyatakan prediksi dari y_i tanpa mengikutsertakan pengamatan ke i , $(Y_i, X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip})$, maka

$$PRESS_p = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Model yang baik adalah yang menghasilkan $PRESS_p$ yang kecil dalam kelompok p parameter.

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan Pengumpulan data diperoleh ketebalan nata de soya dari hari pertama sampai hari ke 10 sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil Pengamatan Ketebalan Nata de Soya

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ketebalan(mm)	0	0	0	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5

Berdasarkan analisis data diperoleh model-model regresi yaitu

Tabel 3. Model Regresi Antara Waktu Fermentasi dengan Ketebalan Nata de Soya

NO	NAMA MODEL	MODEL REGRESI
1	Regresi Linear Sederhana	$\hat{Y} = 0.648 + 0.0098 X$
2	Regresi Parabola Kuadrat	$\hat{Y} = -0.28901 + 0.14269 X - 0.00082 X^2$
3	Regresi Eksponensial	$\hat{Y} = (0.008)((1.603)^X)$
4	Regresi Eksponensial Khusus	$\hat{Y} = (0.008)e^{0.2048X}$
5	Regresi Geometrik	$\hat{Y} = (0.00144)X^{2.8887}$
6	Regresi Logistik	$\hat{Y} = \frac{1}{(0.3375)(1.603)^X}$

Berdasarkan 6 model di atas, selanjutnya dipilih yang terbaik, yaitu yang memiliki $\sum((Y_i - \hat{Y}_i)^2)$ terkecil. Adapun hasil $\sum((Y_i - \hat{Y}_i)^2)$ dari tiap-tiap model adalah sebagai berikut

Tabel 4. Rangkuman Analisis Metode PRESS

NO	NAMA MODEL	$\sum((Y_i - \hat{Y}_i)^2)$
1	Regresi Linear Sederhana	3.356
2	Regresi Parabola Kuadrat	0.075
3	Regresi Eksponensial	26.804
4	Regresi Eksponensial Khusus	9.713
5	Regresi Geometrik	3.783
6	Regresi Logistik	15.746

Berdasarkan Tabel 4 di atas maka diperoleh model regresi terbaik antara waktu fermentasi dengan ketebalan *nata de soya* adalah model regresi parabola kuadrat dengan persamaan

$$\hat{Y} = -0.28901 + 0.14269 X - 0.00082 X^2$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas model regresi terbaik antara waktu fermentasi dengan ketebalan *nata de soya* adalah model regresi parabola kuadrat dengan persamaan

$$\hat{Y} = -0.28901 + 0.14269 X - 0.00082 X^2$$

Daftar Pustaka

- Alaban(1962).(<http://www.scribd.com/doc/25950862/Seminar-Kimia>).
- Darmajana,D.A. 2004. Pengaruh Ketinggian Media dan Waktu Inkubasi Terhadap Beberapa Karakteristik Fisik Nata De Soya, *Prosiding Seminar Nasional Rekayasa Kimia dan Proses*, Balai Pengembangan Teknologi Tepat Guna- LIPI
- Irmala, Shantika. 2011. *Model Matematis Keterhubungan Waktu fermentasi Terhadap Ketebalan Nata de Soya*, UAD

- Simatupang, T.M., 1994. *Pemodelan Sistem*. Studi Manajemen Jurusan Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung.
- Sujadi, D., *Metode Pembuatan Nata de Soya dari Limbah Tahu*,
- Sulistyo, dkk. 2007. Pembuatan Nata dari Limbah Cair Tahu dengan Menggunakan Molase sebagai Sumber Karbon *Acetobacter xylinum*, *Skripsi*, Jurusan Teknik Kimia, Fakultas Teknik, Universitas Sebelas Maret, Surakarta..
- Lestari, S.D. 2007. Pengaruh Penambahan Infus Kacang Kedelai dan Molase Terhadap Produk Nata de Soya, *Skripsi*, Jurusan biologi, Fakultas MIO, Universitas Ahmad Dahlan.
- Yudiari. 2008. *Pemodelan Matematika*. Program Studi Matematika, FMIOA, Universitas Ahmad Dahlan.

PERBANDINGAN SOLUSI MODEL GERAK ROKET DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAM- BASHFORD

Kusbudiono¹, Kosala Dwidja Purnomo², Nuril Afandi³

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, kusbudiono@unej.ac.id

²Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, kosaladp@gmail.com

³Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

Abstrak

Roket merupakan sebuah pesawat sejenis sistem propulsi yang membawa bahan bakar sendiri dan oksigennya dengan memiliki kecepatan yang tinggi. Pada saat terbang di udara, roket banyak mengalami gaya hambat yang disebabkan oleh angin yang terjadi pada bagian sirip dan sayap roket. Selain gaya hambat tersebut, gaya gravitasi juga menghambat gerakan roket untuk mencapai jarak horisontal, ketinggian, dan kecepatan tertentu. Tujuan pertama dari penelitian ini adalah menyelesaikan solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford. Tujuan kedua dari penelitian ini adalah membandingkan hasil penyelesaian model gerak roket menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford. Tujuan ketiga dari penelitian ini adalah menganalisis profil model gerak roket yang diselesaikan dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford. Hasil analisis simulasi menunjukkan bahwa metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford sama-sama metode yang baik untuk menyelesaikan model gerak roket yang dilihat dari hasil perhitungan yang telah dilakukan. Tetapi dari segi waktu komputasi, metode Runge-Kutta orde empat lebih cepat dari metode Adam-Bashford.

Kata kunci: roket, metode Runge-Kutta, metode Adam-Bashford.

1. Pendahuluan

Roket merupakan sebuah pesawat sejenis sistem propulsi yang membawa bahan bakar sendiri dan oksigennya dengan memiliki kecepatan yang tinggi. Pada saat terbang di udara, roket banyak mengalami gaya hambat yang disebabkan oleh angin yang terjadi pada bagian sirip dan sayap roket. Selain gaya hambat tersebut, gaya gravitasi juga menghambat gerakan roket untuk mencapai jarak horisontal, ketinggian, dan kecepatan tertentu. Persamaan gerak roket secara deterministic dapat diturunkan kedalam bentuk system persamaan differensial non linier sehingga lebih mudah untuk diselesaikan secara numeric.

Terdapat beberapa metode penyelesaian persamaan tersebut salah satunya adalah metode Runge Kutta (Order 4) dan Adam-Bashford. Permasalahan pertama dari penelitian ini adalah bagaimana menyelesaikan persamaan tersebut secara numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford. Masalah kedua adalah bagaimana perbandingan hasil penyelesaian model gerak roket menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford. Sedangkan tujuan dari penelitian ini adalah menganalisis profil model gerak roket yang diselesaikan dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford.

2. Metode Penelitian

Untuk mendapatkan solusi numerik dan mengetahui profil gerak roket dilakukan beberapa langkah, yaitu menyelesaikan model gerak roket yang akan diselesaikan secara numerik menggunakan metode RK4 dan Adam-Bashford, setelah itu dilakukan pembuatan program dari solusi numerik yang telah didapatkan. Langkah selanjutnya melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter untuk gaya dorong (F), gaya hambat sayap (C_m) dan sirip roket (C_n), serta sudut terbang roket (γ). Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil gerak roket dengan metode RK4 dan Adam-Bashford.

3. Hasil dan Pembahasan

Gerakan suatu roket balistik dapat dianggap sebagai gerakan roket dengan lintasan dua dimensi. Roket yang diteliti adalah roket yang digunakan untuk penelitian atmosfer dengan memiliki beberapa parameter yang akan digunakan dalam perhitungan untuk menyelesaikan model gerak roket. Dalam tugas akhir ini arah lintasan roket dan sumbu roket diasumsikan berimpit, sehingga sudut serang dapat diabaikan. Berdasarkan asumsi-asumsi yang telah ditentukan, maka persamaan gerak roket dapat ditulis sebagai bentuk sistem persamaan diferensial biasa yaitu sebagai berikut [1]:

$$\frac{ds}{dt} = v \cos \gamma \quad (1)$$

$$\frac{dh}{dt} = v \sin \gamma \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F - H}{m_0} - g \sin \gamma \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{g \cos \gamma}{v} \quad (4)$$

$$\frac{dm_0}{dt} = -M \quad (5)$$

model gerak roket diatas diselesaikan dengan 2 skema yaitu metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford, kemudian dilakukan simulasi program dari kedua metode tersebut. Berikut ini merupakan nilai parameter roket yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan gerak roket yang disajikan pada Tabel 2 berikut [1]:

Tabel 1. Nilai Parameter Roket

Struktur Roket	Lambang	Nilai
Diameter roket	D	0,26 m
Luas penampang roket	A	1,349 m ²
Massa awal roket	m_0	91 kg
Massa struktur roket	m_c	35 kg
Massa propelan roket	m_p	41 kg
Massa beban guna	m_b	15 kg
Gaya dorong	F	3450 N
Gaya hambat sirip	C_n	0,003
Gaya hambat sayap	C_m	0,0079
Waktu pembakaran propelan	t_i	2,2 detik

Kondisi batas adalah kondisi roket pada saat propelan atau bahan bakar habis terbakar. Kondisi ini tercapai apabila massa roket sama dengan massa struktur roket dan massa beban guna roket. Massa beban guna merupakan massa peralatan yang dianggap konstan selama penerbangan roket. Sehingga massa awal roket (m_0) berubah menjadi massa akhir roket (m_u) yang meliputi massa struktur roket (m_c) dan massa beban guna roket (m_b). Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$m_u = m_c + m_b$$

Setelah pembakaran selesai, besar gaya dorong sama dengan nol dan roket mengalami terbang bebas sampai jatuh ke tanah.[1].

3.1 Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta merupakan metode numerik yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi yang lebih tinggi. Secara umum metode Runge-Kutta dapat dituliskan:

$$x_{i+1} = x_i + \phi(t_i, x_i, \Delta x)\Delta x$$

dengan $\phi(t_i, x_i, \Delta x)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval Δx . Bentuk umum dari fungsi pertambahan adalah:

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + \dots + a_n k_n = \sum_{j=1}^n a_j k_j$$

Metode Runge-Kutta orde empat memberikan ketelitian yang akurat dibandingkan dengan metode-metode Runge-Kutta sebelumnya. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode ini mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x$$

dengan:

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}\Delta x, x_i + \frac{1}{2}\Delta x k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{1}{2}\Delta x, x_i + \frac{1}{2}\Delta x k_2\right)$$

$$k_4 = f(t_i + \Delta x, x_i + \Delta x k_3)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa nilai k mempunyai hubungan yang berurutan. Nilai k_1 muncul dalam persamaan k_2 , yang keduanya juga muncul dalam persamaan k_3 dan seterusnya. Hubungan berurutan inilah yang membuat metode Runge-Kutta menjadi efisien [2].

3.2 Metode Adam-Bashford-Moulton

Nilai fungsi $f(t, x(t))$ didekati dengan menggunakan polinomial interpolasi kuadratik yang melalui titik-titik berabsis t_{k-2}, t_{k-1} dan t_k , sehingga diperoleh rumus

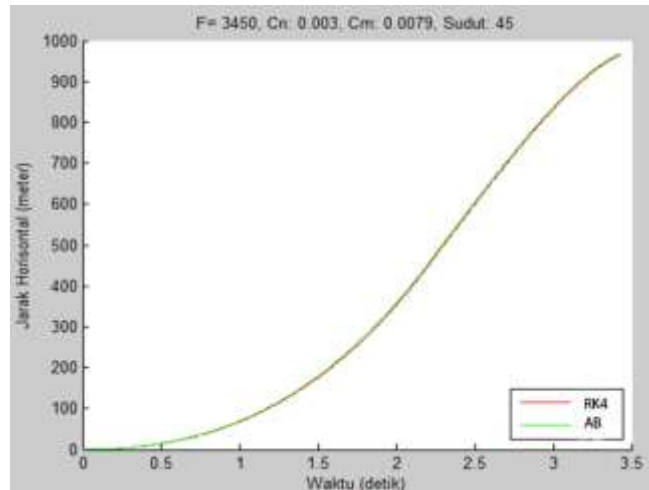
$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{12}(23f(t_k, x_k) - 16f(t_{k-1}, x_{k-1}) + 5f(t_{k-2}, x_{k-2})) \text{ untuk } k = 2, 3, 4, \dots$$

Pada metode ini galat hampiran adalah $O(h^3)$. Untuk menggunakan metode ini diperlukan tiga nilai awal x_0, x_1 dan x_2 . Oleh karena yang diketahui $x_0 = x(t_0)$, nilai-nilai x_1 dan x_2 perlu dihitung dengan menggunakan metode lain yang memiliki galat hampiran pada

akhir setiap langkah $O(h^m)$ dengan h merupakan ukuran langkah (Δt), m merupakan order dari metode dan nilai $m \geq 3$, misalnya metode Runge-Kutta order empat.

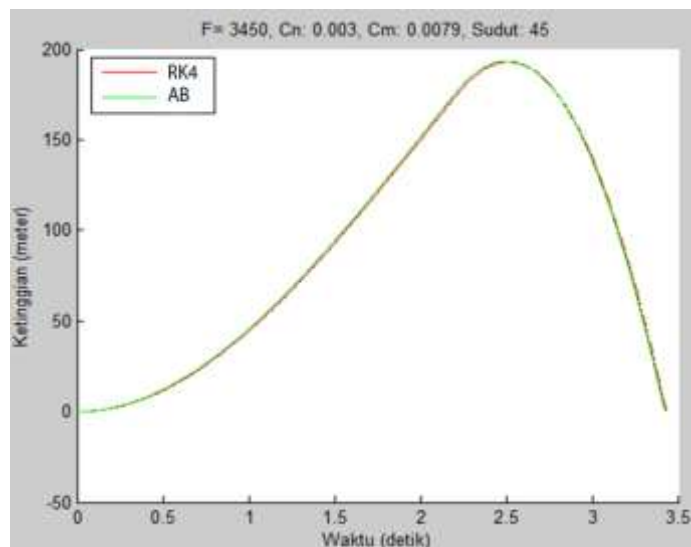
3.3 Simulasi dan Hasil

Simulasi penyelesaian persamaan dilakukan untuk nilai dari parameter-parameter yaitu F , C_n , C_m , dan γ adalah 3450; 0,003; 0,0079; dan 45. Berikut ini adalah hasil numeric penyelesaian persamaan tersebut yang ditampilkan dalam bentuk grafik:



Gambar 1. Grafik Perubahan Jarak Horizontal Roket Terhadap Waktu

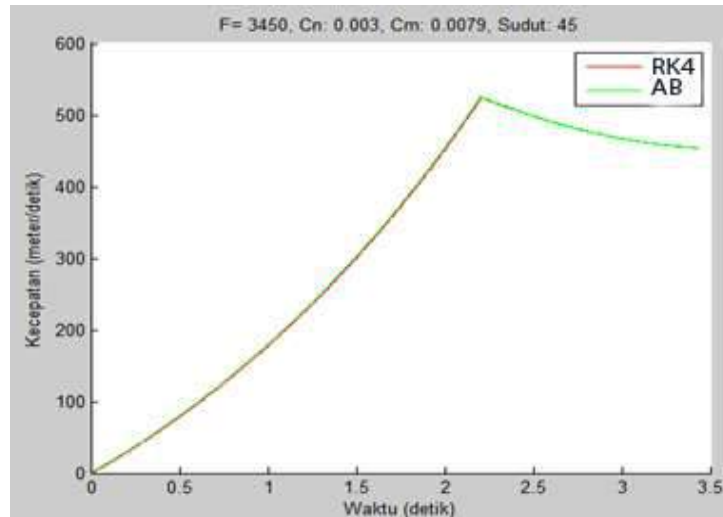
Gambar 1. menjelaskan profil jarak jangkauan horisontal yang dicapai roket. Jarak horisontal maksimal yang diperoleh metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford adalah 967,7572 m pada saat 3,44 detik dan 967,6263 m pada saat 3,425 detik. Grafik metode Adam-Bashford mengalami perubahan naik turun yang signifikan dan metode Runge-Kutta orde empat tidak mengalami perubahan naik turun sampai roket menyentuh tanah.



Gambar 2. Grafik Perubahan Ketinggian Roket Terhadap Waktu

Dari Gambar 2. terlihat bahwa profil ketinggian yang dicapai roket pada setiap waktu. Ketinggian maksimal yang diperoleh menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford adalah 192,8189 m pada saat 2,51 detik dan 193,3857 m pada

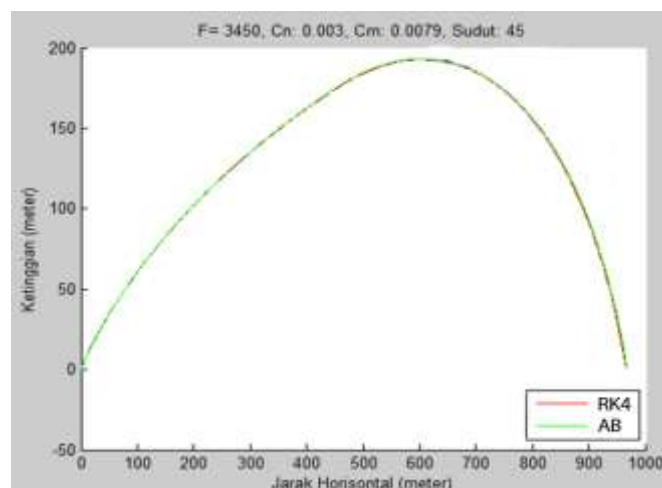
saat 2,504 detik. Grafik metode Runge-Kutta orde empat tidak mengalami perubahan naik turun dan metode Adam-Bashford mengalami perubahan yang signifikan sampai roket menyentuh tanah.



Gambar 3. Grafik Perubahan Kecepatan Roket Terhadap Waktu

Sedangkan dari Gambar 3. terlihat profil kecepatan roket berdasarkan tiap waktu. Kecepatan maksimal roket yang diperoleh dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford adalah 524,3287 m/s pada saat $t = 2,21$ detik dan 524,9446 m/s pada saat $t = 2,201$ detik. Grafik yang ditunjukkan metode Runge-Kutta orde empat mengalami perubahan yang stabil atau tidak mengalami perubahan naik turun. Sedangkan grafik yang ditunjukkan metode Adam-Bashford mengalami ketidakstabilan atau naik turun yang signifikan mulai dari 2,2 detik (saat pembakaran selesai) sampai roket menyentuh permukaan tanah.

Berikutnya dijelaskan sebuah lintasan gerak roket yang disajikan dalam grafik lintasan dua dimensi yaitu sumbu x merupakan jarak horisontal dan sumbu y merupakan ketinggian yang dicapai roket. Grafik lintasan yang diperoleh dengan metode Runge-Kutta orde empat, posisi roket mencapai ketinggian maksimal pada saat 2,51 detik dengan mencapai jarak horisontal 603,7 m. Sedangkan grafik yang diperoleh metode Adam-Bashford, posisi roket mencapai ketinggian maksimal pada saat 2,504 detik dengan mencapai jarak horisontal 605,8 m. Grafik lintasan roket dengan nilai parameter tertentu dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Grafik Lintasan Roket

Analisis hasil simulasi menggunakan metode RK4 dan Adam-Bashford menunjukkan bahwa. Pada profil model gerak roket dengan metode RK4 dan Adam-Bashford tidak terlihat perbedaan yang signifikan dari hasil estimasi perhitungan program. Selisih hasil estimasi antara metode RK4 dengan Adam-Bashford untuk model gerak roket secara keseluruhan hampir sama hasil estimasinya. Dari analisis tersebut dapat dilihat bahwa perbedaan antara kedua metode sangat kecil yaitu hampir mendekati nol. Hal ini dimungkinkan dari solusi numerik antara RK4 dan Adam-Bashford hampir sama.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil simulasi diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

- a. Dari hasil analisis selisih estimasi perhitungan program dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford, kedua metode ini tidak terlihat perbedaan yang signifikan. Selisih hasil estimasi antara metode Runge-Kutta orde empat dengan Adam-Bashford untuk model gerak roket secara keseluruhan hampir sama hasil estimasinya. Dari analisis tersebut dapat dilihat bahwa perbedaan antara kedua metode sangat kecil yaitu hampir mendekati nol. Hal ini dimungkinkan dari solusi numerik antara Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford hampir sama. Untuk mengetahui metode yang baik antara metode Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford dalam menyelesaikan model gerak roket tidak dapat ditentukan dikarenakan model gerak roket tidak dapat diselesaikan secara analitik atau tidak mempunyai solusi eksak. Sehingga perbandingan metode antara Runge-Kutta orde empat dan Adam-Bashford tidak dapat ditentukan dari selisih hasil pendekatan solusi numerik dengan solusi analitiknya.
- b. Hasil simulasi menggunakan metode RK4 dan Adam-Bashford menunjukkan bahwa:
 - 1) Semakin besar nilai gaya dorong (F), maka jarak horisontal, ketinggian, dan kecepatan yang dicapai roket semakin besar.
 - 2) Semakin besar nilai gaya hambat sirip dan gaya hambat sayap, maka jarak horisontal semakin besar, sedangkan ketinggian dan kecepatan yang dicapai roket semakin kecil.

Daftar Pustaka

- [1] Sembiring, T. (2000). Perbandingan Solusi Metode Runge-Kutta dan Metode Adams Bashforth Moulton dalam Persamaan Gerak Roket. [serial online]. *Majalah LAPAN*. 2 (4): 178-185.
- [2] Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Universitas Gadj Mada.

PENGEMBANGAN SENI DAN TEKNIK DESAIN RELIEF BENDA-BENDA INDUSTRI KERAJINAN ONYX DENGAN BANTUAN KURVA HERMIT, BEZIER, DAN NATURAL

Kusno

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember
Jl. Kalimantan No. 37 Jember

Abstrak

Penelitian ini dimaksudkan untuk mengevaluasi kekontinyuan dan mengimplementasikan formula permukaan parametrik untuk mendesain relief permukaan (datar ataupun lengkung) benda onyx. Tahapan penelitian meliputi beberapa kegiatan berikut: (a) mengevaluasi beberapa bentuk keping permukaan parametrik terdefinisi dari kurva Hermit, Bezier, dan natural dari potongan kerucut; (b) menyambung kontinyu order 0, 1, dan 2 antar kurva/permukaan untuk desain relief ke arah vertikal dan horisontal; (c) simulasi desain relief kontinyu arah sembarang pada bidang datar atau lengkung, dan (d) simulasi desain relief benda. Hasilnya, diperoleh formula permukaan parametrik untuk mendesain benda onyx beserta kondisi kekontinyuan untuk penggabungan permukaan antar komponen benda tersebut.

1. Pendahuluan

Di wilayah Tulumagung selatan telah banyak dikembangkan penghasil produk industri benda-benda onyx dan marmer untuk pangsa pasar domestik maupun ekspor. Jumlah industri pada saat ini telah mencapai sekitar 1000 pengrajin dengan 50 pengrajin diantaranya termasuk industri kelas menengah bermodalkan diatas 100 juta rupiah, sedangkan 950 pengrajin lainnya, dalam kelompok industri kecil bermodalkan dibawah 100 juta rupiah. Dari kelompok pertama, terdapat sekitar 10 pengrajin bermodalkan diatas satu milyar dan 6 pengrajin diantaranya, telah mampu menghasilkan benda onyx dan marmer untuk pasar ekspor. Bahkan telah dikembangkan juga teknik pemasaran dan pemesanan benda onyx melalui media Web bersamaan dengan benda-benda kerajinan lain produk nasional untuk keperluan memperluas pasar (<http://indonetwork.co.id/mailto.html>). Secara umum, benda-benda hasil produksinya dapat digolongkan dalam 2 (dua) jenis, yaitu produk *benda pakai dan barang aksesoris*. Namun dengan terus berkembangnya jumlah pengrajin tersebut, justru mengakibatkan daya jual dan harga jual benda-benda tersebut di pasaran domestik ataupun ekspor menjadi melemah. Masalah utamanya adalah umumnya produk yang mereka hasilkan polanya masih tetap, belum diimbangi dengan peningkatan kualitas seni dan diversifikasi/inovasi bentuk benda yang dibutuhkan oleh pelanggan baik dari aspek tingkat kesimetrian, keserasian, dan variasi model maupun dari aspek ragam jenis ukuran barang yang ditawarkan.

Teknik desain dan fabrikasi benda onyx dan marmer daerah Besole masih manual. Cara mendesain bentuk benda sebelum difabrikasi, kebanyakan dilakukan dengan menduplikasi (mencontoh) benda yang sudah ada atau mengikuti model yang dipesan oleh pelanggan. Jika pengrajin menginginkan model baru untuk pemasaran di *stand*

mereka, proses pembuatannya banyak dilakukan dengan cara *trial and error* (tanpa desain) atau teknik *mal*, yaitu dengan cara simulasi kertas dibeber di lantai kemudian digulung tegak untuk membentuk bendanya. Dampak negatifnya adalah hasil fabrikasi barang pesanan dimaksud sering salah bentuk atau salah ukuran sehingga harus diproduksi kembali. Dengan demikian biaya fabrikasi teknik *trial and error* ternyata lebih mahal, karena banyak menimbulkan kesalahan (resiko) fabrikasi, membutuhkan ekstra waktu dan tenaga untuk proses produksi. Selain itu dengan desain teknik *mal*, pengrajin sering gagal melakukan kontrak ekspor atau pengiriman hasil produksinya setelah sampai di pemesan terpaksa harus ditolak, karena ukuran model benda tidak sesuai dengan pesanan pembeli. Oleh karena itu untuk melakukan perbaikan dan inovasi bentuk benda dimaksud, maka perlu dilakukan kegiatan riset pengembangan.

Diskusi dan target dari penelitian ini secara umum dapat dikategorikan ke dalam 4 (empat) kegiatan berikut. Pertama, mengevaluasi beberapa bentuk keping permukaan terdefinisi dari kurva Hermit, Bezier, dan natural dari potongan kerucut. Kedua, menyambung kontinyu order 0, 1, dan 2 antar kurva/permukaan untuk desain relief ke arah vertikal dan horisontal. Ketiga, simulasi desain relief kontinyu arah sembarang pada bidang datar atau lengkung. Keempat, simulasi desain relief benda.

2. Metodologi Penelitian

Metode penelitian untuk pengembangan seni dan teknik desain relief benda-benda industri kerajinan onyx dengan bantuan kurva Hermit, Bezier, dan natural secara garis besar dilakukan dalam tiga tahap. Pertama, mengevaluasi aspek aplikatif permukaan parametrik terdefinisi dari kurva Hermit, Bezier, dan natural. Kedua, memformulasikan penyambungan kontinyu order 0, 1, 2 antar permukaan Hermit-Bezier. Ketiga, mensimulasikan geometrik kedua hasil analisis tersebut dengan bantuan komputer.

3. Hasil dan Pembahasan

Evaluasi Permukaan Terdefinisi dari Kurva Hermit, Bezier, dan Natural

Pada bagian ini, kita evaluasi beberapa bentuk permukaan parametrik yang terdefinisi dari kurva Hermit dan Bezier, khususnya untuk tipe kurva kubik Hermit dan kubik Bezier. Studi ini dimaksudkan untuk mendapatkan formula permukaan yang simpel dan praktis untuk desain relief permukaan benda onyx. Sehubungan dengan keperluan ini, pertama didefinisikan formula matematik kurva kubik Hermit dan Bezier. Kedua, disajikan bentuk permukaan parametrik hasil kombinasi/interpolasi kurva Hermit-Bezier-Natural. Ketiga, dievaluasi penggunaan praktis dari formula permukaan dimaksud.

Kurva Hermit kubik dalam bentuk penyajian parametrik didefinisikan sebagai (Mortenson 1985, Kusno 2007 dan 2009):

$$\mathbf{H}(u) = \mathbf{H}(0) H_1(u) + \mathbf{H}(1) H_2(u) + \mathbf{H}^u(0) H_3(u) + \mathbf{H}^u(1) H_4(u) \quad (1)$$

dengan

$$\begin{aligned} H_1(u) &= 2u^3 - 3u^2 + 1; & H_2(u) &= -2u^3 + 3u^2; \\ H_3(u) &= u^3 - 2u^2 + u; & H_4(u) &= u^3 - u^2 \text{ dan } 0 \leq u \leq 1, \end{aligned}$$

sedangkan kurva Bezier kubik didefinisikan dalam bentuk:

$$\mathbf{C}_3(u) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{P}_i B_i^3(u) \quad (2)$$

harga $B_i^3(t) = C_i^3 (1-t)^{3-i} \cdot t^i$ dan $C_i^3 = \frac{3!}{3!(3-i)!}$ dengan $0 \leq u \leq 1$ dan data titik kontrol

$[\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3]$ ditetapkan. Dari dua jenis kurva parametrik tersebut, selanjutnya kita

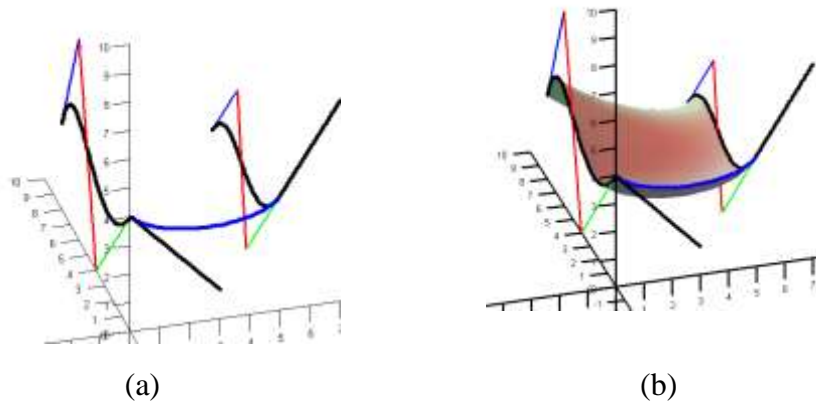
perkenalkan dan diskusikan bentuk formula baru permukaan parametrik $S(u,v)$ terdefinisi dari kombinasi antara formula kurva persamaan (1), (2), dan kurva potongan kerucut dalam arah parameter u dan v .

a) Permukaan Kubik Hermit-Bezier

Sepanjang arah parameter u permukaan $S(u,v)$ didefinisikan oleh kurva Hermit kubik $q(u)$ dari bentuk persamaan (1), sedangkan sepanjang kedua kurva batas permukaan kearah parameter v didefinisikan oleh kurva Bezier kubik $B_{31}(v)$ dan $B_{32}(v)$. Vektor singgung dari kurva Hermit di titik sepanjang masing-masing kurva batas permukaan, dipilih konstan $H^u(0)$ dan $H^u(1)$. Permukaan ini dirumuskan dalam bentuk (Gambar 1):

$$S(u,v) = B_{31}(v) H_1(u) + B_{32}(v) H_2(u) + H^u(0) H_3(u) + H^u(1) H_4(u) \quad (3)$$

dengan $0 \leq u, v \leq 1$.



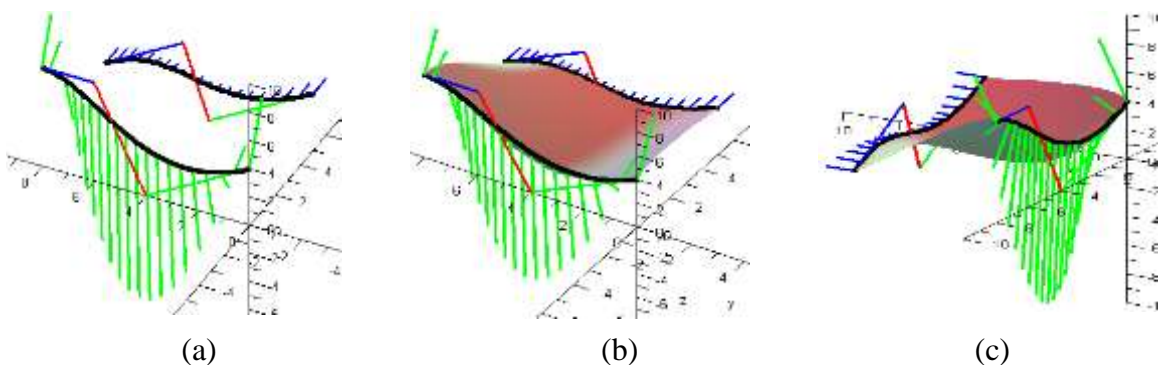
Gambar 1. Model Permukaan Kubik Hermit-Bezier

b) Permukaan Kubik Hermit-Bezier Vektor Singgung Bentuk Hermit

Sepanjang arah parameter u permukaan $S(u,v)$ didefinisikan oleh kurva Hermit kubik dalam bentuk persamaan (1), sedangkan sepanjang kedua kurva batas permukaan kearah parameter v didefinisikan oleh kurva Bezier kubik $B_{31}(v)$ dan $B_{32}(v)$ dengan vektor singgung di titik sepanjang masing-masing kurva batas permukaan dipilih bentuk kurva Hermit kubik $H_{31}(v)$ dan $H_{32}(v)$. Permukaan ini dirumuskan sebagai (contoh Gambar 2):

$$S(u,v) = B_{31}(v) H_1(u) + B_{32}(v) H_2(u) + H_{31}(v) H_3(u) + H_{32}(v) H_4(u) \quad (4a)$$

dengan $0 \leq u, v \leq 1$.



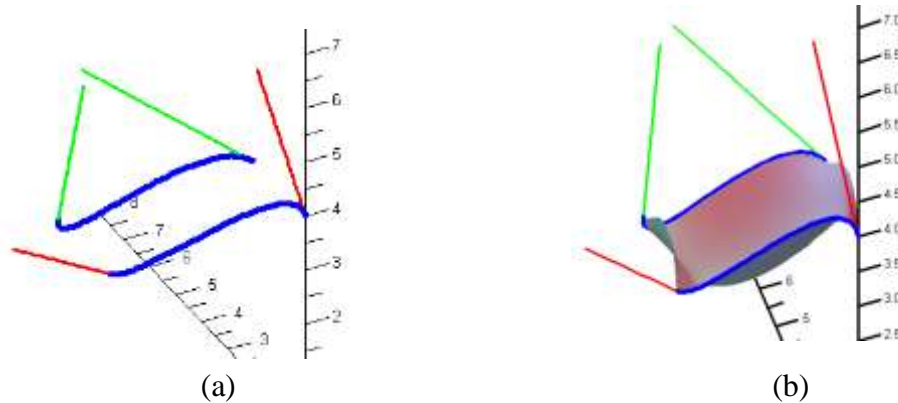
Gambar 2 Permukaan Kubik Hermit-Bezier Vektor Singgung Kurva Hermit

c) Permukaan Kubik Hermit- Hermit Vektor Singgung Bentuk Bezier

Sepanjang arah parameter u permukaan $S(u,v)$ didefinisikan oleh kurva Hermit kubik dan sepanjang kedua kurva batas permukaan kearah parameter v didefinisikan juga oleh kurva Hermit kubik $H_{31}(v)$ dan $H_{32}(v)$ bentuk persamaan (1) dengan vektor singgung di titik sepanjang kedua kurva batas permukaan dipilih bentuk kurva Bezier kubik $B_{31}(v)$ dan $B_{32}(v)$. Permukaan ini dirumuskan dalam bentuk (contoh Gambar 3):

$$S(u,v) = H_{31}(v) H_1(u) + H_{32}(v) H_2(u) + B_{31}(v) H_3(u) + B_{32}(v) H_4(u) \quad (4b)$$

dengan $0 \leq u, v \leq 1$.



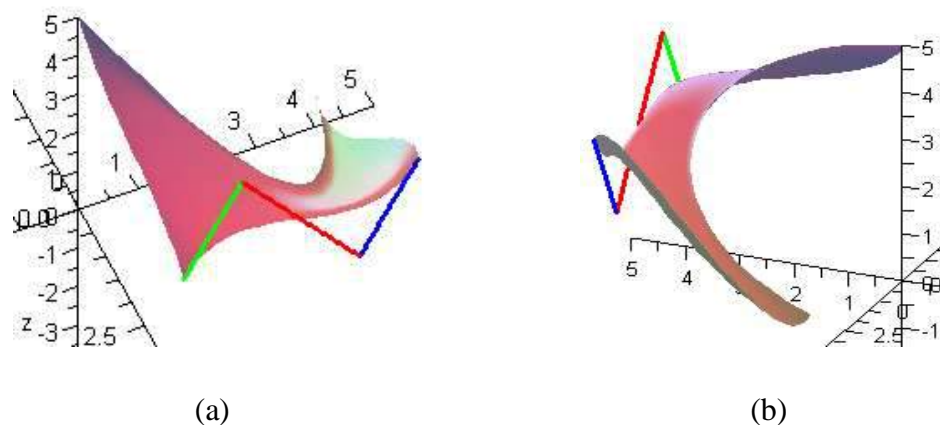
Gambar 3 Permukaan Kubik Hermit-Hermit Vektor Singgung Kurva

d) Permukaan Kubik Bezier-Hermit

Sepanjang arah parameter u permukaan $S(u,v)$ didefinisikan oleh Bezier kubik dalam bentuk persamaan (2), sedangkan sepanjang kedua kurva batas permukaan kearah parameter v didefinisikan oleh kurva kubik Hermit $H_{31}(v)$ dan $H_{32}(v)$ sebagai (contoh Gambar 4):

$$S(u,v) = H_{31}(v) \cdot (1-u)^3 + 3 P_1 \cdot (1-u)^2 \cdot u + 3 P_2 \cdot (1-u) \cdot u^2 + H_{32}(v) \cdot u^3 \quad (5)$$

dengan $0 \leq u, v \leq 1$.



Gambar 4. Contoh permukaan Kubik Bezier-Hermit

e) Permukaan Terdefinisi dari Kurva Kubik Hermit dan Potongan Kerucut

Sepanjang arah parameter u permukaan $S(u,v)$ didefinisikan oleh kurva Hermit kubik dalam bentuk persamaan (1), sedangkan sepanjang kedua kurva batas permukaan kearah parameter v didefinisikan oleh kurva potongan kerucut $K_1(v)$ dan $K_2(v)$ dengan vektor singgung dari kurva Hermit di titik sepanjang masing-masing kurva batas permukaan dipilih

$$1). K(v) = [K_2(v) - K_1(v)]$$

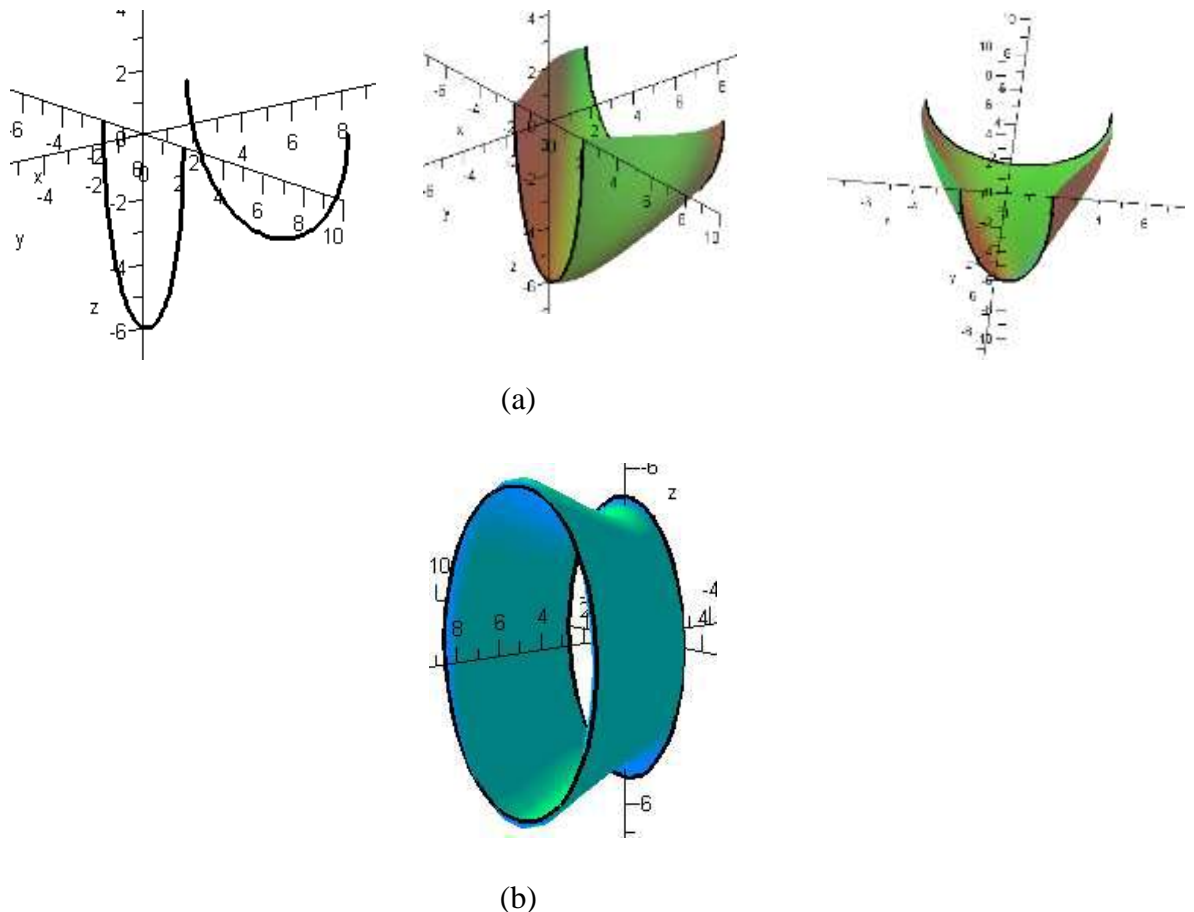
$$2). K_3(v) = [K_1(v) - \mathbf{a}] \text{ dan } K_4(v) = [\mathbf{b} - K_2(v)] \text{ dengan } \mathbf{a} \text{ dan } \mathbf{b} \text{ masing-masing dipilih vektor yang posisi dan arahnya menurut sumbu simetri dari kedua kurva potongan kerucut tersebut.}$$

Masing-masing permukaan selanjutnya dirumuskan berikut ini (Gambar 5):

$$S(u,v) = K_1(v) H_1(u) + K_2(v) H_2(u) + \tau_1 K(v) H_3(u) + \tau_2 K(v) H_4(u) \quad (6a)$$

$$S(u,v) = K_1(v) H_1(u) + K_2(v) H_2(u) + \tau_1 K_3(v) H_3(u) + \tau_2 K_4(v) H_4(u) \quad (6b)$$

dan $0 \leq u, v \leq 1$ dengan τ_1 dan τ_2 dipilih berharga real.



Gambar 5. Permukaan Terdefinisi dari Kurva Kubik Hermit dan Potongan Kerucut

Secara umum, potongan/keping permukaan $S(u,v)$ bentuk (a) memberikan kemudahan dalam pemodelan permukaan benda ke arah menyamping (datar) dengan model kecekungan (kecembungan) tunggal ke arah tegak (muka/belakang). Jelasnya,

bentuk permukaan benda dapat dimodelisasi melalui bantuan pemilihan titik-titik kontrol kurva Bezier yang telah tersedia pada kurva batas $\mathbf{B}_{31}(v)$ dan $\mathbf{B}_{32}(v)$ permukaan $\mathbf{S}(u,v)$.

Di lain pihak, keping $\mathbf{S}(u,v)$ bentuk (b) dan (c) lebih memberikan fleksibilitas dalam desain permukaan benda ke arah samping, muka, belakang ataupun vertikal. Hal ini dikarenakan kedua permukaan tersebut dapat memberikan fasilitas dalam pemilihan titik-titik kontrol pengubah bentuk permukaan benda maupun dalam operasi kekontinyuan penggabungan komponen-komponen benda. Lebih lanjut kurva-kurva $\mathbf{B}_{31}(v)$, $\mathbf{B}_{32}(v)$, $\mathbf{H}_{31}(v)$ dan $\mathbf{H}_{32}(v)$ dapat ditukar tempatkan pada fungsi basis $H_1(u)$, $H_2(u)$, $H_3(u)$, dan $H_4(u)$ dari permukaan $\mathbf{S}(u,v)$ guna memudahkan operasi pemodelan benda onyx. Walaupun tersedian titik kontrol, permukaan jenis (d) memiliki kelemahan dasar dalam hal perlakuan pemodelan permukaan ke arah parameter u , yaitu bentuk permukaan yang didapat cenderung sulit diprediksi. Adapun permukaan jenis (e), memberikan kemudahan dalam pemodelan komponen tepian benda yang umumnya berbentuk/bersifat potongan kerucut. Oleh sebab itu dalam penelitian ini kita tertarik untuk menerapkan bentuk (b), (c), dan (e) guna pemodelan benda onyx. Berikut kita pelajari kondisi kontinyu untuk ketiga jenis permukaan tersebut.

Penyambungan Kontinyu Order 0, 1, 2 antar Permukaan Hermit-Bezier

Misalkan dua keping permukaan $\mathbf{S}(u,v)$ dari jenis (b), (c), atau (e). Selanjutnya dibahas penggabungan berdekatan antar ketiga jenis permukaan tersebut dalam dua kategori berikut. Pertama, uji kontinyu parametrik (kemulusan) antara 2 (dua) keping berdekatan berarah sama (tidak melipat). Kedua, uji kontinyu antar beberapa permukaan $\mathbf{S}(u,v)$. Uraian detailnya sebagai berikut.

Kekontinyuan Parametrik Arah Vertikal dan Horizontal

Kekontinyuan Permukaan Tipe (b)

Misalkan dua keping permukaan $\mathbf{S}^I(u,v)$ dan $\mathbf{S}^{II}(u,v)$ dari bentuk (b) seperti diperlihatkan dalam Gambar 6 dengan

$$\mathbf{B}_{31}(v) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{P}_i B_i^3(v) \quad (7a)$$

$$\mathbf{B}_{32}(v) = \sum_{i=0}^3 \mathbf{q}_i B_i^3(v) \quad (7b)$$

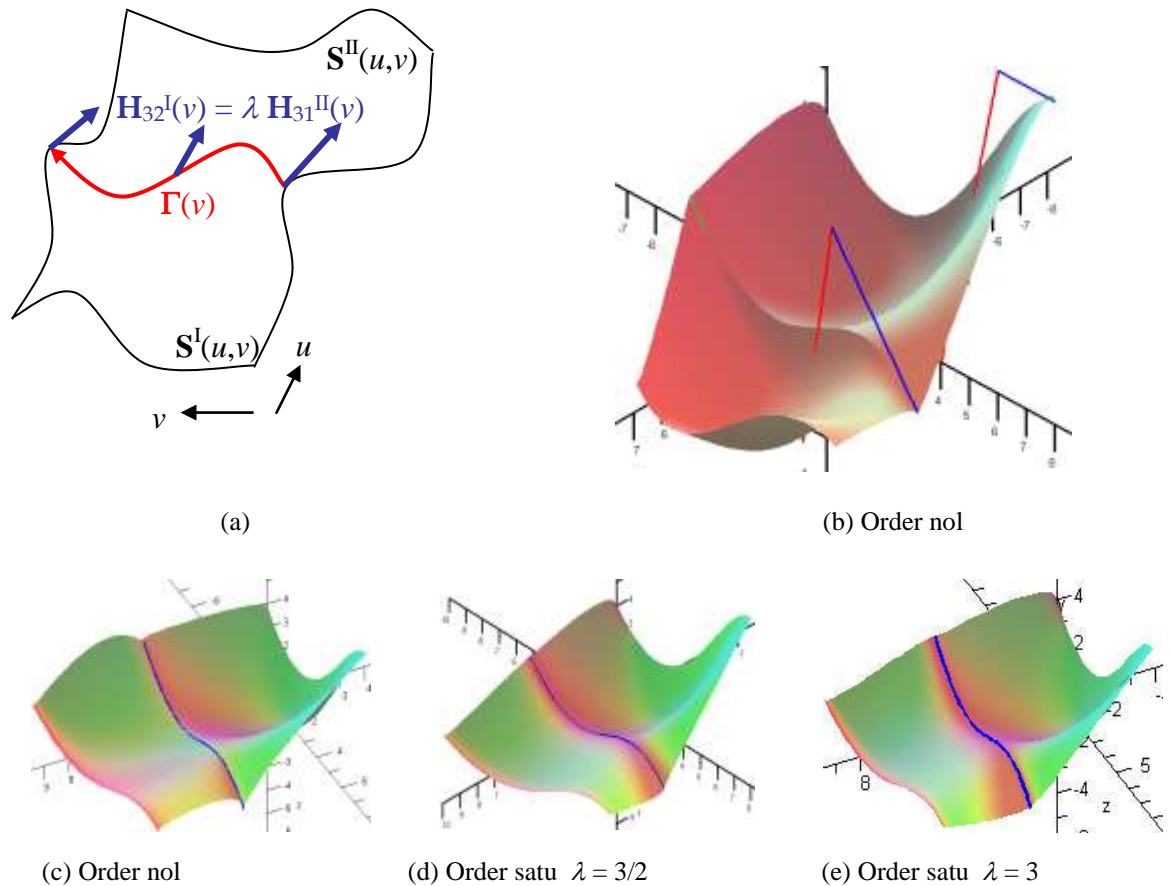
dan $0 \leq v \leq 1$. Kedua keping bergabung kontinyu parametrik order nol sepanjang $0 \leq v \leq 1$, jika keduanya memiliki secara tunggal kurva persekutuan $\Gamma(v)$ dalam interval $0 \leq v \leq 1$, yaitu:

$$\begin{aligned} \Gamma(v) &= \mathbf{S}^I(1,v) = \mathbf{S}^{II}(0,v), \text{ yaitu} \\ \mathbf{B}_{32}^I(v) &= \mathbf{B}_{31}^{II}(v) \text{ atau } \mathbf{q}_i^I = \mathbf{P}_i^{II} \text{ untuk } i = 0,1,2,3. \end{aligned} \quad (8)$$

Kedua keping bergabung kontinyu order satu sepanjang $\Gamma(v)$, selain telah dipenuhi order nol, jika keduanya memenuhi (Gambar 6b)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{S}^I(1,v)}{\partial u} &= \lambda \frac{\partial \mathbf{S}^{II}(0,v)}{\partial u} \text{ atau } S^{Iu}(1,v) = \lambda S^{IIu}(0,v), \text{ yaitu:} \\ \mathbf{H}_{32}^I(v) &= \lambda \mathbf{H}_{31}^{II}(v) \end{aligned} \quad (9)$$

dalam interval $0 \leq v \leq 1$ dengan λ dipilih berharga real (konstan) atau dapat juga berupa fungsi real $\lambda(v)$.

Gambar 6. Penyambungan ke Arah Parameter u

Di lain pihak, kedua keping bergabung kontinu order nol sepanjang parameter u dan $0 \leq u \leq 1$ (Gambar 7), jika kurva $\Gamma(u)$ memenuhi $\Gamma(u) = \mathbf{S}^I(u,1) = \mathbf{S}^{II}(u,0)$, yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{31}^I(1) &= \mathbf{B}_{31}^{II}(0) \text{ atau } \mathbf{P}_n^I = \mathbf{P}_0^{II} \\ \mathbf{B}_{32}^I(1) &= \mathbf{B}_{32}^{II}(0) \text{ atau } \mathbf{q}_n^I = \mathbf{q}_0^{II} \\ \mathbf{H}_{31}^I(1) &= \mathbf{H}_{31}^{II}(0) \\ \mathbf{H}_{32}^I(1) &= \mathbf{H}_{32}^{II}(0). \end{aligned} \quad (10)$$

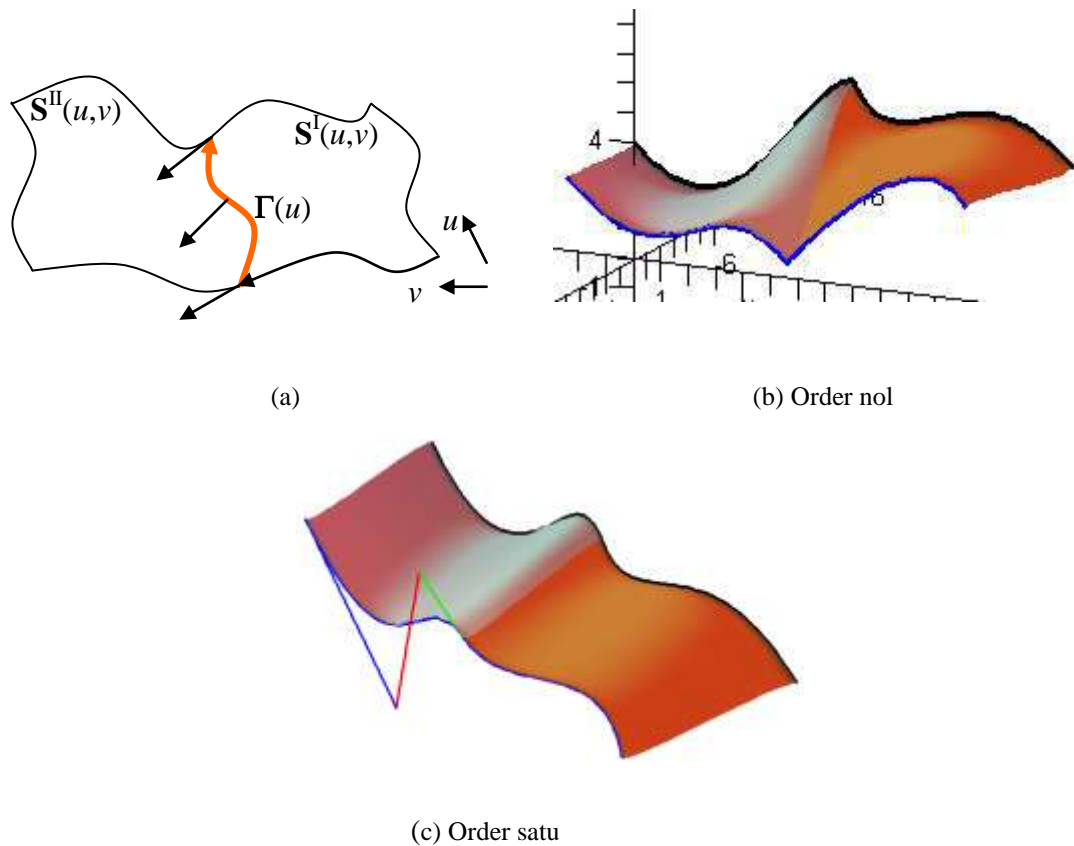
Kedua permukaan bergabung kontinu order satu, jika dipenuhi juga kondisi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{S}^I(u,1)}{\partial v} &= \lambda \frac{\partial \mathbf{S}^{II}(u,0)}{\partial v}, \text{ yaitu:} \\ \mathbf{B}_{31}^{Iv}(1) &= \lambda \mathbf{B}_{31}^{IIv}(0) \text{ atau } (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_2)^I = \lambda (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)^{II}; \\ \mathbf{B}_{32}^{Iv}(1) &= \lambda \mathbf{B}_{32}^{IIv}(0) \text{ atau } (\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)^I = \lambda (\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_0)^{II}; \\ \mathbf{H}_{31}^{Iv}(1) &= \lambda \mathbf{H}_{31}^{IIv}(0); \\ \mathbf{H}_{32}^{Iv}(1) &= \lambda \mathbf{H}_{32}^{IIv}(0); \end{aligned} \quad (11)$$

dalam interval $0 \leq u \leq 1$ dengan λ berharga real. Adapun kedua permukaan bergabung menjadi kontinu parametrik order 2, jika dalam interval $0 \leq u \leq 1$ dipenuhi juga kondisi

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{31}^{Ivv}(1) &= \lambda \mathbf{B}_{31}^{IIvv}(0) \text{ atau } (\mathbf{P}_3 - 2\mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_1)^I = \lambda (\mathbf{P}_2 - 2\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_0)^{II} \\ \mathbf{B}_{32}^{Ivv}(1) &= \lambda \mathbf{B}_{32}^{IIvv}(0) \text{ atau } (\mathbf{q}_3 - 2\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_1)^I = \lambda (\mathbf{q}_2 - 2\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_0)^{II} \\ \mathbf{H}_{31}^{Ivv}(1) &= \lambda \mathbf{H}_{31}^{IIvv}(0); \\ \mathbf{H}_{32}^{Ivv}(1) &= \lambda \mathbf{H}_{32}^{IIvv}(0); \end{aligned} \quad (12)$$

dengan λ berharga real.

Gambar 7. Penyambungan ke Arah Parameter v **Kekontinyuan Permukaan Tipe (c)**

Misalkan dua keping permukaan $S^I(u,v)$ dan $S^{II}(u,v)$ dari bentuk (c) dengan kurva batas $B_{31}(v)$ dan $B_{32}(v)$ dari bentuk persamaan (7). Kedua keping bergabung kontinyu order nol dalam arah parameter v seperti diperlihatkan dalam Gambar 4.8a, jika keduanya memiliki secara tunggal kurva persekutuan $\Gamma(v)$ dalam interval $0 \leq v \leq 1$, yaitu:

$$\begin{aligned} \Gamma(v) &= S^I(1,v) = S^{II}(0,v) \\ H_{32}^I(v) &= H_{31}^{II}(v). \end{aligned} \quad (13)$$

Keduanya bergabung kontinyu order satu sepanjang $\Gamma(v)$, jika terpenuhi juga

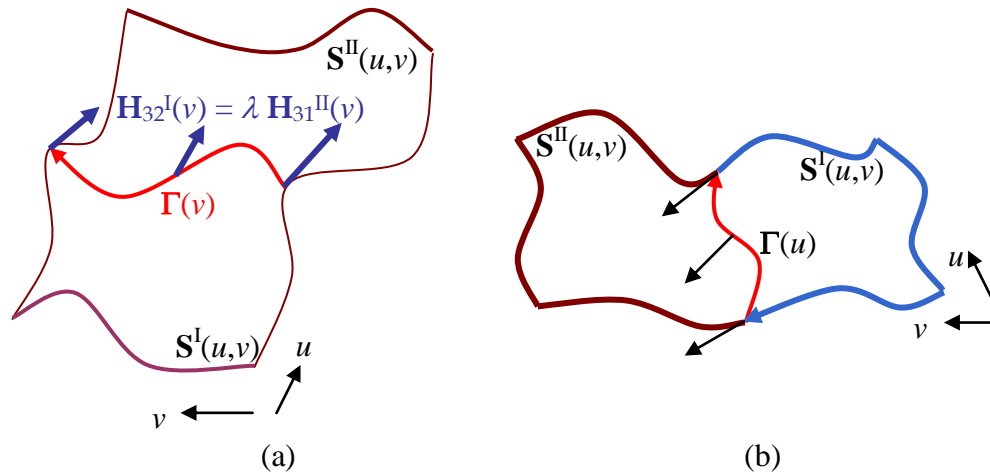
$$B_{32}^I(v) = B_{31}^{II}(v) \quad (14)$$

dalam interval $0 \leq v \leq 1$.

Di lain pihak, kedua keping bergabung kontinyu order nol pada arah parameter u (Gambar 8b), jika keduanya memiliki secara tunggal kurva persekutuan $\Gamma(v)$ dan $0 \leq v \leq 1$, yaitu:

$$\begin{aligned} \Gamma(u) &= S^I(u,1) = S^{II}(u,0) \\ \text{atau} \quad H_{31}^I(1) &= H_{31}^{II}(0) \quad \text{dan} \quad P_n^I = P_0^{II} \\ H_{32}^I(1) &= H_{31}^{II}(0) \quad q_n^I = q_0^{II}. \end{aligned} \quad (15)$$

Seperti kasus C^1 dan C^2 pada keping permukaan jenis (b), keduanya bergabung kontinyu order satu dan dua sepanjang $\Gamma(v)$, jika koefisien-koefisien bentuk aljabar kedua keping permukaan tersebut identik seperti bentuk persamaan-persamaan (11) dan (12).



Gambar 8. Kekontinyuan Parametrik Order Satu

Kekontinyuan Permukaan Tipe (e)

Misalkan dua keping permukaan parametrik $S^I(u,v)$ dan $S^{II}(u,v)$ dari bentuk (e) yang dinyatakan dalam persamaan (6). Pada arah parameter u , kedua keping bergabung kontinyu order nol C^0 sepanjang kurva persekutuan $\Gamma(v)$ apabila dipenuhi kondisi

$$\Gamma(v) = K_2^I(v) = K_1^{II}(v) \quad (16)$$

dalam interval $0 \leq v \leq 1$. Keduanya juga kontinyu parametrik C^1 , jika dipenuhi kondisi:

a). Tipe permukaan persamaan (6a)

$$K^I(v) = \lambda K^{II}(v) \quad (17a)$$

b). Tipe permukaan persamaan (6a)

$$K_4^I(v) = \lambda K_3^{II}(v). \quad (17a)$$

Kekontinyuan Geometrik Orde-1 pada Titik Persekutuan

Misalkan 3 (tiga) permukaan regular Kubik Hermit-Bezier atau Kubik Hermit-Hermit $S^I(u,v)$, $S^{II}(u,v)$, dan $S^{III}(u,v)$ dari bentuk persamaan (4) saling bergabung berdekatan dengan masing-masing kurva persekutuan batasnya $\Gamma_1(v)$, $\Gamma_2(v)$, dan $\Gamma_3(v)$ dari jenis kurva Hermit di titik persekutuannya P_0 (Gambar 9a). Maka seperti dalam kasus penggabungan antar dua permukaan Bezier berdekatan (Liu 1990, Du 1990, dan Hui 1999), kondisi kontinyu geometrik orde 1, yaitu KG^1 , dari pasangan permukaan $[S^I(u,v), S^{II}(u,v)]$, $[S^{II}(u,v), S^{III}(u,v)]$, dan $[S^{III}(u,v), S^I(u,v)]$ tersebut yang memenuhi kontinyu order nol pada masing-masing kurva batas $\Gamma_1(v)$, $\Gamma_2(v)$, dan $\Gamma_3(v)$ adalah

$$\alpha_1 S^{Iu}(1,v) + \beta_1 S^{IIu}(0,v) + \gamma_1 \Gamma_1^v(v) = 0 \quad (18)$$

$$\alpha_2 S^{IIu}(1,v) + \beta_2 S^{IIIu}(0,v) + \gamma_2 \Gamma_2^v(v) = 0$$

$$\alpha_3 S^{IIIu}(1,v) + \beta_3 S^{Iu}(0,v) + \gamma_3 \Gamma_3^v(v) = 0.$$

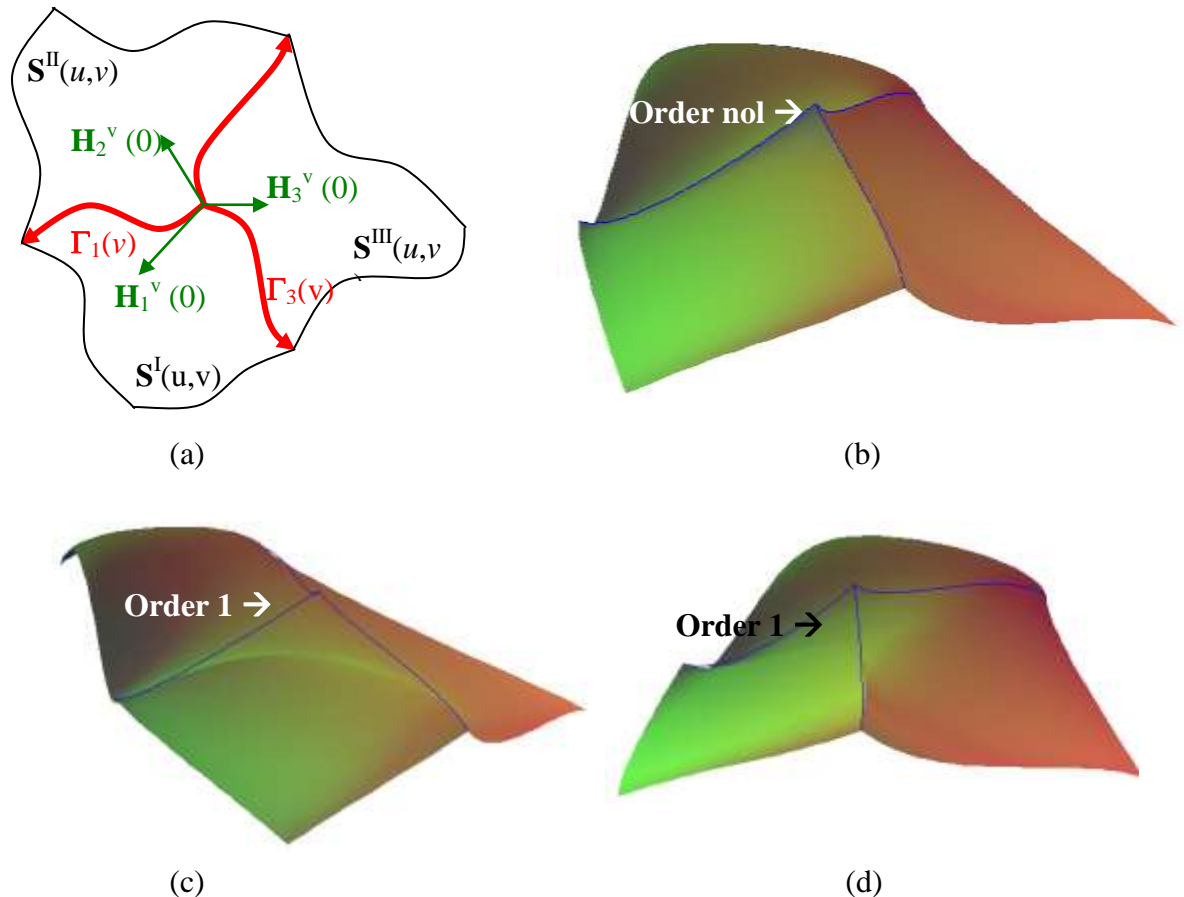
dengan α_j , β_j , dan γ_j merupakan skalar real dengan $j = 1, 2, 3$. Oleh sebab itu kondisi KG^1 pada posisi di P_0 dapat dinyatakan sebagai berikut. Misalkan kurva $\Gamma_j(v) = H_j(v)$ dengan $j = 1, 2, 3$ dan $0 \leq v \leq 1$, maka dari bentuk persamaan (18) diperoleh sistem homogen berbentuk

$$\alpha_1 H_{32}^{Iu}(1) + \beta_1 H_{31}^{IIu}(0) + \gamma_1 H_1^v(0) = 0 \quad (19)$$

$$\alpha_2 H_{32}^{IIu}(1) + \beta_2 H_{31}^{IIIu}(0) + \gamma_2 H_2^v(0) = 0$$

$$\alpha_3 H_{32}^{IIIu}(1) + \beta_3 H_{31}^{Iu}(0) + \gamma_3 H_3^v(0) = 0.$$

Untuk memudahkan operasi kekontinyuan penggabungan 3 (tiga) keping permukaan dalam sistem persamaan (19) ditetapkan nilai skalar α_j , β_j , dan γ_j dengan $j = 1, 2, 3$ dipilih bernilai konstan $\beta_1 = \alpha_2 = k$, $\beta_2 = \alpha_3 = m$, dan $\beta_3 = \alpha_1 = p$. Karena vektor $\mathbf{H}_j^{\text{iv}}(0)$, $\mathbf{H}_j^{\text{Iv}}(0)$, dan $\mathbf{H}_j^{\text{IIIv}}(0)$ bernilai tidak nol dan tidak kolinier satu sama lain, maka harga skalar γ_1 , γ_2 dan γ_3 diperoleh $\gamma_1 = m$, $\gamma_2 = p$, dan $\gamma_3 = k$. Contoh penerapan dari perhitungan ini hasilnya diperlihatkan dalam Gambar 9. Jelasnya, pada Gambar 9b,c ketiga permukaan regular $\mathbf{S}^{\text{I}}(u,v)$, $\mathbf{S}^{\text{II}}(u,v)$, dan $\mathbf{S}^{\text{III}}(u,v)$ bergabung kontinyu parametrik/geometrik order nol, sedang pada Gambar 9d,e bergabung kontinyu geometrik order satu.

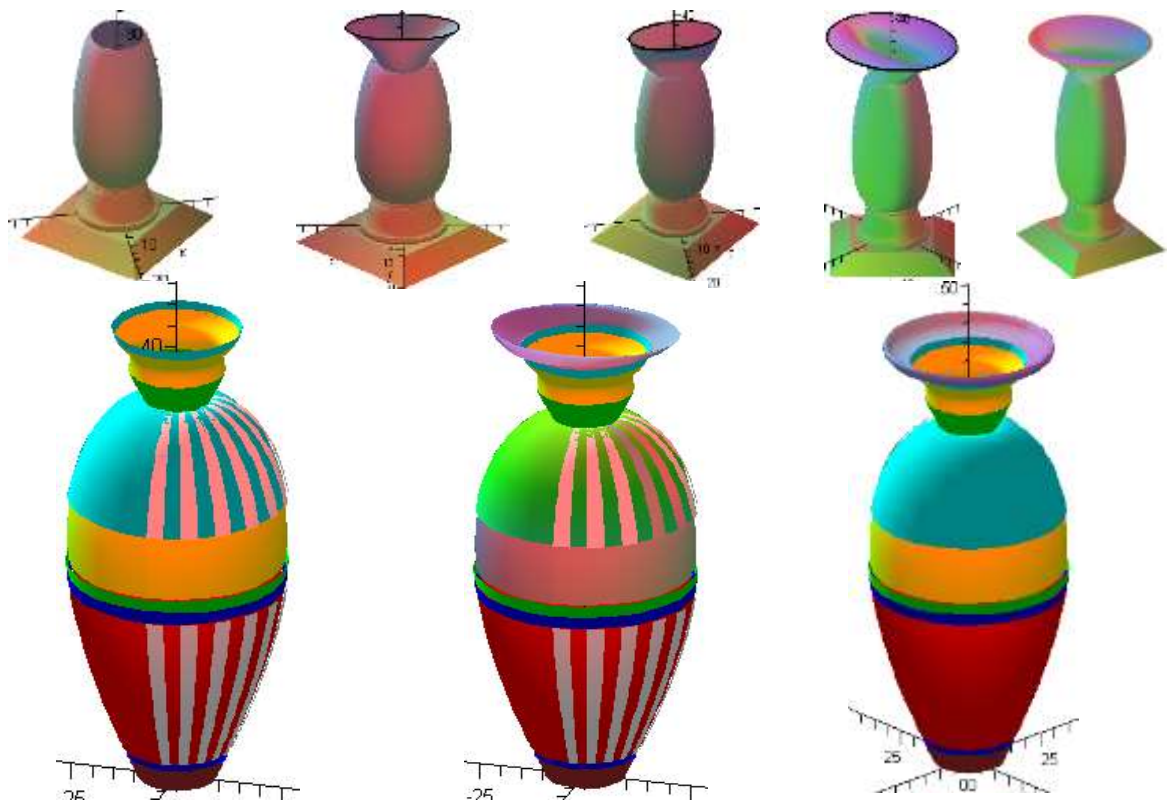


Gambar 9. Penggabungan Tiga Permukaan Kontinyu Order Satu

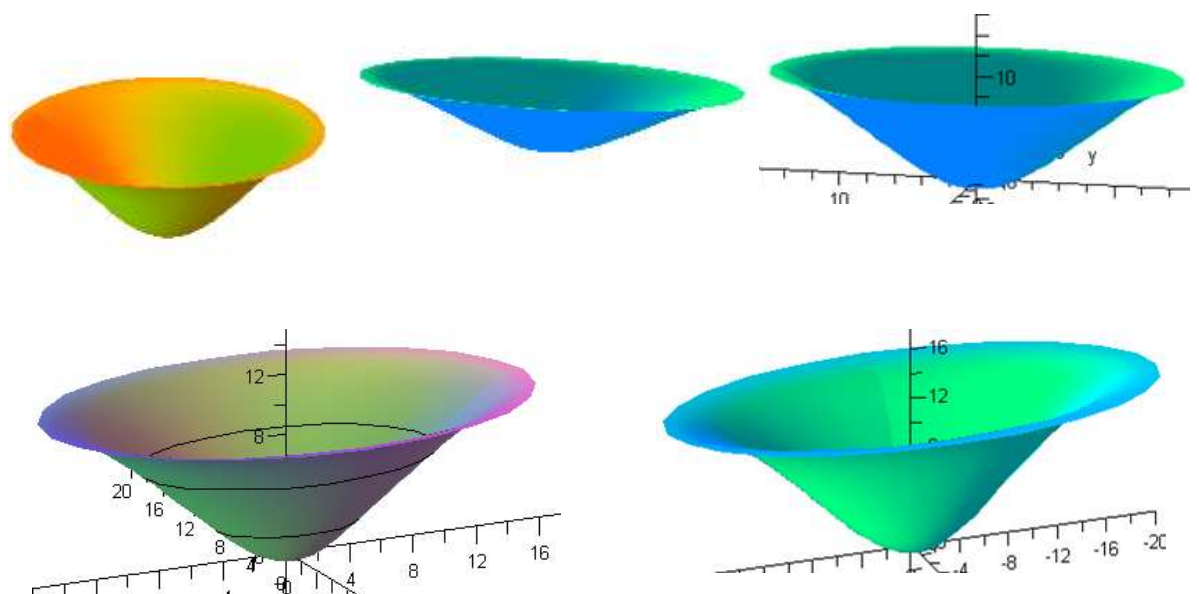
Simulasi Komputer Desain Relief Benda Onyx

Dari hasil formulasi matematik yang telah dibahas dalam bagian sebelumnya, selanjutnya dilakukan implementasi desain relief benda onyx. Artinya, kita terapkan rumus-rumus pembangun permukaan Hermit dan kondisi kekontinyuan penggabungan permukaan tersebut untuk desain bentuk benda onyx. Dalam hal ini jumlah komponen benda onyx yang dibangun dapat hanya tunggal maupun banyak.

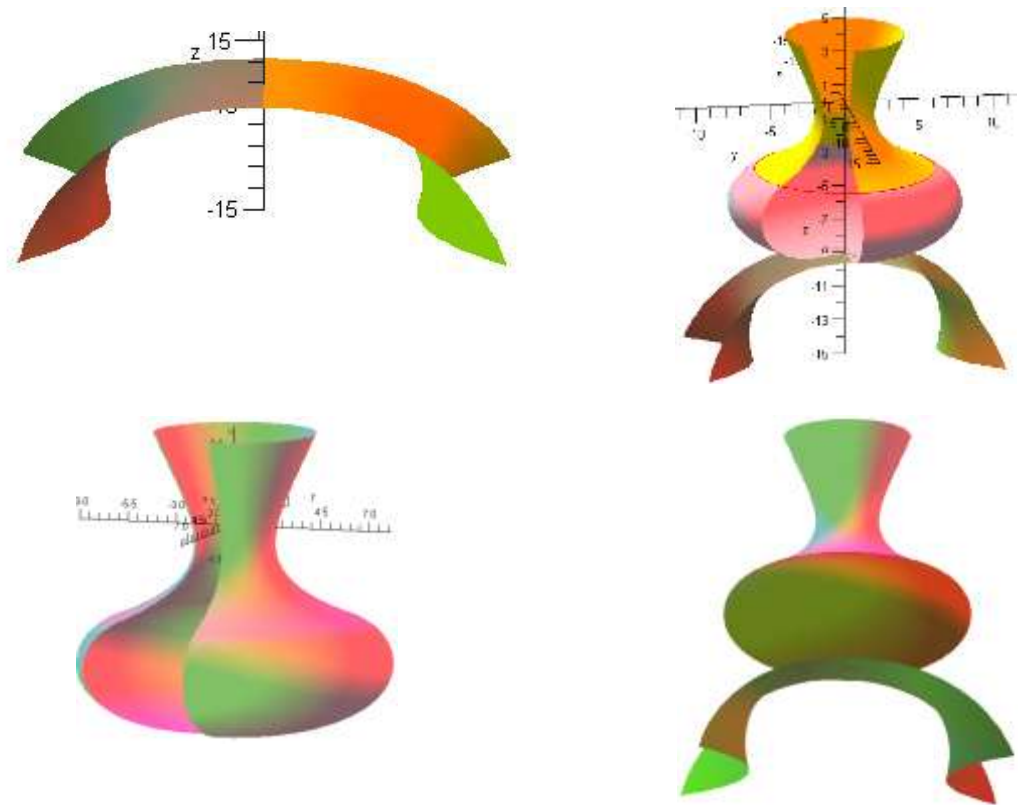
Pada Gambar 10 diberikan beberapa contoh hasil implementasi permukaan Hermit-Bezier dan perlakuan penyambungannya. Pertama, diperlihatkan pemodelan penutup vas bunga (Gambar 10a). Kedua, ditunjukkan beragam bentuk westafel hasil pengubahan tinggi dan lebar benda (Gambar 10b). Ketiga, ditampilkan bentuk penyangga vas bunga hasil penggabungan dua permukaan Hermit-Bezier berdekatan (Gambar 10c). Keempat, diperlihatkan pemodelan penyangga vas bunga dari penggabungan 3 (tiga) permukaan Hermit-Bezier beserta beberapa contoh hasil perlakuan kekontinyuannya (Gambar 10d).



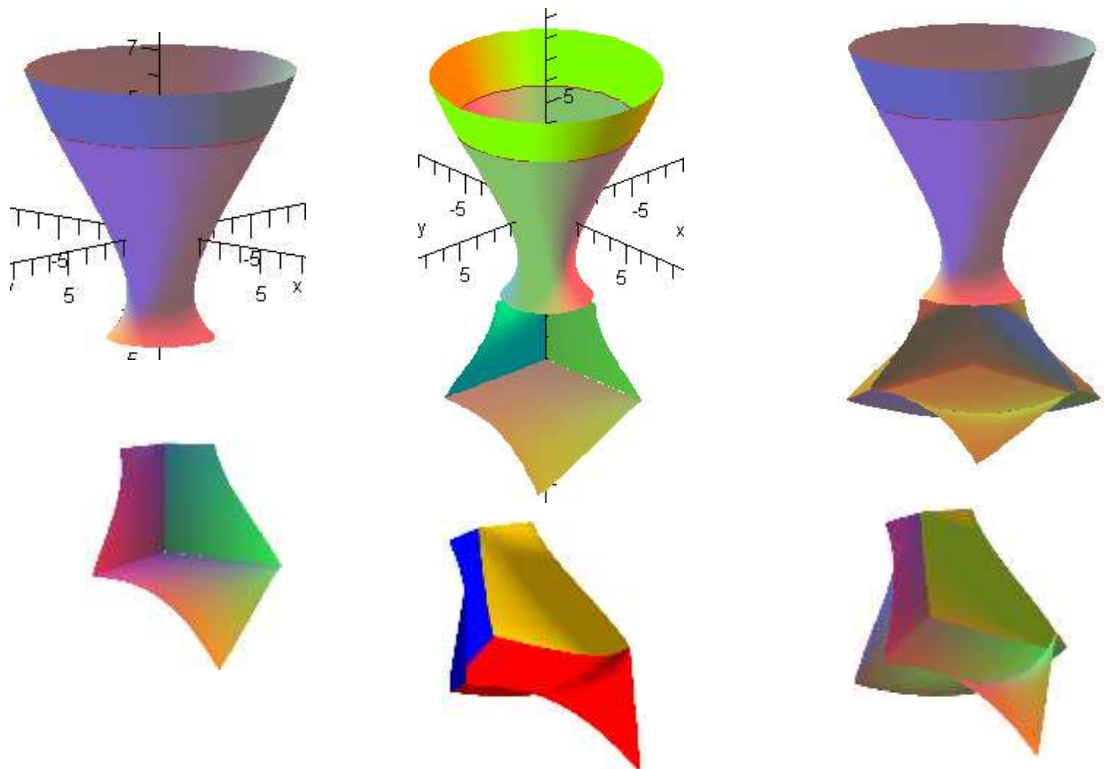
a) Contoh Pemodelan Penutup Vas Bunga



b) Contoh Variasi dan Modifikasi Bentuk dan Ketinggian Permukaan Westafel



c) Contoh Penyambungan 2 Permukaan Penyangga Vas Bunga



d) Contoh pemodelan penggabungan tiga permukaan
 Gambar 10. Contoh Implementasi Penggabungan Permukaan Kontinyu Order Satu

4. Kesimpulan

Dari hasil diskusi pada bagian pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut:

- a) Sebuah keping permukaan kubik dapat didefinisikan melalui penyajian bentuk kurva batas kubik Hermit, Bezier, ataupun natural potongan kerucut.
- b) Permukaan kubik terdefinisi kurva Hermit, Bezier, dan natural potongan kerucut tidak memerlukan banyak data titik sehingga lebih cocok dan aplikatif untuk pemodelan benda-benda kerajinan onyx.
- c) Penyambungan kontinyu order 0, 1, dan 2 antar permukaan Hermit-Bezier pada prinsipnya masing-masing menghitung posisi titik persekutuan, vektor singgung searah dan sebidang, serta menghitung kesamaan nilai kelengkungannya permukaan tersebut.
- d) *Desain* benda onyx dengan permukaan kubik Hermit, Bezier, ataupun natural potongan kerucut secara mendasar memerlukan beberapa kondisi berikut: (1) kecukupan data titik, (2) diketahui arah dan besar vektor singgung untuk operasi kekontinyuan kurva dan permukaan, dan (3) posisi kesimetrian benda yang dimodelisasi.

Daftar Pustaka

- Du, W.H. dan Schmitt, F.J.M. 1990. *On the G^1 Continuity of Piecewise Bezier Surfaces: a Review with New Results*. CAD, Vol. 22, No.9 (P.556-571).
- Hui, K.C. 1999. *Shape Blending of Curve and Surfaces with Geometric Continuity*. CAD, Volume 31 (P.819-828), Hongkong.
- <http://indonetnetwork.co.id/mailto.html>, 3/23/2009. *Penawaran Dagang, Daftar Produk, Daftar Permintaan, Daftar Perusahaan, Kerajinan & Sovenir*, DUTA USAHA ONYX [Tulungagung, Jawa Timur, Indonesia].
- Kusno, Antonius Cahyo P., Mahros darsin, 2007. *Modelisasi Benda Onyx dan Marmer melalui Penggabungan dan Pemilihan Parameter Pengubah Bentuk Permukaan Putar Bezier*, Vol. 8 No. 2 (175-185). Jurnal Ilmu Dasar FMIPA Universitas Jember.
- Kusno, Bagus Julianto, Dewi Junita Koesoemawati, 2011. *Pengembangan Seni dan Teknik Desain Relief Benda-benda Industri Kerajinan Onyx Berbasis Kurva Kuartik dan Natural Berbantu Komputer*, Laporan Penelitian Nomor: 410/SP2H/PL/Dit. Litabmas/IV/2011, tanggal 14 April 2011.
- Liu, D. 1990. *GC^1 Continuity Conditions between two adjacent rational Bezier Surface patches*. CAGD, Volume 7 (P.151-163).
- Mortenson, M., E., 1985. *Geometric Modeling*. JWS, New York.

FUZZY CLUSTERING DALAM PENGELOMPOKAN DATA TEKS UNTUK MENGIDENTIFIKASIKAN TRENDING TOPIC PARIWISATA BALI PADA JEJARING SOSIAL TWITTER

Anindya A.P.¹, Zulhanif²

¹Departemen Statistika FMIPA UNPAD, dejafu_2008@yahoo.com

²Departemen Statistika FMIPA UNPAD, dzulhanif@yahoo.com

Abstrak

Clustering merupakan salah satu metode penelitian yang sering digunakan dalam *data mining*. Prinsip *clustering* adalah mengelompokkan objek dengan kemiripan yang tinggi dalam satu grup dan berbeda dengan grup yang lain. *FuzzyClustering* merupakan pengelompokan yang berbasis himpunan fuzzy, dimana pengelompokan didasarkan pada derajat keanggotaan masing-masing objek. Fuzzy clustering pada *data mining* dapat pula dilakukan pada kumpulan data berupa teks atau dokumen yang lebih dikenal dengan *text mining*. Penelitian ini akan mengelompokkan topik-topik dengan kata kunci wisata bali pada jejaring sosial twitter, sehingga akan dapat diidentifikasi *trending topic* pada tweet dengan kata kunci tersebut.

Kata kunci: teks mining, fuzzy clustering, trending topic

1. Pendahuluan

Perkembangan teknologi komunikasi dan informasi menyebabkan tingginya penggunaan data digital dalam kehidupan sehari-hari. Berbagai bentuk informasi digital berupa data teks diperoleh dengan mudah melalui situs maupun jejaring sosial. Tingginya aktifitas dengan menggunakan data teks dimanfaatkan lebih lanjut untuk melihat kecenderungan dan pola perilaku masyarakat. Analisis pola perilaku dengan menggunakan data teks atau text mining banyak dimanfaatkan produsen untuk melihat produk mana yang cenderung disukai oleh konsumen, atau isu-isu apa yang hangat beredar di masyarakat yang dapat dimanfaatkan untuk merebut perhatian pasar. Pada sektor pariwisata, data teks dapat memegang peranan penting untuk melihat persepsi wisatawan akan objek pariwisata yang dikunjunginya. Persepsi ini dapat dimanfaatkan pemerintah untuk meningkatkan kunjungan di objek wisata tersebut. Selain itu, dengan pengelompokan data teks terkait dengan pariwisata, akan dapat dilihat kecenderungan kemunculan kata tentang objek wisata tersebut. Misalkan *beach* mengelompok dengan *dirty*, maka secara tidak langsung persepsi wisatawan akan pantai yang dikunjunginya kurang menarik karena kotor. Kelompok-kelompok yang diperoleh, akan memberikan informasi tertentu yang dapat membantu membuat kebijakan agar objek wisata dapat dikunjungi wisatawan secara optimal.

Analisis pengelompokan dalam text mining yang sering digunakan adalah algoritma non hierarical clustering seperti k-means, k-median ataupun k-medoids. Pada penelitian ini, digunakan pendekatan lain, yaitu pengelompokan dengan basis himpunanfuzzy atau *fuzzy clustering*. Algoritma yang digunakan adalah Fuzzy C-means Cluster atau FCM. FCM menggunakan konsep pendekatan fuzzy dimana sebuah objek

dapat menjadi anggota dari semua cluster yang ada. Derajat keanggotaan tiap-tiap objek dalam cluster bernilai antara 0 dan 1. Derajat kenggotaan melambangkan tingkat keberadaan objek didalam cluster tertentu.

Penelitian ini akan mengelompokkan data teks dengan Fuzzy C-Means Clustering. Data yang digunakan adalah topik-topik yang ada pada jejaring social twitter. Kata kunci mengenai pariwisata Bali akan mengerucut pada salah satu objek wisata Bali yang banyak dikunjungi wisatawan, yaitu Kuta. Diharapkan dapat diperoleh pengelompokkan dan dapat teridentifikasi trending pada topik dengan kata kunci “Kuta”, sehingga dapat diperoleh informasi untuk evaluasi ataupun kebijakan selanjutnya.

2. Metode Penelitian

2.1. Representasi Dokumen Teks

Dokumen berupa teks merupakan jenis data yang tidak terstruktur. Tahapan *pre processing* diperlukan untuk merubah data teks kedalam bentuk yang lebih siap untuk diolah dengan analisis lanjutan. Prinsip dari tahapan *pre processing* adalah membentuk data teks ke dalam Vector Space Model.

Tahapan *pre processing* terdiri atas *tokenizer*, penghilangan *stopwords*, *stemming* dan pembobotan *term* (secara gambar dapat dilihat pada Gambar 1). *Tokenizer* adalah proses pemecahan dokumen teks menjadi beberapa token atau kata, pembatasan biasanya dilakukan berdasarkan spasi atau tanda baca. Tahap selanjutnya adalah proses penghapusan kata-kata yang sesuai pada daftar *stopwords*. *Stopwords* merupakan daftar kata-kata yang dianggap tidak merepresentasikan konten dari suatu dokumen teks. Kata-kata yang tersisa dari tahapan ini kemudian dilakukan proses *stemming*, yaitu merubah kata menjadi bentuk dasarnya [1]. Setiap kata yang dihasilkan dapat disebut sebagai *term*.

Setiap *term* yang berbeda satu dengan yang lain kemudia diberikan bobot *term* dengan menggunakan TF-IDF, rumusannya adalah

$$w_{t,d} = (1 + \log_{10} tf_{t,d})(\log_{10} n/df_t) \quad (1)$$

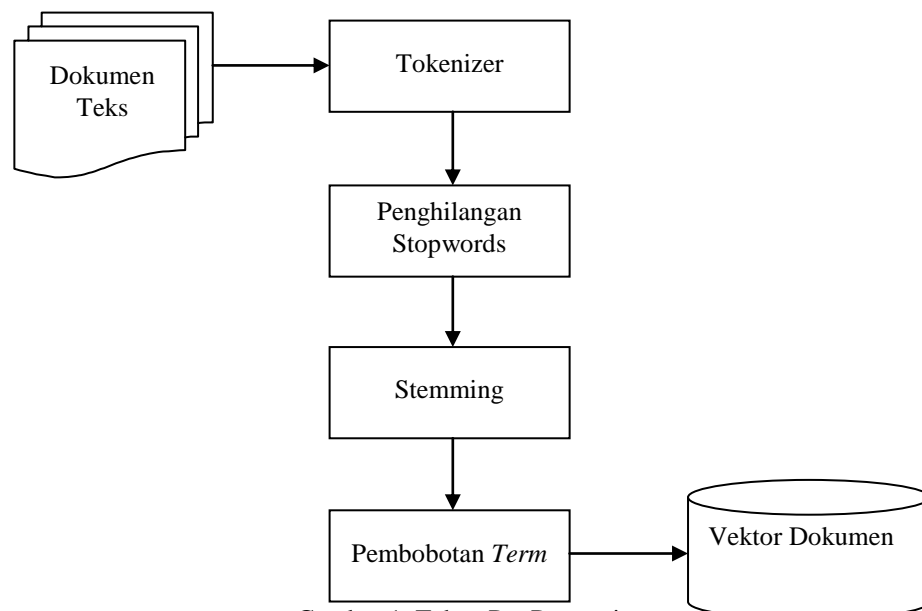
Keterangan:

n : jumlahkeseluruhan dokumen

$tf_{t,d}$:merupakan jumlah kemunculan *term*_{*t*} pada dokumen *d*

df_t :adalah jumlah dokumen yang memuat *term*_{*t*} pada keseluruhan dokumen

Hasil dari tahapan *pre processing* adalah sebuah vektor yang berisi *term-term* disertai dengan bobot TF-IDF.



Gambar 1. Tahap Pre Processing

2.2. Fuzzy C-Means Cluster

Fuzzy C-Means Cluster atau FCM pertama kali dikemukakan oleh Dunn[2] tahun 1973 dan kemudian dikembangkan oleh Bezdek [3] tahun 1981, yang banyak digunakan dalam *pattern recognition*. Dalam perkembangan *text mining*, FCM juga digunakan dalam pengelompokan dokumen teks. Karena dokumen teks direpresentasikan sebagai kumpulan dari *term-term*, maka analisis FCM dalam dokumen teks adalah mengelompokkan *term-term* berdasarkan himpunan fuzzy. Setiap *term* memiliki derajat keanggotaan yang melambangkan tingkat keberadaan *term* didalam cluster tertentu. Dalam prosesnya, algoritma FCM memerlukan matriks jarak. Penelitian ini menggunakan jarak Euclidean yang diukur dari bobot TF-IDF untuk setiap *term*.

Pengelompokkan dengan FCM berprinsip minimisasi fungsi objektif [4]

$$J_{FCM}(P, U, X, c, m) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (u_{ik})^m d_{ik}^2(x_k, p_i) \quad (2)$$

Dengan constraint $\sum_{i=1}^c u_{ik} = 1$ untuk $\forall k \in \{1, \dots, N\}$. **P** dan **U** adalah dua variable yang kondisi optimalnya akan dicari. Kondisi optimal dari matriks **U** berarti konvergensi dalam iterasi. **X**, **c** dan **m** adalah parameter inputan, dimana:

- c : banyak cluster yang memenuhi **X** (banyak cluster, $2 \leq c < N$)
- $m \geq 1$: fuzzifier [2]. Penelitian ini menggunakan $m=1.7$.
- u_{ik} : tingkat keanggotaan
- N : jumlah observasi dan
- d_{ik}^2 : jarak observasi
- x_k : vektor pengamatan
- p_i : pusat cluster/ *prototype*

Kondisi minimum fungsi objektif (2) diberikan melalui optimasi parameter u_{ik} dan p_i yang diberikan pada persamaan (3) dan (4) berikut ini:

$$p_i = \frac{\sum_{k=1}^N u_{ik}^m x_k}{\sum_{k=1}^N u_{ik}^m} \quad (3)$$

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{ik}^2}{d_{jk}^2} \right)^{1/(m-1)}} \quad (4)$$

Algoritma pengelompokkan FCM diberikan sebagai berikut:

1. Inisialisasi awal: tentukan c (banyak cluster), $m=1.7$, nilai awal u_{ik} dan p_i
2. Update anggota cluster center **P** dengan persamaan (3)
3. Update anggota matriks **U** dengan persamaan (4)
4. Bandingkan keanggotaan dalam matriks **U**, jika $|\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{U}^k| < \varepsilon$ maka iterasi dihentikan, jika tidak maka kembali ke langkah 2.

2.3. Validasi Cluster

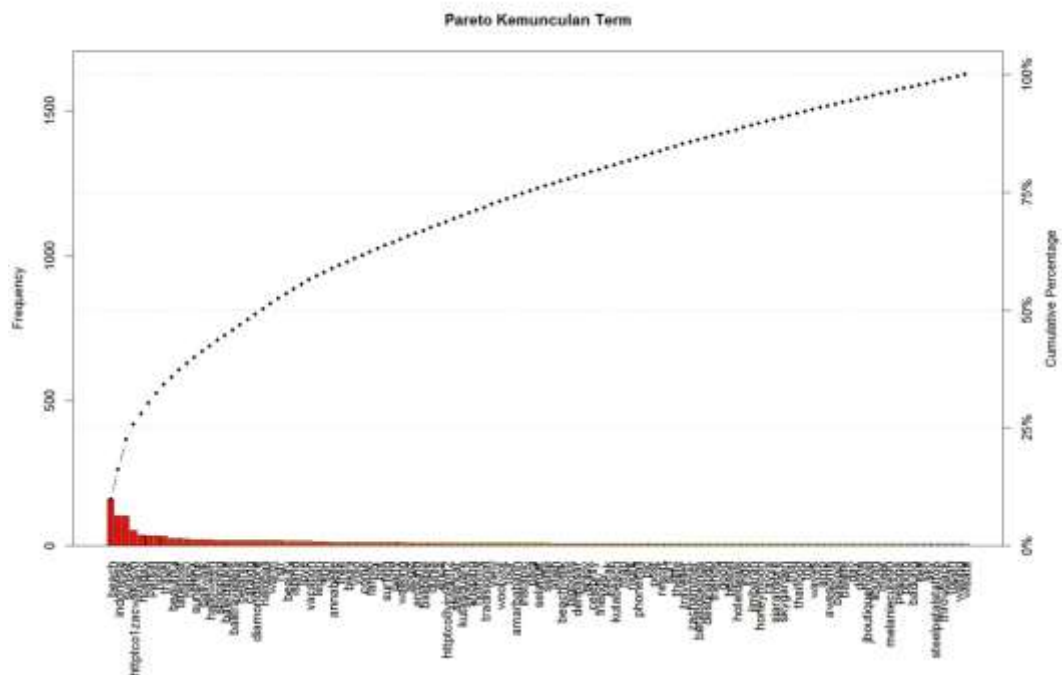
Validasi cluster dilakukan untuk mendapatkan banyak cluster atau kelompok yang optimum. Penelitian ini menggunakan indeks validitas Dunn [2]. Indeks Dunn merupakan salah satu indeks validitas yang mengukur kehomogenan dalam cluster dan keheterogenan antar cluster. Formulasi dari indeks Dunn diberikan pada persamaan (5).

$$DI(c) = \frac{\min_{i \neq k} \{\delta(C_i, C_k)\}}{\max_{1 \leq l \leq c} \{\Delta(C_l)\}} \quad (4)$$

dengan $\delta(C_i, C_k) = \min_{i,k} \{d(x_i, x_k)\}$ dan $\Delta(C_l) = \max_{x_i, x_k \in C_l} \{d(x_i, x_k)\}$. Kriteria banyak cluster optimum diberikan oleh indeks Dunn yang maksimum.

3. Hasil dan Pembahasan

Data pengamatan merupakan 500 dokumen yang diambil dari twitter dengan kata kunci “kuta”. Setelah melalui tahapan pre processing, diperoleh vector dengan 113 *term* yang dilengkapi pembobotan TF-IDF. Dengan analisis lanjutan diperoleh berbagai hasil. Pareto pada Gambar 2 memperlihatkan frekuensi *term* yang paling sering muncul. Dari Gambar 2, terlihat bahwa 5 *term* yang paling banyak disebut adalah: “beach”, “Indonesia”, “sunset”, “httpco1zacwakw0” dan “holiday”. Hasil ini juga terbaca melalui wordcloud dari *term* yang disajikan oleh Gambar 3.



Gambar 2. Pareto Kemunculan *Term*

Memaknai hasil tersebut, dapat dikatakan bahwa Kuta terkenal sebagai pantai (“beach”) yang terletak di negara Indonesia (“Indonesia”) sebagai tujuan berlibur (“holiday”) para wisatawan. Dengan banyaknya *term* “sunset”, maka dapat disimpulkan bahwa kegiatan favorit di pantai Kuta adalah melihat matahari terbenam. Adapun *term* “httpco1zacwakw0”, setelah diselidiki lebih lanjut ternyata adalah sebuah link <http://t.co/1ZacwakQw0> yang merujuk ke <http://www.iqboom.com/bali/> yang merupakan situs Scenes from Bali dengan alamat twitter @ScenesfromBali. Situs ini merupakan situs yang menampilkan hasil fotografi tentang keindahan Bali. Situs ini banyak di quote oleh para pengguna twitter untuk menampilkan pemandangan maupun peristiwa unik yang ada di Bali.

Gambar 3. Wordcloud dari *Term*

Pengelompokkan dengan FCM memberikan hasil optimum 3 klaster. Tabel 1 berikut ini menampilkan anggota dari masing-masing cluster:

Tabel 1. Hasil Pengelompokkan FCM

Cluster 1	tour, amp, annabelle, around, atjeh, awesome, balicool, balibible, balilife, beach, beachwalk, beauty, betabookings, bigboss, bikini, celebrity, day, denpasar, destination, done, dunia, enjoy, family, free, friends, good, halloween, happy, holiday, hostel, hotel, hoteldeals, httpco1zacwakqw0, hot, friendly, indo, Indonesia, instapic, island, jboutiquehotel, jimbaran, kutabeach, kecak, kutasquare, latepost, legian, honeymoon, liburan, love, map, meet, melaniecute90, night, pagi, pantai, party, pesona, phonecall, photo, pic, post, rayya, resort, badung, sea, selamat, selancar, selfie, shopping, siaransore, sky, skygarden, steelpetalstattoo, sun, sunset, surf, surfing~, thai, thaifood, thelife, throwback, topan, travel, traveler, trip, vacation, view, waiting, walking, waves, wisata, zachammer
Cluster 2	abgiz, amarbaharin, come, erica, hommy, httpco8yjn9jptf2, tradisional, warm, wootwot
Cluster 3	balikusuka, balitravellers, belanja, baliwalk, beautiful, catalog, diamondstore, halobali, rstr, shop, sunshine, yolo

Pada Tabel 1, *term* paling banyak mengelompok pada cluster 1. Cluster 1 juga merupakan kumpulan dari *term-term* yang menduduki peringkat atas di pareto. Dilihat dari kata-katanya, cluster 1 merupakan kumpulan kegiatan menikmati dan menghabiskan waktu di Pantai Kuta, selain itu juga untuk mendeskripsikan keindahan Pantai Kuta. Cluster 2, lebih kepada perasaan saat berada di Kuta Bali. Sedangkan cluster 3 didiami oleh kata-kata seputar kegiatan belanja, di cluster 3 juga terdapat *term* “yolo” yang dapat merupakan salah satu division store di Kuta Bali, ataupun dapat juga yolo bar.

4. Kesimpulan dan Saran

Dari berbagai analisis diberikan hasil bahwa Kuta terkenal sebagai salah satu tujuan berlibur yang ada di Negara Indonesia. Kegiatan favorit di Pantai Kuta adalah melihat matahari terbenam/ sunset.

Dari hasil pengelompokkan dengan FCM, dapat disimpulkan bahwa cluster 1 dihuni oleh kumpulan kegiatan menikmati dan menghabiskan waktu di Pantai Kuta, selain itu juga untuk mendeskripsikan keindahan Pantai Kuta. Cluster 2 mendeskripsikan perasaan saat berada di Kuta Bali, sedangkan cluster 3 lebih kepada seputar kegiatan belanja di Kuta Bali. Dari ketiga cluster yang terbentuk, tidak ada *term* yang menunjukkan sesuatu yang negatif. Secara umum, dari sampel yang diambil, wisatawan memberikan review yang positif untuk objek wisata Pantai Kuta Bali.

Daftar Pustaka

- [1] Lama, Prabin. 2013. Clustering System Based On Text Mining Using The K-Means Algorithm. Thesis: Turku University Of Applied Sciences, Southwest Finland.
- [2] Dunn, J. C. 1973. A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact well-Separated Cluster. *Journal of Cybernetic* 3, 32-57.
- [3] Bezdek, J. 1981. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*. Plenum Press: New York.
- [4] Pravitasari. A. A. 2010. Penentuan Banyak Kelompok dalam Fuzzy C-Means Cluster berdasarkan Proporsi Eigen Value Dari Matriks Similarity dan Indeks XB (Xie dan Beni). *Prosiding Seminar Nasional Statistika 2010: Universitas Padjadjaran Bandung*.
- [5] Borroto, Rivera et al. 2012. Dunn' s index for cluster tendency assessment of pharmacological data sets. *Can. J. Physiol. Pharmacol.* Vol. 90: NRC Research Press.

MODEL REDUKSI KADAR KAFEIN PADA PROSES DEKAFEINASI BIJI KOPI

Rusli Hidayat¹, Ranggi Dias Dwi Wijaya²

¹Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Jember, Jln. Kalimantan 37,
Jember 68121, rusli_mat@yahoo.co.id

²Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Jember, ranggidias@gmail.com

Abstrak

Dalam biji kopi terdapat salah satu zat yang disebut dengan kafein. Tingginya kadar kafein di dalam biji kopi diduga dapat menyebabkan keluhan terutama bagi penikmat kopi yang tidak memiliki toleransi tinggi terhadap kafein. Untuk mengurangi kadar kafein pada kopi diperlukan proses dekafeinasi agar kopi menjadi kopi rendah kafein. Dalam pengolahan biji kopi, panas yang digunakan perlu diatur tinggi rendah temperaturnya agar tidak merusak biji kopi. Kopi secara umum berbentuk ellipsoida dengan dua lapisan yang berbeda sifat fisiknya, sehingga untuk mengetahui profil temperatur pada kopi diperlukan syarat batas antarmuka (*Interface Boundary Conditions*). Dengan ditemukannya model perpindahan panas pada dua lapisan yang berbeda sifat fisiknya dan model syarat batas antarmuka ini maka model ini akan dapat digunakan untuk menentukan profil/evolusi panas pada proses dekafeinasi kopi (penurunan kadar kafein). Dengan diketahuinya evolusi temperatur pada proses dekafeinasi kopi maka hasil ini dapat digunakan dalam pengolahan biji kopi.

Kata kunci: Dekafeinasi, Model Reduksi, Suhu, Perpindahan Panas.

1. Pendahuluan

Biji kopi mengandung salah satu zat yang disebut dengan kafein. Tingginya kadar kafein di dalam biji kopi diduga dapat menyebabkan keluhan terutama bagi penikmat kopi yang tidak memiliki toleransi tinggi terhadap kafein. Dekafeinasi kopi merupakan proses ekstraksi padat-cair, dimana tujuan utama dalam proses dekafeinasi adalah mengurangi kadar kafein yang terkandung didalam biji kopi tersebut. Proses ini yang menjadikan kopi menjadi rendah kafein [6].

Penelitian tentang model perpindahan panas pada proses penetasan telur itik telah dilakukan pada tahun 2010 dengan mengaproksimasi model ellipsoida menggunakan model sferik atau bola [7]. Pada proses dekafeinasi, model dilakukan pada biji kopi yang sudah dikupas kulit buahnya sehingga terdapat dua lapisan yaitu lapisan daging buah dan biji kopi itu sendiri yang mempunyai sifat fisik berbeda. Untuk mengetahui profil temperatur pada kedu lapisan kopi yang berbeda sifat fisiknya diperlukan syarat batas antarmuka (*Interface Boundary Conditions*). Dengan ditemukannya model perpindahan panas pada dua lapisan yang berbeda sifat fisiknya dan model syarat batas antarmuka ini maka model ini akan dapat digunakan untuk menentukan profil/evolusi panas pada proses dekafeinasi kopi (penurunan kadar kafein). Dengan diketahuinya evolusi temperatur pada proses dekafeinasi kopi maka hasil ini dapat digunakan dalam pengolahan biji kopi.

2. Model Reduksi Kadar Kafein Pada Kopi

Dekafeinasi atau pereduksian kadar kafein dari biji kopi merupakan proses ekstraksi padat-cair dengan konsentrasi kafein terlarut sangat tergantung pada waktu proses (holding time). Model mekanistik untuk ekstraksi kafein harus meliputi perhitungan difusi kafein di dalam biji kopi dimana konveksi kafein pada kondisi batas pelarut dan padatan dalam hal ini permukaan kopi, dan hubungan kesetimbangan yang terjadi antara konsentrasi kafein dalam biji kopi dan pelarut. Proses pelarutan ataupun penurunan kadar kafein pada biji kopi dapat dianalogkan sebagai suatu proses pelepasan air pada proses pengeringan. Perpindahan senyawa kafein dari dalam biji kopi yang diasumsikan berbentuk bulat (spherical) memiliki hambatan internal yang lebih tinggi jika dibandingkan dengan hambatan eksternal sehingga laju perpindahan massa kafein dapat diperkirakan atau diprediksi dengan menggunakan persamaan difusi dengan difusivitas efektif yang tetap.

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) \quad (2)$$

3. Model Perpindahan Panas

Model perpindahan panas yang digunakan dalam penelitian ini adalah model spheric

$$C \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.1)$$

dan model perpindahan massanya adalah persamaan (2).

Syarat awal yang digunakan dalam penelitian ini adalah

$$T(\forall r, t = 0) = T_{awal} \quad (3.2)$$

Kemudian syarat batas yang digunakan antara lain syarat batas pusat

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (3.3)$$

selanjutnya yaitu syarat batas *interface*

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\rho_1 \cdot C_1 + \rho_2 \cdot C_2}{2} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4)$$

dan syarat batas luar

$$\lambda_i \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} \right\}_{boundary} = \frac{\lambda_o}{\delta} \{ T_{lingkungan} - T_{boundary} \} \quad (3.5)$$

4. Diskritisasi Model

Pendiskritan persamaan-persamaan (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), dan (3.5) dilakukan menggunakan skema metode- θ sebagai berikut.

4.1 Syarat Batas pada $r = 0$ (Syarat Batas Pusat)

Syarat batas pusat pada $r = 0$, dapat ditulis sebagai berikut

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (4.1)$$

Dengan menggunakan integral pada persamaan spheric dengan batas $\left[0, \frac{1}{2} \Delta r \right]$

kemudian didiskritisasi dengan metode- θ , diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\left(1 + 6 \frac{\lambda}{C\rho} \nu \theta \right) T_0^{n+1} - 6 \frac{\lambda}{C\rho} \nu \theta T_1^{n+1} = \left(1 - 6 \frac{\lambda}{C\rho} \nu (1 - \theta) \right) T_0^n + 6 \frac{\lambda}{C\rho} \nu (1 - \theta) T_1^n \quad (4.2)$$

$$\text{Dimana } \nu = \frac{\Delta t}{\Delta r^2}$$

4.2 Diskritisasi Titik-Titik Interior

Diskritisasi persamaan *Interior Grid-Point* $1 \leq j \leq N_1 - 1$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & -\frac{\lambda \nu \theta \left(j - \frac{1}{2}\right)^2}{C \rho \left(j^2 + \frac{1}{12}\right)} T_{j-1}^{n+1} + \left[1 + 2 \frac{\lambda \nu \theta}{C \rho} \left(\frac{j^2 + \frac{1}{4}}{j^2 + \frac{1}{12}} \right) \right] T_j^{n+1} - \frac{\lambda \nu \theta \left(j - \frac{1}{2}\right)^2}{C \rho \left(j^2 + \frac{1}{12}\right)} T_{j+1}^{n+1} = \\ & \frac{\lambda \nu (1-\theta) \left(j - \frac{1}{2}\right)^2}{C \rho \left(j^2 + \frac{1}{12}\right)} T_{j-1}^n + \left[1 - 2 \frac{\lambda \nu \theta}{C \rho} \left(\frac{j^2 + \frac{1}{4}}{j^2 + \frac{1}{12}} \right) \right] T_j^{n+1} + \frac{\lambda \nu (1-\theta) \left(j - \frac{1}{2}\right)^2}{C \rho \left(j^2 + \frac{1}{12}\right)} T_{j+1}^{n+1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

4.3 Diskritisasi Syarat Batas *Interface* dan Syarat Batas Luar

Syarat batas interface dan syarat batas luar didiskritisasi menggunakan metode- θ diperoleh persamaan (4.4) dan (4.5).

$$\begin{aligned} & \frac{\nu \lambda}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} (2r\theta(\Delta r + r)T_{j+1}^{n+1} + 2r\theta(r - \Delta r)T_{j-1}^{n+1} - 4r^2\theta T_j^{n+1}) - T_j^{n+1} = \\ & \frac{\nu \lambda}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} (- (4r\Delta r(\theta - 1)) + 2r^2(1 - \theta))T_{j+1}^n - 4r^2(\theta - 1)T_j^n \\ & - (4r\Delta r(\theta - 1)) + 2r^2(1 - \theta)T_{j-1}^n - T_j^n \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\Delta r} \right) \theta T_j^{n+1} - \frac{\theta}{\Delta r} T_{j-1}^{n+1} = \alpha T_{\text{lingkungan}} + \frac{(1-\theta)}{\Delta r} T_{j-1}^n - \left(\alpha + \frac{1}{\Delta r} \right) (1-\theta) T_j^n \quad (4.5)$$

$$\text{dengan } \alpha = \frac{\mu}{\lambda \delta}$$

4.4 Sistem Persamaan Matriks untuk Perpindahan Panas

Bentuk matriks pada *grid point* $0 \leq j \leq J$, untuk proses pemanasan biji kopi dengan jari-jari sebesar r adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & I_1 & I_2 & I_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0^{n+1} \\ T_1^{n+1} \\ T_2^{n+1} \\ \dots \\ T_{\text{int}}^{n+1} \\ \dots \\ T_{j-1}^{n+1} \\ T_J^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & I_4 & I_5 & I_6 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0^n \\ T_1^n \\ T_2^n \\ \dots \\ T_{\text{int}}^n \\ \dots \\ T_{j-1}^n \\ 1 \end{bmatrix}$$

dimana I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 , dan I_6 adalah komponen matrik pada *interface*. Nilai komponen matriks ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1 + 6 \frac{\lambda v \theta}{C \rho}, \quad A_2 = -6 \frac{\lambda v \theta}{C \rho}, \quad B_1 = 1 - 6 \frac{\lambda v}{C \rho} (1 - \theta), \quad B_2 = (1 - \theta) 6 \frac{\lambda v}{C \rho} \\
 \alpha_1 &= -\frac{\lambda v \theta}{C \rho} \left(j - \frac{1}{2} \right)^2, \quad \alpha_2 = 1 + 2 \frac{\lambda v \theta}{C \rho} \left(j^2 + \frac{1}{4} \right), \quad \alpha_3 = -\frac{\lambda v \theta}{C \rho} \left(j + \frac{1}{2} \right)^2 \\
 \beta_1 &= \frac{\lambda v (1 - \theta)}{C \rho} \left(j - \frac{1}{2} \right)^2, \quad \beta_2 = 1 - 2 \frac{\lambda v (1 - \theta)}{C \rho} \left(j^2 + \frac{1}{4} \right), \quad \beta_3 = \frac{\lambda v (1 - \theta)}{C \rho} \left(j + \frac{1}{2} \right)^2 \\
 I_1 &= \frac{v \lambda 2 r \theta (r - \Delta r)}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)}, \quad I_2 = -\frac{v \lambda 4 r^2 \theta}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} - 1, \quad I_3 = -\frac{v \lambda 2 r \theta (\Delta r + r)}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} \\
 I_6 &= -\frac{v \lambda (4 r \Delta r (\theta - 1) + 2 r^2 (1 - \theta))}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)}, \quad I_5 = -\frac{v \lambda 4 r^2 (\theta - 1)}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} - 1 \\
 I_4 &= -\frac{v \lambda (4 r \Delta r (\theta - 1) + 2 r^2 (1 - \theta))}{r^2 (\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2)} \\
 \gamma_1 &= -\frac{\theta}{\Delta r^2}, \quad \gamma_2 = \left(\alpha + \frac{1}{\Delta r} \right) \theta, \quad \gamma_3 = \frac{(1 - \theta)}{\Delta r}, \quad \gamma_4 = \left(\alpha + \frac{1}{\Delta r} \right) (1 - \theta)
 \end{aligned}$$

dengan T_{int} merupakan T pada *interface*.

4.5 Sistem Persamaan Matriks untuk Perpindahan Massa Kafein

Bentuk matriks pada *grid point* $0 \leq j \leq J$, untuk proses perpindahan massa kafein pada biji kopi dengan jari-jari sebesar r adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix}
 A_1 & A_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \gamma_1 & \gamma_2
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 K_0^{n+1} \\
 K_1^{n+1} \\
 K_2^{n+1} \\
 \dots \\
 \dots \\
 \dots \\
 K_{j-1}^{n+1} \\
 K_J^{n+1}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 B_1 & B_2 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
 \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \gamma_3 & \gamma_4
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 K_0^n \\
 K_1^n \\
 K_2^n \\
 \dots \\
 \dots \\
 \dots \\
 K_{j-1}^n \\
 K_J^n
 \end{bmatrix}$$

nilai komponen matriks ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1 + 6 D v \theta, \quad A_2 = -6 D v \theta \\
 B_1 &= 1 - 6 D v (1 - \theta), \quad B_2 = (1 - \theta) 6 D v \\
 \alpha_1 &= -D v \theta \left(j - \frac{1}{2} \right)^2, \quad \alpha_2 = 1 + 2 D v \theta \left(j^2 + \frac{1}{4} \right), \quad \alpha_3 = -D v \theta \left(j + \frac{1}{2} \right)^2 \\
 \beta_1 &= D v (1 - \theta) \left(j - \frac{1}{2} \right)^2, \quad \beta_2 = 1 - 2 D v (1 - \theta) \left(j^2 + \frac{1}{4} \right), \quad \beta_3 = D v (1 - \theta) \left(j + \frac{1}{2} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\theta}{\Delta r^2}, \gamma_2 = \left(\alpha + \frac{1}{\Delta r}\right)\theta, \gamma_3 = \frac{(1-\theta)}{\Delta r}, \gamma_4 = \left(\alpha + \frac{1}{\Delta r}\right)(1-\theta)$$

5. Nilai-nilai Parameter yang Digunakan dan Hasil Simulasi

Untuk stabilitas dalam komputasi maka nilai θ yang digunakan adalah 0,75, dengan jumlah *grid point* (N) dalam masing-masing lapisan biji kopi sebesar 25 dan pada daging buah sebesar 5, sedangkan kadar awal kafein (K_0) untuk kopi Robusta sebesar 2,4793% dan kopi Arabika 2,0028% (Hartono, 2009) [6]. Nilai difusivitas massa kafein (D) pada biji kopi sebesar $2 \times 10^{-7} m^2/s$ dan suhu lingkungan ($T_{lingkungan}$) yang digunakan sebesar 90°C dan 100°C. pada dekafeinasi biji kopi. Sedangkan untuk parameter-parameter lain yang menggunakan data primer disajikan pada Tabel 1. Dimana satuan untuk λ adalah ($W/m^3 \cdot ^\circ C$), kemudian untuk C adalah ($J/Kg \cdot ^\circ C$), selanjutnya untuk ρ adalah (Kg/m^3), dan untuk r adalah (cm).

Tabel 1. Nilai-nilai Parameter dari Sifat Fisik Biji Kopi

No	Kopi	Lapisan	λ	C	ρ	r
1	Robusta	Biji	0,1161	4005,746	628,7	1
		Daging	0,011	3000	500	1,1
2	Arabika	Biji	0,1044	3700,927	612	1,4
		Daging	0,011	3000	500	1,5

Pada saat simulasi temperatur pengering yang digunakan adalah 90°C dan 100°C dengan suhu awal adalah 27°C. Sedangkan simulasi pada model perpindahan massa digunakan target kadar akhir kafein pada biji kopi yaitu 0,1% dan 0,2%. Dengan memasukkan parameter pada Tabel 1, maka akan diperoleh profil perpindahan panas dan massa serta didapatkan total waktu yang dibutuhkan oleh masing-masing jenis kopi, baik untuk menyamakan temperatur tiap lapisan biji kopi ataupun menyamakan kadar kafein di setiap lapisan biji kopi. Hasil simulasi yang diperoleh seperti disajikan pada Tabel 2 untuk waktu perpindahan panas, dan untuk waktu perubahan kadar kafein disajikan pada Tabel 3. Sedangkan total waktu proses dekafeinasi pada jenis kopi robusta dan kopi arabika disajikan pada Tabel 4.

Tabel 2. Ringkasan Waktu yang Dibutuhkan oleh Biji Kopi untuk Pemanasan

No	Jenis Kopi	Suhu Lingkungan	
		90°C	100°C
1.	Kopi Robusta	33 detik	34 detik
2.	Kopi Arabika	44 detik	59 detik

Tabel 3. Ringkasan Waktu yang Dibutuhkan oleh Biji Kopi untuk Pengurangan Kadar Kafein

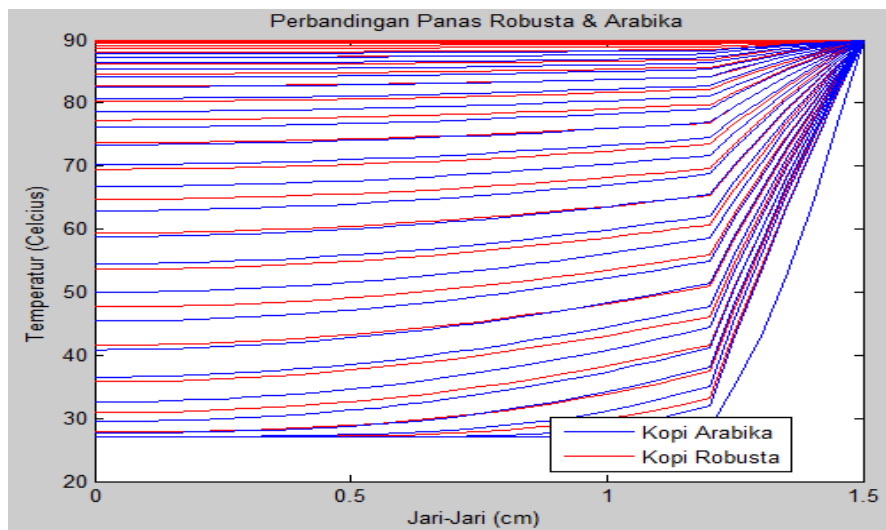
No	Jenis Kopi	Kadar Kafein Akhir	
		0,1%	0,2%
1.	Kopi Robusta	571 detik	504 detik
2.	Kopi Arabika	729 detik	597 detik

Tabel 4. Ringkasan Waktu yang Dibutuhkan oleh Biji Kopi untuk Dekafeinasi

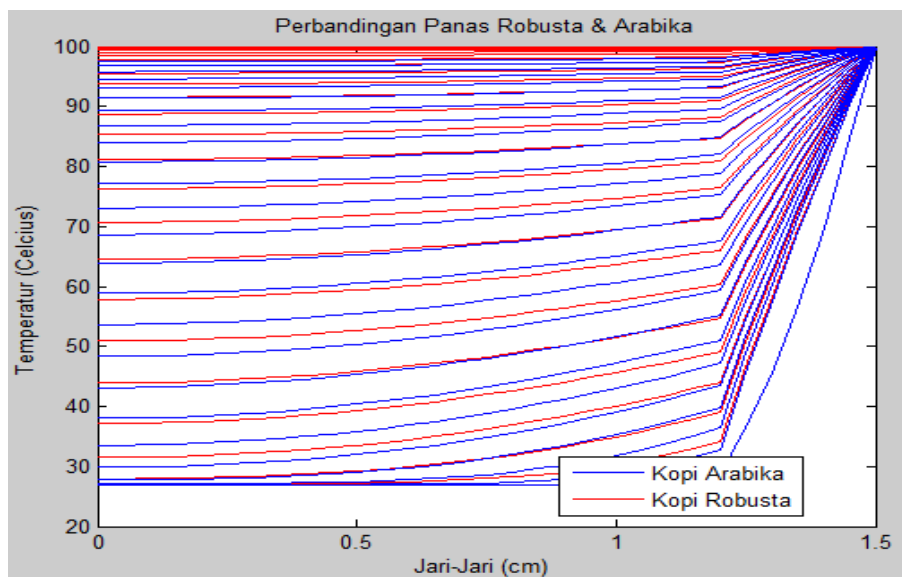
No	Jenis Kopi	Total Waktu Dekafeinasi			
		90°C		100°C	
		0,1%	0,2%	0,1%	0,2%
1.	Kopi Robusta	604 detik	537 detik	605 detik	538 detik
2.	Kopi Arabika	773 detik	641 detik	788 detik	656 tik

6. Analisis Hasil Simulasi

Dari hasil simulasi yang diperoleh jika dilakukan perbandingan profil perpindahan panas dan massa pada kopi robusta dan kopi arabika seperti yang diperlihatkan oleh Gambar 6.1 dan 6.2.



Gambar 6.1 Pengeringan Kopi Robusta dan Kopi Arabika dengan Suhu 90 °C



Gambar 6.2 Pengeringan Kopi Robusta dan Kopi Arabika dengan Suhu 100 °C

Hasil perbandingan profil perpindahan panas antara kopi robusta dan kopi arabika akan ditampilkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Perbandingan Profil Perpindahan Panas Kopi Robusta dan Kopi Arabika

Suhu (°C)	90 °C		100 °C	
Waktu (detik)	Robusta	Arabika	Robusta	Arabika
0	27	27	27	27
5	41,5779	32,5872	43,8919	33,4740
10	69,5228	54,5002	76,2725	58,8653
15	84,6220	73,3923	93,7700	80,7551
20	89,1243	84,0766	98,9865	93,1317
25	89,9162	88,8396	99,9038	98,1335
30	89,9925	89,6656	99,9948	99,6125
35	90	89,9927	100	99,9379
40	90	90	100	99,9911
45	90	90	100	99,9964
50	90	90	100	99,9982
55	90	90	100	99,9982
60	90	90	100	100
Total waktu	33 detik	44 detik	34 detik	59 detik

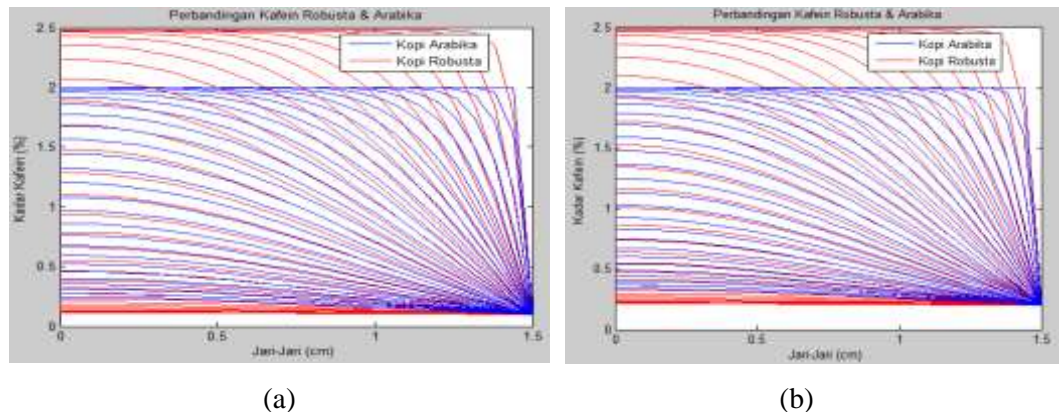
Holding time untuk menyamakan suhu sebesar 90°C dan 100°C di setiap lapisan biji kopi pada jenis kopi robusta adalah 33 detik dan 34 detik. Hasil ini sedikit lebih cepat bila dibandingkan dengan kopi arabika yang membutuhkan waktu 44 detik dan 59 detik.

Pada proses reduksi kafein diperoleh hasil bahwa waktu yang dibutuhkan untuk mengurangi kadar kafein pada kopi robusta dengan kadar kafein awal sebesar 2,4793% menjadi 0,1% dan 0,2% adalah 571 detik dan 504 detik. Kemudian waktu yang dibutuhkan oleh kopi arabika dari kadar kafein awal sebesar 2,0028% menjadi 0,1% dan 0,2% adalah 729 detik dan 597 detik. Jadi waktu yang dibutuhkan oleh kopi robusta untuk mengurangi kadar kafein menjadi 0,1% dan 0,2% lebih cepat jika dibandingkan dengan kopi arabika. Padahal jika dilihat kadar awal kafein pada kopi arabika lebih rendah daripada kopi robusta. Hal ini disebabkan kepadatan massa dan panas spesifik pada kopi robusta lebih besar daripada kopi arabika (lihat Tabel 6).

Tabel 6. Perbandingan Profil Perpindahan massa kafein kopi robusta dan kopi arabika

Kafein akhir (%)	0,1%		0,2%	
Waktu (detik)	Robusta	Arabika	Robusta	Arabika
0	2,4793	2,0028	2,4793	2,0028
20	2,4793	2,0028	2,4793	2,0028
40	2,4793	2,0028	2,4793	2,0028
60	2,4793	2,0028	2,4793	2,0028
120	2,4652	2,0027	2,4658	2,0027
180	2,0758	1,9619	2,0939	1,9642
240	1,2856	1,6767	1,3383	1,6950
300	0,66161	1,2004	0,74096	1,2449
360	0,32216	0,76356	0,41507	0,83106
420	0,17509	0,4577	0,27319	0,54079
480	0,12147	0,27518	0,221	0,36773
540	0,10532	0,17832	0,2	0,27557
600	0,1	0,13217	0,2	0,2
660	0,1	0,11211	0,2	0,2
720	0,1	0,1043	0,2	0,2
780	0,1	0,1	0,2	0,2
Total waktu	571 detik	729 detik	504 detik	597 detik

Sedangkan pada proses perpindahan massa kafein, akan ditampilkan perbandingan profil perpindahan massa kafein pada Gambar 6.3.



Gambar 6.3 (a) Penurunan Kadar Kafein Kopi Robusta dan Kopi Arabika menjadi 0,1 %
(b) Penurunan Kadar Kafein Kopi Robusta dan Kopi Arabika menjadi 0,2%

7. Kesimpulan

Dari hasil simulasi dan pembahasan menunjukkan bahwa kopi robusta memiliki waktu perpindahan panas lebih cepat dibandingkan dengan jenis kopi arabika, baik pada suhu lingkungan 90°C maupun 100°C yaitu sebesar 33 detik dan 34 detik sehingga waktu yang diperlukan untuk mereduksi kadar kafeinnya kopi robusta juga lebih cepat dibandingkan kopi jenis arabika, dimana untuk kadar kafein akhir 0.1% sebesar 571 detik dan 0.2% sebesar 504 detik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A.A. Alonso, J.R. Banga and R. Perez-Martin (1998), Modeling and adaptive control for batch sterilization, *Journal Comp. Chem. Engi.* 22, 3. hal. 445-458.
- [2] A.A. Alonso (1997), A complete dynamic model for the thermal processing of bio-products in batch units and its application to controller design, *Journal. Chem.Engineering Science.* 52 , 8, hal. 1307-1322.
- [3] Çengel, Y. A. 1998. *Heat Transfer : A Practical Approach*. Nevada: McGraw-Hill Inc.
- [4] Deindofer, F.H. and Humphrey (1959), A.E., Principles in the design of continuous sterilizers, *Journal Appl. Microb.* 7, hal. 264-270.
- [5] Deindofer, F.H. and Humphrey, A.E. (1959), Analytical method for calculating heat sterilization times, *Journal. Appl. Microb.* 7, hal. 256-264.
- [6] Hartono, E. 2009. Penetapan Kadar Kafein Dalam Biji Kopi Secara Kromatografi Cair Kinerja Tinggi. *Jurnal Biomedika.* 2(15):1-9.
- [7] Hidayat, R. 2010. *Model Perpindahan Panas Proses Penetasan Telur Menggunakan Syarat Batas Interface*. Proceeding Seminar Internasional Universitas Riau.
- [8] Lilis. 2001. *Kasus Fisika Pangan Dua Jenis Kopi (Coffea sp.) Yang Diukur Beberapa Sifat Fisiknya*. Skripsi: Institut Pertanian Bogor.

IMPLEMENTASI METODE *NAÏVE BAYES CLASSIFIER* UNTUK PENGUJIAN PENENTUAN DEWASA AYU PADA KALENDER BALI TAHUN 2014

Meri Sriyati¹, Gede Santi Astawa²

¹Program Studi Teknik Informatika, Jurusan Ilmu Komputer,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Udayana,
meri_sriyati@yahoo.com

²Program Studi Teknik Informatika, Jurusan Ilmu Komputer,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Udayana,
santiastawa@gmail.com

Abstrak

Hari baik atau yang lebih dikenal dengan istilah dewasa ayu di Bali merupakan sebuah budaya yang sudah melekat di masyarakat. Dewasa ayu diperlukan sebagai pertimbangan sebelum melakukan kegiatan. Informasi mengenai baik/buruknya hari melakukan sesuatu biasa terdapat pada sebuah kalender, Namun, seiring perkembangan zaman muncul berbagai versi kalender yang membuat masyarakat bingung untuk menentukan hari baik (dewasa ayu). Oleh karena itu, penulis mencoba menguji penentuan hari baik pada kalender dengan sistem yang menggunakan metode *Naïve Bayes Classifier*. Cara kerja dari metode *Naïve Bayes Classifier* adalah menghitung peluang dari satu kelas dari masing-masing kelompok fitur yang ada dan menentukan kelas yang memiliki probabilitas terbesar. Hasil pengujian diperoleh *Naïve Bayes Classifier* mengklasifikasikan kelas yang terdapat pada kalender kemudian menentukan frekuensi setiap fitur pada setiap kelas. Selanjutnya menghitung probabilitas dari jumlah setiap fitur yang akan diuji terhadap kelas sehingga nilai terbesar yang akan dimunculkan pada kesimpulan. Penelitian ini memberikan tingkat akurasi sebesar 59,62%.

Kata Kunci : Dewasa Ayu, Kalender, *Naïve Bayes Classifier*

1. Pendahuluan

Manusia memiliki segudang aktivitas yang dikerjakan sehari-hari guna memenuhi kebutuhan hidupnya. Masyarakat Hindu di Bali mempercayai penentuan hari baik untuk melakukan kegiatan-kegiatan tertentu seperti: Upacara Dewa Yadnya, Manusia Yadnya, bahkan kegiatan sehari-hari dilaksanakan sesuai hasil perhitungan dari Dewasa Ayu. Dewasa Ayu dalam bahasa Bali berarti “hari sane becik” dalam bahasa Indonesia berarti hari yang baik, sehingga sebelum melaksanakan kegiatan tertentu umat Hindu akan melihat dewasa ayu terlebih dahulu yang biasa terdapat pada kalender Bali. Kalender Bali pertama kali dirintis oleh Alm. Bapak Ketut Bangbang Gede Rawi pada tahun 1950 atas dorongan dari Alm. Ida Pedanda Made Kemenuh, Ketua Paruman Pandita Bali-Lombok [4]. Semenjak saat itu hingga kini, kalender Beliau dijadikan acuan oleh masyarakat dalam menentukan dewasa ayu.

Seiring berjalannya waktu, muncul berbagai versi kalender Bali oleh pengembang- pengembang kalender Bali. Perkembangan ini merupakan bentuk positif dari pelestarian budaya Bali. Namun, disisi lain hal ini membuat masyarakat menjadi bingung dalam menentukan dewasa ayu karena setiap versi memiliki hasil yang berbeda. Pada beberapa kalender ditemukan perbedaan hari baik yang sangat signifikan, misalnya pada kalender bulan September tahun 2014 yang disusun oleh I Kt. Bangbang Gde Rawi (Alm) dan Putra-putranya menyebutkan hari yang baik untuk melaksanakan kegiatan pindah rumah adalah pada tanggal 1,4,9,19, sedangkan pada kalender yang ditulis oleh Made Suatjana menyebutkan pada tanggal 2 dan 30. Perbedaan ini menimbulkan dilema di kalangan masyarakat dalam menentukan hari baik.

Menimbang hal tersebut, penulis akan menyikapi permasalahan dengan mencoba membuat sebuah sistem yang dapat menentukan dewasa ayu dengan metode *Naïve Bayes Classifier*. Metode ini menganalisa sekumpulan data *training* untuk kemudian dijadikan landasan dalam menentukan dewasa ayu data *testing*. Sistem yang dimaksud diharapkan dapat memberikan kesimpulan hari baik yang sesuai dengan kalender Bali tahun 2014.

2. Metode Penelitian

2.1 Kalender

Kalender adalah sistem pengorganisasian waktu untuk tujuan penandaan serta perhitungan waktu dalam jangka panjang (Susiknan Azhari, 2008). Kalender Bali dapat dikatakan sebagai penanggalan surya-candra. Penanggalan ini berdasarkan posisi matahari dan bulan. Satu hari candra sama dengan satu hari surya yang telah disepakati dalam diskusi para pakar. Namun, pada kenyataannya satu hari candra tidak sama dengan panjang dari satu hari surya. Oleh karena itu setiap 63 hari (9 wuku) ditetapkan satu hari surya yang nilainya sama dengan dua hari candra. Hari ini dinamakan “pangunalatri”.

2.2 Wewaran

Wewaran berasal dari kata “wara” yang dapat diartikan sebagai hari.(Dharmavada [3]). Semua unsur pada wewaran menetapkan sifat-sifat dewasa ayu siklus ini dikenal misalnya dalam sistem kalender Hindu dengan istilah bilangan, sebagai berikut:

1. Eka wara: Terdiri dari Luang yang artinya padat atau tunggal. Luang adalah hari dimana jumlah urip saptawara dan urip pancawara bersisa gasal jika dibagi dua.
2. Dwiwara: Terdiri dari Menga (terbuka) dan Pepet (tertutup). Menga adalah hari dimana jumlah urip saptawara dan urip pancawara jika dibagi dua bersisa genap dan disebut Pepet jika bersisa gasal.
3. Triwara: Terdiri dari Pasah, Beteng,dan Kajeng. Angka pawukon dibagi 3, jika modulus 3 bersisa 1 adalah Pasah, bersisa 2 adalah Beteng, dan bersisa 3 adalah Kajeng.
4. Caturwara: Terdiri dari Sri (makmur), Laba (pemberian), Jaya (unggul), dan Manala (sekitar daerah). Angka Pawukon 1 sampai 70, jika modulus 4 bersisa 1 adalah Sri, bersisa 2 adalah Laba, bersisa 3 adalah Jaya, dan bersisa 4 adalah Manala.
5. Pancawara: Terdiri dari Umanis (penggerak), Paing (pencipta), Pon (penguasa), Wage (pemelihara), dan Kliwon (pelebur). Angka Pawukon modulus 5 jika bersisa 0 adalah Umanis, bersisa 1 adalah Paing, bersisa 2 adalah Pon, bersisa 3 adalah Wage, dan bersisa 4 adalah Kliwon.

6. Sadwara: Terdiri dari Tungleh (tak kekal), Aryang (kurus), Urukung (punah), Paniron (gemuk), Was (kuat), dan Maulu (membiak). Angka Pawukon modulus 6 jika bersisa 0 adalah Tungleh, bersisa 1 adalah Aryang, bersisa 2 adalah Urukung, bersisa 3 adalah Paniron, bersisa 4 adalah Was, dan bersisa 5 adalah Maulu.
7. Saptawara: Terdiri dari Redite (minggu), Soma (senin), Anggara (selasa), Budha (rabu), Wrihaspati (kamis), Sukra (jumat), dan Saniscara (sabtu). Angka pawukon modulus 7, jika bersisa 0 adalah Redite, bersisa 1 adalah Soma, bersisa 2 adalah Anggara, bersisa 3 adalah Budha, bersisa 4 adalah Wrihaspati, bersisa 5 adalah Sukra, dan bersisa 6 adalah Saniscara.
8. Astawara: Terdiri dari Sri (makmur), Indra (indah), Guru (tuntunan), Yama (adil), Ludra (pelebur), Brahma (pencipta), Kala (nilai), Uma (pemelihara). Mirip dengan caturwara, hanya untuk astawara, berhenti pada Kala selama 2 hari karena terjadi Kala Tiga, kembali dimulai pada hari ke 73.
9. Sangawara: Terdiri dari Dangu (antara terang dan gelap), Jangur (antara jadi dan batal), Gigis (sederhana), Nohan (gembira), Ogan (bingung), Erangan (dendam), Urungan (batal), Tulus (lang-sung/lancar), Dadi (jadi). Angka pawukon pertama sampai ke empat adalah Dangu, hari berikutnya siklus mulai berjalan dengan basis sembilan, sampai akhir. Menghasilkan Catur Dangu mulai Redite Sinta sampai Budha Sinta.
10. Dasawara: Terdiri dari Pandita (bijaksana), Pati (dinamis), Suka (periang), Duka (jiwa seni/mudah tersinggung), Sri (kewanitaan), Manah (taat/menurut), Manusa (sosial), Raja (kepemimpinan), Dewa (berbudi luhur), Raksasa (keras). Modulus 10 dari jumlah urip Saptawara dan urip Pancawara, jika bersisa 0 adalah Pandita, bersisa 1 adalah Pati, dan seterusnya sampai bersisa 9 adalah raksasa.

2.3 Naïve Bayes Classifier

Naïve Bayes Classifier merupakan salah satu metoda *machine learning* yang memanfaatkan perhitungan probabilitas dan statistik yang dikemukakan oleh ilmuwan Inggris Thomas Bayes, yaitu memprediksi probabilitas di masa depan berdasarkan pengalaman di masa sebelumnya (Lorena, et. al.[2])

Teorema Bayes:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{k=1}^N P(B|A_k)P(A_k)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} \quad (1)$$

$P(A_i)$: Peluang prior (dari kelas A_i)

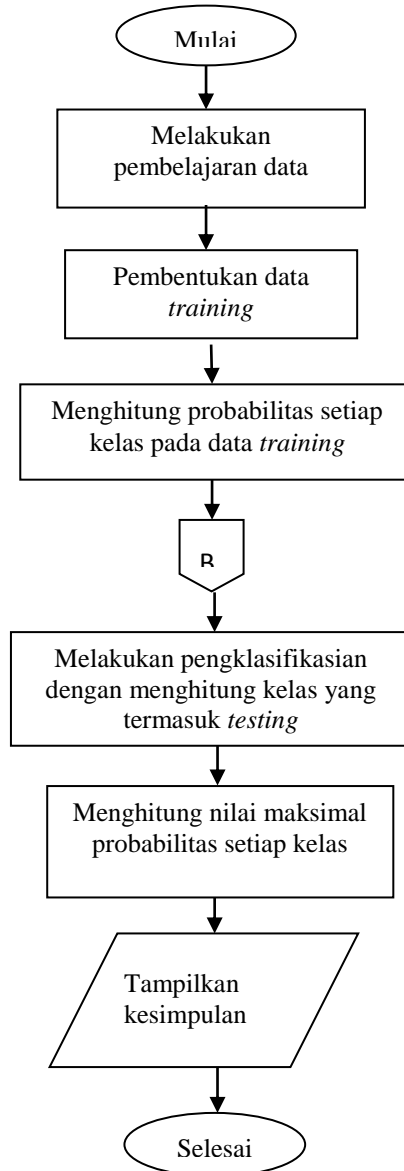
$P(A_i|B)$: Peluang posterior (dari kelas A_i) jika diberikan pengamatan B

$P(B|A_i)$: Tingkat kemungkinan (likelihood, peluang bersyarat pengamatan B diberikan kelas A_i)

$P(B)$: Konstanta normalisasi yang tidak mempengaruhi kesimpulan.

2.4 Model Sistem

Flowchart metode *Naïve Bayes Classifier* :



Gambar 2.1 Flowchart *Naïve Bayes Classifier*

2.5 Analisis Sistem

Data yang digunakan adalah data pada kalender Bali Tahun 2014 yang disusun oleh I Kt. Bangbang Gde Rawi (Alm) dan Putra-putranya yang meliputi pengujian berdasarkan wewaran pada kalender yang digunakan sebagai fitur pada sistem. Data dalam kalender Bali 2014 akan dibagi 75% menjadi data *training* dengan tanggal yang digunakan adalah dari tanggal 1 Januari 2014 sampai dengan tanggal 28 Mei 2014 dan 25% menjadi data *testing* dengan tanggal yang digunakan adalah dari tanggal 29 Mei 2014 sampai dengan tanggal 19 Juli 2014. Jumlah keseluruhan data yang digunakan adalah 210 hari saja dalam satu kalender Bali 2014 untuk menghilangkan unsur duplikasi dari kombinasi ekawara sampai dasawara pada data *training*. Bawasannya pada kalender Bali wewaran berakhir mengikuti pawukon(wuku) jumlah hari dari wuku dalam satu siklus adalah 210 hari. Oleh karena itu, data yang digunakan adalah

75% dari 210 hari sebagai data *training* dan 25% dari 210 hari sebagai data *testing*. Data *Training* pada sistem dapat dilihat pada tabel 2.1.

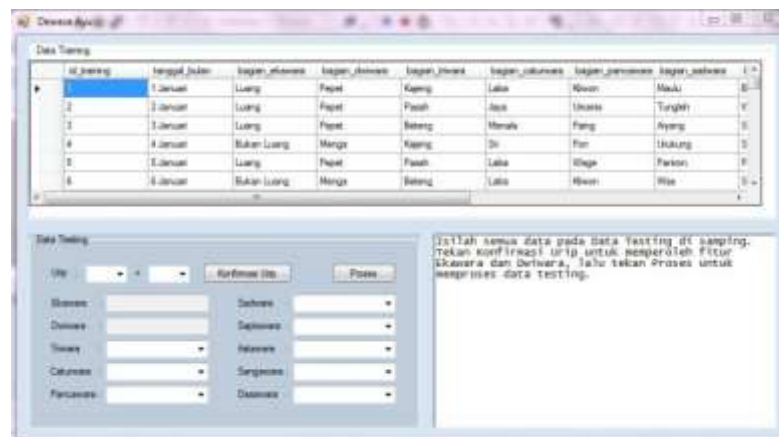
Tabel 2.1. Cuplikan Data *Training*

id_training	tanggal_bulan	bagian_ekawara	bagian_dwiwara	bagian_tiwara	bagian_caturwara	bagian_pancawara	bagian_sadwara
1	1 Januari	Luang	Pepet	Kajeng	Laba	Kiwon	Maulu
2	2 Januari	Luang	Pepet	Pasah	Jaya	Umanis	Tungleh
3	3 Januari	Luang	Pepet	Beteng	Menale	Paing	Ayang
4	4 Januari	Bukan Luang	Menga	Kajeng	Sri	Fon	Unukung
5	5 Januari	Luang	Pepet	Pasah	Laba	Wage	Paniron
6	6 Januari	Bukan Luang	Menga	Beteng	Laba	Kiwon	Was

Pada proses pengujian dengan menggunakan metode Naïve Bayes Classifier dilakukan melalui dua tahap, yaitu proses pembelajaran dan proses klasifikasi. Proses pembelajaran akan membentuk kamus data pada setiap data *training* yang digunakan sebagai acuan untuk menghitung probabilitas fitur terhadap kelas. Kemudian tentukan frekuensi setiap fitur pada setiap kelas. Sedangkan pada proses klasifikasi, langkahnya yaitu menghitung probabilitas dari jumlah setiap fitur yang akan diuji terhadap kelas. Kemudian cari nilai dari setiap kelas dengan mengalikan semua probabilitas fitur. Sehingga nilai terbesar yang akan dimunculkan pada kesimpulan.

2.6 Implementasi Sistem

Berikut merupakan hasil perancangan antarmuka sistem (menu awal). Menu utama ini merupakan menu yang diakses oleh *user* dan *user* sudah dapat melakukan pengujian hari baik dengan menginputkan wewaran pada data *testing*.



Gambar 2.2. Tampilan Utama Sistem

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Skenario Uji Coba

Pengujian dilakukan menggunakan metode *Naive Bayes Classifier*, sehingga dapat ditentukan kesimpulan hari baik yang merupakan klasifikasi dari fitur yang telah diinputkan *user*.

Pada data *training* ditampilkan kamus data dari kumpulan wewaran yang telah mendapatkan kesimpulan hari baik (dewasa ayu).

Data Training

	id_training	tanggal_bulan	bagian_ekawara	bagian_dwiwara	bagian_triwara	bagian_caturwara	bagian_pancawara	bagian_sadwara	l
▶	1	1 Januari	Luang	Pepet	Kajeng	Labo	Kiwon	Maulu	B
	2	2 Januari	Luang	Pepet	Pasah	Jaya	Umanis	Tungleh	V
	3	3 Januari	Luang	Pepet	Beteng	Menala	Paing	Ayang	S
	4	4 Januari	Bukan Luang	Menga	Kajeng	Sri	Pon	Urukung	S
	5	5 Januari	Luang	Pepet	Pasah	Labo	Wage	Pariron	F
	6	6 Januari	Bukan Luang	Menga	Beteng	Labo	Kiwon	Wes	S

Gambar 2.3. Data Training

Pada data *testing*, *user* menginputkan urip saptwara dan pancawara, dan wewaran yang merupakan fitur-fitur pada kalender, yaitu : urip saptawara dan pancawara, ekawara, dwiwara, triwara, caturwara, pancawara, sadwara, saptawara, astawara, sangawara, dan dasawara.

Data Testing

Urip : 8 + 5

Ekawara : Luang Sadwara : Tungleh

Dwiwara : Pepet Saptawara : Wraspati

Triwara : Pasah Astawara : Kala

Caturwara : Jaya Sangawara : Urungan

Pancawara : Umanis Dasawara : Duka

Gambar 2.4. Data Testing

User dapat mengklik *button* proses untuk melihat kesimpulan. Contoh gambarnya sebagai berikut :

Data Testing

Urip : 8 + 5

Ekawara : Luang Sadwara : Tungleh

Dwiwara : Pepet Saptawara : Wraspati

Triwara : Pasah Astawara : Kala

Caturwara : Jaya Sangawara : Urungan

Pancawara : Umanis Dasawara : Duka

Bidang	Probabilitas terbaik
Pertanian - Perkebunan	
Peternakan - Perikanan	
Peralatan - senjata	v
Pembangunan	
Aneka Usaha	
Upacara	
Bukan hari baik	

Gambar 2.5. Kesimpulan dari Data Testing

Kesimpulan kelas yang digunakan adalah dewasa ayu pada kalender bali, yaitu pertanian-perkebunan, peternakan-perikanan, peralatan-senjata, pembangunan, aneka usaha, upacara, dan bukan hari baik.

3.2 Hasil Uji Coba

Berikut pengujian dengan memasukkan fitur-fitur pada data *testing*. Pengujian dilakukan dengan melihat ksesuaian antara hasil kesimpulan dari sistem dengan hari baik yang terdaat pada kalender Bali tahun 2014. Dari 52 (25%) kali pengujian, diperoleh hasil seperti pada tabel berikut :

Tabel 3.1. Tabel Kesesuaian antara Hasil Kesimpulan Sistem dengan Hari Baik pada Kalender

Tanggal	urip	Ekawara	Dwiwara	Triwara	Caturwara	Pancawara	Sadwara	Saptawara	Astawara	Sangawara	Dasawara	Kesimpulan Sistem	Kesesuaian
29-Mei-14	5 + 7	bukan luang	menga	beteng	laba	pon	aryang	redite	indra	tulus	suka	Peralatan-senjata	Sesuai
30-Mei-14	4+4	bukan luang	menga	kajeng	jaya	wage	urukung	soma	guru	dadi	dewa	bukan hari baik	Tidak Sesuai
31-Mei-14	3+8	luang	pepet	pasah	manala	klwon	paniron	anggara	yama	dangu	pati	Peralatan-senjata	Sesuai
01-Jun-14	7+5	bukan luang	menga	beteng	sri	umanis	was	budha	ludra	jangur	suka	bukan hari baik	Tidak Sesuai
02-Jun-14	8+9	luang	pepet	kajeng	laba	paing	maulu	whreaspasi	brahma	gigis	raja	Peralatan-senjata	Sesuai
03-Jun-14	6+7	luang	pepet	pasah	jaya	pon	tungleh	sukra	kala	nohan	duka	aneka usaha	Tidak Sesuai
04-Jun-14	9+4	luang	pepet	beteng	manala	wage	aryang	saniscara	uma	ogan	duka	pertanian-perkebunan	Tidak Sesuai
05-Jun-14	5+8	luang	pepet	kajeng	sri	klwon	urukung	redite	sri	erangan	duka	pertanian-perkebunan	Tidak Sesuai
06-Jun-14	4+5	luang	pepet	pasah	laba	umanis	paniron	soma	indra	urungan	raksasa	pertanian-perkebunan	Sesuai
07-Jun-14	3+9	bukan luang	menga	beteng	jaya	paing	was	anggara	guru	tulus	suka	bukan hari baik	Tidak Sesuai
08-Jun-14	7+7	bukan luang	menga	kajeng	manala	pon	maulu	budha	yama	dadi	sri	pembangunan	Tidak Sesuai
09-Jun-14	8+4	bukan luang	menga	pasah	sri	wage	tungleh	whreaspasi	ludra	dangu	suka	Peralatan-senjata	Tidak Sesuai
10-Jun-14	6+8	bukan luang	menga	beteng	laba	klwon	aryang	sukra	brahma	jangur	sri	pertanian-perkebunan	Sesuai
11-Jun-14	9+5	bukan luang	menga	kajeng	jaya	umanis	urukung	saniscara	kala	gigis	sri	bukan hari baik	Sesuai
12-Jun-14	5+9	bukan luang	menga	pasah	manala	paing	paniron	redite	uma	nohan	sri	pembangunan	Sesuai
13-Jun-14	4+7	luang	pepet	beteng	sri	pon	was	soma	sri	ogan	pati	bukan hari baik	Tidak Sesuai
14-Jun-14	3+4	luang	pepet	kajeng	laba	wage	maulu	anggara	indra	erangan	raja	pertanian-perkebunan	Sesuai
15-Jun-14	7+8	luang	pepet	pasah	jaya	klwon	tungleh	budha	guru	urungan	manuh	pembangunan	Sesuai
16-Jun-14	8+5	luang	pepet	beteng	manala	umanis	aryang	whreaspasi	yama	tulus	duka	peralatan-senjata	Sesuai
17-Jun-14	6+9	luang	pepet	kajeng	sri	paing	urukung	sukra	ludra	dadi	manuh	pembangunan	Sesuai
18-Jun-14	9+7	bukan luang	menga	pasah	laba	pon	paniron	saniscara	brahma	dangu	manusa	pembangunan	Tidak Sesuai
19-Jun-14	5+4	luang	pepet	beteng	jaya	wage	was	redite	kala	jangur	raksasa	pertanian-perkebunan	Sesuai
20-Jun-14	4+8	bukan luang	menga	kajeng	manala	klwon	maulu	soma	uma	gigis	suka	pertanian-perkebunan	Sesuai
21-Jun-14	3+5	bukan luang	menga	pasah	sri	umanis	tungleh	anggara	sri	nohan	dewa	bukan hari baik	Tidak Sesuai
22-Jun-14	7+9	bukan luang	menga	beteng	laba	paing	aryang	budha	indra	ogan	manusa	pembangunan	Tidak Sesuai
23-Jun-14	8+7	luang	pepet	kajeng	jaya	pon	urukung	whreaspasi	guru	erangan	manuh	aneka usaha	Sesuai
24-Jun-14	6+4	bukan luang	menga	pasah	manala	wage	paniron	sukra	yama	urungan	pandita	pembangunan	Tidak Sesuai
25-Jun-14	9+8	luang	pepet	beteng	sri	klwon	was	saniscara	ludra	tulus	raja	pertanian-perkebunan	Sesuai
26-Jun-14	5+5	bukan luang	menga	kajeng	laba	umanis	redite	brahma	dadi	pandita	duka	pertanian-perkebunan	Sesuai
27-Jun-14	4+9	luang	pepet	pasah	jaya	paing	tungleh	soma	kala	dangu	duka	bukan hari baik	Tidak Sesuai
28-Jun-14	3+7	bukan luang	menga	beteng	manala	pon	aryang	anggara	uma	jangur	pandita	peralatan-senjata	Tidak Sesuai
29-Jun-14	7+4	luang	pepet	kajeng	sri	wage	urukung	budha	sri	gigis	pati	aneka usaha	Tidak Sesuai
30-Jun-14	8+8	bukan luang	menga	pasah	laba	klwon	paniron	whreaspasi	indra	nohan	manusa	pertanian-perkebunan	Sesuai
01-Jul-14	6+5	luang	pepet	beteng	jaya	umanis	was	sukra	guru	ogan	pati	pertanian-perkebunan	Sesuai
02-Jul-14	9+9	bukan luang	menga	kajeng	sri	paing	maulu	saniscara	yama	erangan	dewa	pembangunan	Sesuai
03-Jul-14	5+7	bukan luang	menga	pasah	laba	pon	tungleh	redite	ludra	urungan	suka	Peralatan-senjata	Sesuai
04-Jul-14	4+4	bukan luang	menga	beteng	jaya	wage	aryang	soma	brahma	tulus	dewa	pertanian-perkebunan	Tidak Sesuai
05-Jul-14	3+8	luang	pepet	kajeng	manala	klwon	urukung	anggara	kala	dadi	pati	aneka usaha	Tidak Sesuai
06-Jul-14	7+5	bukan luang	menga	pasah	sri	umanis	paniron	budha	uma	dangu	suka	Peralatan-senjata	Sesuai
07-Jul-14	8+9	luang	pepet	beteng	laba	paing	was	whreaspasi	sri	jangur	raja	pertanian-perkebunan	Sesuai
08-Jul-14	6+7	luang	pepet	kajeng	jaya	pon	maulu	sukra	indra	gigis	duka	pertanian-perkebunan	Tidak Sesuai
09-Jul-14	9+4	luang	pepet	pasah	manala	wage	tungleh	saniscara	guru	nohan	duka	aneka usaha	Tidak Sesuai
10-Jul-14	5+8	luang	pepet	beteng	sri	klwon	aryang	redite	yama	ogan	duka	pertanian-perkebunan	Sesuai
11-Jul-14	4+5	luang	pepet	kajeng	laba	umanis	urukung	soma	ludra	erangan	raksasa	pertanian-perkebunan	Sesuai
12-Jul-14	3+9	bukan luang	menga	pasah	jaya	paing	paniron	anggara	brahma	urungan	suka	Peralatan-senjata	Sesuai
13-Jul-14	7+7	bukan luang	menga	beteng	manala	pon	was	budha	kala	tulus	sri	pembangunan	Sesuai
14-Jul-14	8+4	bukan luang	menga	kajeng	sri	wage	maulu	whreaspasi	uma	dadi	suka	pertanian-perkebunan	Sesuai
15-Jul-14	6+8	bukan luang	menga	pasah	laba	klwon	tungleh	sukra	sri	dangu	sri	pembangunan	Tidak Sesuai
16-Jul-14	9+5	bukan luang	menga	beteng	jaya	umanis	aryang	saniscara	indra	jangur	sri	aneka usaha	Sesuai
17-Jul-14	5+9	bukan luang	menga	kajeng	manala	paing	urukung	redite	guru	gigis	sri	aneka usaha	Sesuai
18-Jul-14	4+7	luang	pepet	pasah	sri	pon	paniron	soma	yama	nohan	pati	aneka usaha	Sesuai
19-Jul-14	3+4	luang	pepet	beteng	laba	wage	was	anggara	ludra	ogan	raja	pertanian-perkebunan	Sesuai

Dari tabel kesesuaian di atas, diperoleh jumlah yang sesuai sebanyak 31 dan tidak sesuai sebanyak 21. Sehingga tingkat akurasi klasifikasi menggunakan metode Naïve Bayes Classifier pada sistem ini mencapai 59,62%.

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan dari hasil penelitian ini adalah sistem yang dibangun hanya dapat menguji kesesuaian kelas dengan hari baik pada kalender Bali tahun 2014. Kelas yang dimaksud adalah pertanian-perkebunan, peternakan-perikanan, peralatan-senjata, pembangunan, aneka usaha, upacara, dan bukan hari baik. Fitur yang digunakan hanya dari segi wewaran, yaitu : ekawara, dwiwarara, triwara, caturwara, pancawara, sadwara, saptawara, astawara, sangawara, dan dasawara serta urip saptawara dan urip pancawara. Sehingga tingkat akurasi yang diperoleh 59,62%. Untuk penelitian selanjutnya dapat menambahkan lebih banyak fitur – fitur yang terdapat dalam kalender Bali. Karena dalam penentuan dewasa ayu tidak hanya berdasarkan wewaran saja, banyak faktor yang dapat mempengaruhi.

Daftar Pustaka

- [1] Natalius, Samuel. "Metode *Naïve Bayes Classifier* dan Penggunaannya pada Klasifikasi Dokumen". Makalah II2092 Probabilitas dan Statistik – Sem. I Tahun 2010/2011
- [2] Lorena Br Ginting, Selvia,,Reggy Pasya Trinanda. "Teknik Data Mining Menggunakan Metode Bayes Classifier Untuk Optimalisasi Pencarian Pada Aplikasi Perpustakaan (Studi Kasus : Perpustakaan Universitas Pasundan – Bandung) ". Jurnal Teknologi dan Informasi UNIKOM. Volume 1 No 6.
- [3] Dharmavada.2011.Pengertian dan Mitologi Wewaran.[online]
<http://dharmavada.wordpress.com/2011/05/25/pengertian-dan-mitologi-wewaran/>
- [4] Yayasan Bali Galang.2000.Ketut Bangbang Gde Rawi (1910-1989) Perintis Kalender Bali.[online] <http://www.babadbali.com/pewarigaan/bbgrawi.htm>

FUNGSI DIMENSIONAL PARAMETER FISIK DENSITAS UNTUK PREDIKSI KEKUATAN KARAKTERISTIK SILINDER BETON

Wahyo Hendarto Yoh¹, Tonny Sudianto², I Made Oka Mulya³

¹ Universitas Negeri Malang, wahyohendartoyoh@yahoo.co.id

² Universitas Negeri Malang, toni.sudianto.um@gmail.com

³ Universitas Negeri Malang, okamulyaimade@gmail.com

Abstrak

Parameter fisik adalah parameter hasil pengukuran fisik yang menentukan kekuatan silinder beton. Indikator kualitas silinder beton diketahui dari besarnya kuat tekan karakteristiknya, yaitu melalui metode uji destruktif kuat tekan silinder beton hingga silinder tersebut rusak. Fenomena kerusakan beton dipengaruhi oleh variabel fisik yaitu parameter kerusakan beton. Jika parameter kerusakan beton dirumuskan oleh suatu fungsi yaitu: $y = f(P, f_c, f_t, E_c, \gamma, V_s, A, H, g) = 0$ dimana y adalah Parameter kekuatan beton, f adalah operator variabel bebas untuk mendapatkan variabel terikat, P adalah bobot hancur beton, f_c adalah kuat tekan beton, E_c adalah modulus elastisitas, γ adalah kerapatan masa (densitas), V_s adalah kecepatan gelombang sonic, A adalah diameter silinder beton, H adalah tinggi silinder beton dan g adalah percepatan gaya gravitasi bumi, dan parameter-parameter tersebut memiliki satuan besaran dan dimensi besaran, sehingga fungsi tersebut merupakan fungsi dimensional. Maka permasalahannya adalah ingin diketahui hubungan parameter kuat tekan f_c dengan parameter densitasnya yang memuat parameter luas tampang silinder beton dan gravitasi bumi. Hasil analisis dimensional memberikan hubungan parameter kuat tekan yang dirumuskan oleh fungsi tiga variabel yaitu: $f_c = F(\gamma, A, g)$. serta ingin diketahui model persamaan regresi dari fungsi tersebut, sehingga dapat digunakan untuk memprediksi kuat tekan karakteristik silinder beton pada umur beton 28 hari. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah Analisis dimensional menurut teori Phi Buckingham. Untuk keperluan uji fisik dan mekanik menggunakan sampel 30 buah silinder beton, dan mutu beton K 200 kg/cm² faktor air semen 0.5. Hasil penelitian menunjukkan rumus fungsi $f_c = \gamma A^{0.5} g$ dengan model kurve linier yang dirumuskan oleh: $y = 10^{-4}x + 20.78$

Kata kunci: Analisis Dimensional, Parameter Fisik, Teori Phi Buckingham, Rumus Empiris.

1. Pendahuluan

Fenomena fisik yang berkaitan dengan kerusakan konstruksi beton bertulang dapat diamati dengan menentukan variabel variabel fisik yang berpengaruh terhadap kekuatan beton tersebut. Fenomena fisik yang berkaitan dengan kerusakan konstruksi balok beton bertulang dapat diamati dengan menentukan variabel variabel fisik yang berpengaruh terhadap kekuatan balok beton tersebut. Menurut Amparo Alonso-Betanzos [1], jika suatu balok beton panjang L , lebar b , tinggi d , adalah kuat tekan beton f_c , tegangan leleh baja tulangan f_y , perbandingan tulangan dan bentuk tulangan ρ_l , perbandingan tulangan sengkang dan bentuk tulangan.beton ρ_v , perbandingan jarak sengkang dengan tinggi balok

a/d , dan gaya geser vertikal V , maka hubungan parameter fisik ketahanan gaya geser V terhadap parameter fisik lainnya, dapat dinyatakan kedalam fungsi dimensional yang dirumuskan oleh: $V = g(b, d, f_c, f_t, E_c, \gamma, V_s, A, H, g) = 0$ dimana y adalah Parameter kekuatan beton, f operator variabel bebas untuk mendapatkan variabel terikat f_c yaitu kuat tekan beton, dan variabel bebas yaitu E_c adalah modulus elastisitas, γ adalah kerapatan masa (densitas), V_s adalah kecepatan gelombang sonic, A adalah diameter silinder beton, H adalah tinggi silinder beton dan g adalah percepatan gaya gravitasi bumi (Wahyo H.Y.[2]), maka fungsi tersebut adalah fungsi dimensional. Besaran fisik dan satuan besaran dinyatakan dalam standar satuan internasional (SI). Sistem tersebut berdasarkan pada fenomena fisik dari suatu pengukuran besaran dasar yang berupa besaran fisik yaitu masa, panjang, dan waktu, yang memberikan satuan besaran secara berurutan yaitu : kilogram, meter dan detik, dan kini lebih dikenal sebagai Sistem Satuan MKS ataupun Sistem Dimensi LMT (Anderson H.L, [3]). Pada permasalahan fenomena fisik yang memiliki besaran dimensional akan memberikan suatu hipotesa bahwa penyelesaian masalah fenomena fisik dapat dinyatakan dalam fungsi persamaan dimensional yang homogen. Ain A. Sonin menjelaskan bahwa metode Analisis dimensional berguna untuk menyimpulkan studi variabel-variabel dalam sistem fisika yang akan memunculkan hubungan yang mungkin diantara variabel-variabelnya (Ain A. Sonin [4]). Jika P adalah salah satu parameter kerusakan silinder beton berupa besaran dari bobot hancur silinder beton yang memiliki satuan besaran Newton, maka dimensi besaran dirumuskan $M L T^{-2}$ dimana M adalah dimensi besaran masa, L adalah dimensi besaran panjang, dan T adalah dimensi besaran Berbagai parameter kekuatan silinder beton lainnya yang memiliki besaran dan satuan besaran serta dimensi besaran dapat dinyatakan dalam Tabel 1. di bawah ini: (Wahyo H.Y.[2])

Tabel 1. Satuan Besaran dan Dimensi Besaran

No.	Besaran Fisik	Lambang	Satuan Besaran	Dimensi Besaran
1.	Bobot Hancur/Gaya tekan	P	Newton	$M L T^{-2}$
2.	Kuat Tekan silinder beton	f_c	N/m^2	$M L^{-1} T^{-2}$
3.	Kuat Tarik silinder beton	F_t	N/m^2	$M L^{-1} T^{-2}$
4.	Kerapatan Massa (densitas)	γ	Kg/m^3	$M L^{-3}$
5.	Tinggi/panjang silinder beton	H	m	L
6.	Kecepatan rambat gelombang sonic	V_s	m/det	$L T^{-1}$
7.	Modulus Elastisitas silinder beton	E_c	N/m^2	$M L^{-1} T^{-2}$
8.	Luas tampang silinder	A	m^2	L^{-2}
9.	Percepatan gravitasi bumi	g	m/det^2	$L T^{-2}$

Menurut Langhar [5], jika suatu persamaan adalah homogen dan berdimensi, maka persamaan tersebut dapat direduksi pada sejumlah himpunan hubungan produk tanpa dimensi yang lengkap. Suatu permasalahan fenomena fisik dapat diselesaikan dengan Teori Phi Buckingham yang parameter- parameternya nya akan memberikan fungsi dimensional homogen dan hasilnya adalah produk tanpa dimensi. Karena itu masalah yang ingin dikaji dalam penelitian ini adalah: Bagaimana produk tanpa dimensi menurut Teori Phi Buckingham dapat diaplikasikan pada fenomena kerusakan silinder beton. Bagaimana rumusan fungsi untuk persamaan empiris dari kekuatan tekan silinder beton

f_c yang dibangun oleh parameter fisik lainnya dalam hal ini adalah parameter fisik densitas? Bagaimanakah model kurve hubungan kuat tekan silinder beton f_c aktual dengan kuat tekan silinder beton f_c persamaan empiris?

Dari aspek kontribusi pada iptek penelitian ini dimaksudkan agar dapat memberikan pengembangan ilmu pengetahuan teknologi beton yaitu berupa Rumus Empiris kuat tekan karakteristik silinder beton f_c . Disamping itu untuk keperluan praktis teknologi beton sehari-hari, karena selama ini untuk mengetahui mutu karakteristik silinder beton selalu menggunakan uji destruktif, sedangkan untuk uji kuat tekan silinder beton dengan menggunakan rumus empiris hampir tidak pernah dilakukan. Karena itu temuan rumus empiris ini akan berguna untuk memperkirakan kekuatan karakteristik silinder beton sebelum benda uji tersebut diberikan diuji secara destruktif. Dari aspek sosial budaya rumus empiris ini berguna bagi para praktisi teknik sipil dan masyarakat perusahaan beton ready mix, yaitu agar mereka dapat memprediksikan karakteristik silinder beton sebagai produknya sebelum produk tersebut diberikan uji destruktif. Hal ini memberikan nilai tambah dalam kontrol kualitas produk campurn beton untuk mutu silinder beton yang telah ditentukan.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan sampel silinder beton dengan ketentuan seperti berikut: Diameter D yang bervariasi yaitu: 10.0 Cm, 12.5 Cm, 15.0 Cm, dan 17.5 Cm. Tinggi silinder H = dua kali diametr silinder beton. Sampel yang digunakan 30 buah silinder beton. Campuran beton menggunakan Semen Portland, Pasir dan Kerikil dan dengan perbandingan berat yaitu 1 Portland Cement : 2 Pasir : 3 Kerikil. Faktor air semen: FAS = $W/C = 0.5$. Agregat halus yang digunakan yaitu pasir tergolong zone II. Agregat kasar gradasi tunggal yaitu: $\emptyset(40 - 20)\text{mm}$, $\emptyset(20 - 10)\text{mm}$ dan diameter agregat campuran dengan modulus kehalusan kerikil = 7.0. Pengujian kuat tekan dilakukan dilakukan pada umur 28 hari. Selanjutnya permasalahan tersebut diatas diselesaikan dengan teorema Phi Buckingham. Teorema Phi Buckingham memberikan bukti bahwa dalam suatu fenomena permasalahan fisik dengan melibatkan besaran yang memiliki n variabel dimensional dan r adalah banyaknya dimensi besaran M L T (=3), maka besaran-besaran tersebut dapat diatur dalam (n-r) buah produk parameter phisik tanpa dimensi.(Victor, L. Streeter [6]) Produk tanpa dimensi dapat diilustrasikan dalam sistim persamaan fungsi homogen seperti berikut:

Jika suatu bentuk umum persamaan fisik dirumuskan:

$$F(X_1, X_2, X_3 \dots X_n) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

Dimana: X_i (untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$) adalah variabel fisik dimensional, n adalah banyaknya variabel fisik dimensional.

$$\text{Jika } f(Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Dimana: Q_i (untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$) adalah kuantitas suatu besaran mengandung dimensi M L T, n adalah banyaknya variabel besaran dimensional. Jika $f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-r}) = 0 \dots \dots \dots (3)$

Dimana: Π_i (untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$) adalah produk tidak berdimensi dan r adalah banyaknya dimensi M L T ($r=3$) Maka produk tanpa dimensi pada persamaan (3) dapat dituliskan menjadi:

$$\Pi_1 = Q_1^{a_1} Q_2^{b_1} Q_3^{c_1} Q_4,$$

$$\Pi_2 = Q_1^{a_2} Q_2^{b_2} Q_3^{c_2} Q_5.$$

$$\Pi_{(n-r)} = Q_1^{a(n-r)} Q_2^{b(n-r)} Q_3^{c(n-r)} Q_n \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{Jika: } a(n-r) = X_1 \quad b(n-r) = X_2 \quad c(n-r) = X_3$$

Maka sesuai dengan Teorema Phi Buckingham (David F.W. and Nolle H.[7]) produk

tanpa dimensi $\Pi_{(n-r)}$ pada persamaan (4) dinyatakan sebagai:

$$\Pi_{(n-r)} = Q_1^{X_1} Q_2^{X_2} Q_3^{X_3} Q_n \dots \dots \dots (5)$$

Selanjutnya persamaan (5) dapat ditandai dalam sistim matriks dimensional sebagai berikut:

$\Pi_{(n-r)}$	Q_1 X_1	Q_2 X_2	Q_3 X_3	$\dots\dots\dots$	$Q_{(n-r)}$ $X_{(n-r)}$
M	a_1	a_2	a_3	$\dots\dots\dots$	a_n
L	b_1	b_2	b_3	$\dots\dots\dots$	b_n
T	c_1	c_2	c_3	$\dots\dots\dots$	c_n

.....(6)

Jika Π adalah produk tanpa dimensi yang dibangun oleh perpangkatan X_1, X_2 dan X_3 maka sistim matriks dimensional persamaan (6) memberikan transformasi sistim persamaan linier simultan sebagai berikut (Wahyo H.Y.[7])

$$\begin{array}{lcl}
 \text{M} & a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots\dots\dots + a_n X_n & = 0 \\
 \text{L} & b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \dots\dots\dots + b_n X_n & = 0 \dots\dots\dots(7) \\
 \text{T} & c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + \dots\dots\dots + c_n X_n & = 0
 \end{array}$$

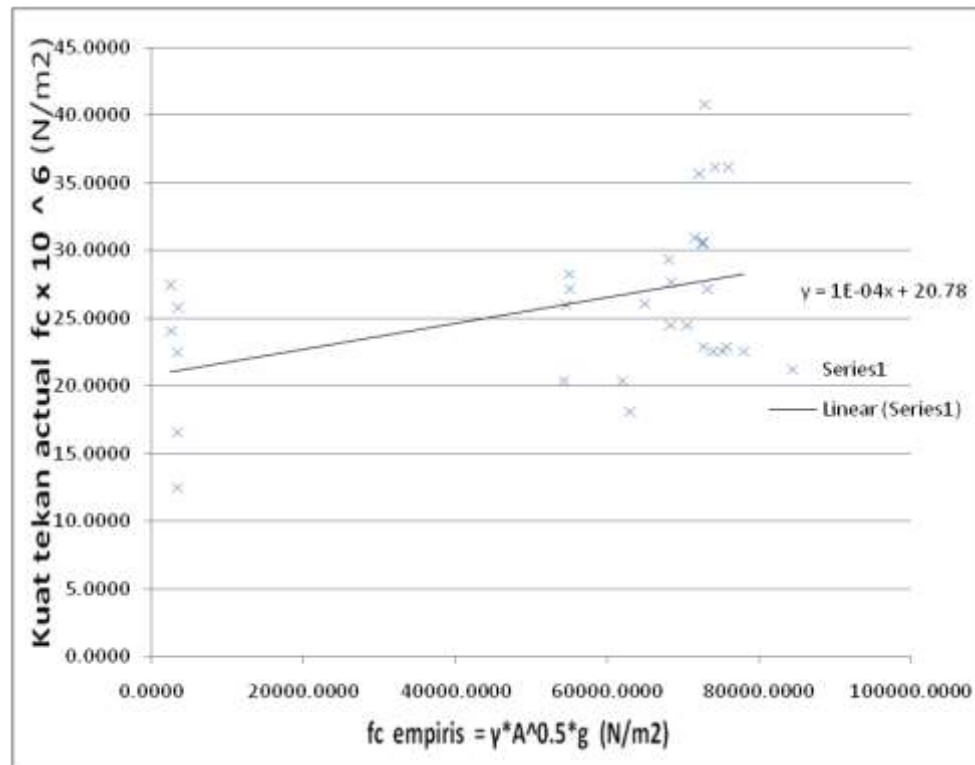
dimana X_1, X_2 , dan X_3 adalah solusi dari persamaaan (7) dan Π adalah produk tidak berdimensi dari perpangkatan X_1, X_2 , dan X_3 yang dinyatakan dalam bentuk fungsi $y = f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots\dots\dots \Pi_n)$

Sebagai luaran yaitu Π berupa produk tidak berdimensi dari perpangkatan X_1, X_2 , dan X_3 yang dinyatakan dalam fungsi $y = f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots\dots\dots \Pi_n) \dots\dots(7)$

Jika parameter kekuatan silinder beton dirumuskan oleh suatu fungsi yaitu: $y = f(P, f_c, f_t, E_c, \gamma, V_s, A, H, g) = 0$ dimana y adalah Parameter kekuatan beton, f operator variabel bebas untuk mendapatkan variabel terikat f_c yaitu kuat tekan beton, dan variabel bebas yaitu E_c adalah modulus elastisitas, γ adalah kerapatan masa (densitas), V_s adalah kecepatan gelombang sonic, A adalah diameter silinder beton, H adalah tinggi silinder beton dan g adalah percepatan gaya gravitasi bumi, maka dengan menggunakan analisis dimensional metode Phi Buckingham sebagai persamaan (7) memberikan hubungan parameter-parameter fisik yaitu $f_c = F(\gamma, A, g)$ berupa fungsi tiga variabel yang dirumuskan oleh $f_c = \gamma A^{0.5} g$. Sebagai luaran produk penelitian ini adalah rumusan fungsi regresi kuat tekan silinder beton f_c sebagai variabel tidak bebas dan rumus $f_c = \gamma A^{0.5} g$ sebagai variabel bebas yang dapat digunakan sebagai rumus prediktornya..

3. Hasil dan Pembahasan

Luaran yang diperoleh berupa kurve fungsi yang dapat digunakan untuk prediksi kuat tekan karakteristik silinder beton berdasarkan kerapatan masa beton, luas tampang silinder beton, dan percepatan gravitasi bumi. Kurve fungsi berbentuk linier yang menunjukkan hubungan kuat tekan silinder beton f_c sebagai variabel dependen serta merupakan kuat tekan aktual silinder beton hasil uji destruktif di laboratorium, sedangkan parameter fisik lainnya sebagai variabel prediktor yang menunjukkan kuat tekan silinder beton uji non destruktif. Kurve fungsi kuat tekan actual dan kuat tekan prediktor tampak pada gambar 1.



Gambar 1. Kurve Fungsi Kuat Tekan Actual dan Kuat Tekan Prediktor

Gambar 1 Menunjukkan hubungan kuat tekan actual f_c dan kuat tekan f_c prediktor yaitu rumus empiris $f_c = \gamma A^{0.5} g$ berupa kurve linier $y = 10^{-4}x + 20.78$. Pada Gambar 1 tampak memberikan satuan skala pada sumbu x sebagai rumus empiris untuk memprediksi kekuatan tekan silinder beton memiliki satuan N/m^2 berkisar dari 0.0000 N/m^2 hingga 100000.0000 N/m^2 . Sedang pada sumbu y menyatakan besar kuat tekan f_c silinder beton yang diprediksikan berupa kuat tekan actual hasil uji destruktif di laboratorium. Skala tersebut berkisar dari 0.0000 N/m^2 hingga 45.0000 dikalikan terhadap konstanta $10^6 N/m^2$. Hubungan antara kuat tekan f_c empiris dengan kuat tekan actual dirumuskan oleh fungsi linier $y = 10^{-4}x + 20.78$. Sebagai validasi dari prediksi kuat tekan f_c silinder beton dapat menggunakan data misalnya: silinder beton diameter 0.15 m, tinggi $H = 0.300$ m, luas tampang $A = 0.017663 m^2$ masa (berat) silinder beton = 14.8000 kg, gravitasi bumi g diambil $10 m/det^2$ maka kepadatan masa silinder beton $\gamma = 47473.44 kg/m^3$, dan kuat tekan f_c menurut rumus empiris adalah $f_c = \gamma A^{0.5} g = 47473.44 kg/m^3 \times (0.017663)^{0.5} m^2 \times 10 m/det^2 = 6309.44 N/m^2$ selanjutnya kuat tekan prediksinya adalah $y = f(10^{-4}x + 20.78) = 10^{-4}x 6309.44 + 20.78 = 21.410944 N/m^2$ dimana skala pada sumbu y harus dikalikan konstanta 10^6 sehingga menjadi $21.410944 \times 10^6 N/m^2 = 21.41099 MPa = 214.0944 kg/cm^2$. Besaran tersebut menunjukkan bahwa kuat tekan prediksi $f_c = 214.0944 kg/cm^2$ dan kuat tekan actual harus memenuhi mutu beton K 175 atau K 200 (memenuhi). Dari kurve linier yang dihasilkan maka tampak bahwa kuat tekan silinder beton actual akan berkisar dari 20 MPa sampai 27 MPa.

Menurut Peraturan Beton Indonesia 1971, disebutkan untuk mutu beton normal kekuatan karakteristik beton antara K125 hingga K225 atau 12.5 MPa hingga 22.5 MPa. (PBI-1971 [8]). Kuat tekan beton juga ditentukan oleh faktor air semen (water cement ratio = w/c), kualitas semen portland, sifat dan jenis agregat, proporsi campuran, kelecakan (workability), pemadatan, perawatan (curing) dan umur beton (L.J. Murdock [9]). Dalam penelitian ini menggunakan faktor air semen 0.5 dan kerikil batu pecah, dan

curing perendaman dalam air selama 7 hari dengan perbandingan 1 Pc : 2 Pasir : 3 Kerikil. Dari 30 buah sampel memberikan kuat tekan rata-rata f_c sebesar $22.45 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ dan standar deviasi $4.54 \times 10^6 \text{ N/m}^2$. Hal ini menunjukkan bahwa mutu beton yang dicapai berkisar untuk mutu K 175 hingga K 225.

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan yang diperoleh yaitu: Kuat tekan aktual silinder beton atau kuat tekan prediktif silinder beton umur 28 hari dapat ditentukan dengan menggunakan harga fungsi dari suatu persamaan linier yaitu: $y = 10^{-4}x + 20.78$ dimana variabel x adalah kuat tekan silinder beton f_c empiris yang dirumuskan oleh: $f_c = \gamma A^{0.5}$ g. Hasil kuat tekan aktual dan prediktif yang diperoleh dari persamaan linier tersebut dapat memenuhi mutu beton karakteristik 200 kg/cm^2 atau sama dengan $20.00 \text{ MPa} = 20.00 \times 10^6 \text{ Pa} = 20.00 \times 10^6 \text{ N/m}^2$. sebagai saran untuk memvalidasi besar kuat tekan aktual silinder beton, maka nilai fungsi $y = 10^{-4}x + 20.78$ harus dibandingkan dengan uji destruktivnya apakah memenuhi mutu karakteristik betonnya yaitu K175, atau K 200.

5. Ucapan Terima Kasih

Pada kesempatan ini kami mengucapkan limpah terima kasih kepada beberapa pihak yaitu: (1). Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi yang telah merekomendasikan dan membiayai pada riset fundamental 2014; (2) Universitas Negeri Malang, LP2M-UM yang telah memberikan kesempatan untuk usulan penelitian ini; dan (3) Panitia Seminar Nasional Matematika 2014 FMIPA Universitas Udayana, Denpasar, Bali., yang telah memberikan kesempatan kepada kami untuk mempresentasikan artikel tersebut..

Daftar Pustaka

- [1] Amparo Alonso-Betanzos et al. (2004). *Shear Strength Prediction using Dimensional Analysis*, ESANN'2004 proceedings - European Symposium on Artificial Neural Networks Bruges (Belgium), pp. 251-256
- [2] Wahyu H.Y. 2012. *Analisis Dimensional Pada Fenomena Fisik Kerusakan Silinder Beton*. Jurnal Bangunan, Th.19 No. 1. Desember 2012, hal. 119-127
- [3] Anderson H.L. 1989. *A Physicist's Desk Reference*, American Institute of Physics.
- [4] Ain Sonin 2001. *The Physical Basic of Dimensional Analysis*. MIT, Cambridge
- [5] Langhaar, H.L 1964. *Dimensional Analysis and Theory of Models*, 6th Ed., New York, Wiley & sons.
- [6] Victor, L. Streeter, 1988. *Fluid Mechanics*. Terjemahan Arko Priyono, Jakarta Erlangga.
- [7] Wahyu H.Y. 2001. *Transformasi Fungsi Dimensional Ke Dalam Persamaan Linier Sebagai Alternatif Metode Solusi Permasalahan Hubungan parameter Fisik*. Makalah Pertemuan Nasional Basic Science 1 FMIPA Universitas Brawijaya Malang
- [8] Direktorat Jendral Cipta Karya. Lembaga Penyelidikan Masalah Bangunan, *Peraturan Beton Indonesia 1971*
- [9] Murdock L.J. & Brook K.M. 1986. *Concrete Materials And Practice* Terjemahan S. Hendarko, Jakarta, Erlangga.

BEBERAPA VARIABEL YANG MEMENGARUHI VOLUME PERDAGANGAN SAHAM DI BURSA EFEK INDONESIA

I B. Putu Wisna Megayana^{§1}, I Putu Eka N. Kencana²

¹Jurusan Matematika – Universitas Udayana,

E-mail: wisnamegayana@gmail.com

[§] *Corresponding Author*

² Jurusan Matematika – Universitas Udayana,

E-mail: i.putu.enk@unud.ac.id

Abstract

This paper aimed to study effects of inflation, the exchange rate of IDR to USD, Nikkei Index, and Straits Time Index as some macroeconomic variables on volume of stocks traded at Bursa Efek Indonesia (BEI). We used Vector Autoregressive (VAR) to model the problem. Prior to include in the model, all of variables were examined their stationarity using Augmented Dickey-Fuller (ADF) test. The test showed all variables were integrated in first order or I(1), respectively. The obtained VAR model showed inflation rate, exchange rate, and Nikkei Index had negative effects on volume of traded stock, whereas Straits Times Index had positif effect.

Keywords: ADF test, BEI, macroeconomic variables, stationarity, VAR, volume of stocks traded.

1. Pendahuluan

Volume saham yang diperdagangkan di sebuah pasar modal, telah diketahui memiliki volatilitas tinggi. Sebagai produk, volume saham yang ditransaksikan akan dipengaruhi berbagai variabel makroekonomi, kelompok variabel yang perubahannya berdampak pada seluruh rumah tangga, korporasi, dan pasar secara simultan [1]. Pasar modal sendiri adalah pasar untuk melakukan transaksi instrumen keuangan atau sekuritas, dalam bentuk hutang ataupun modal sendiri, yang dilakukan oleh pemerintah, *public authorities*, dan oleh perusahaan swasta [2]. Tulisan ini ditujukan untuk menganalisis pengaruh inflasi, nilai tukar Rupiah terhadap dolar Amerika Serikat, Indeks Nikkei, dan Straits Times Index sebagai empat variabel makroekonomi terhadap volume perdagangan saham di Bursa Efek Indonesia (BEI).

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder dari Yahoo (<http://finance.yahoo.com>) dan Bank Indonesia (<http://www.bi.go.id>). Matriks data pada penelitian tersusun dari vektor laju inflasi Indonesia (INF), nilai tukar Rupiah terhadap US Dollar (EXC), Indeks Nikkei (NIK), Straits Times Index (STI), serta volume saham (VOL) yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia (BEI) pada periode tahun 2004 – 2013.

Pemodelan untuk kelima variabel pada penelitian dilakukan dengan mengaplikasikan model *Vector Autoregressive* (VAR), sebuah model yang bisa disepadankan dengan model persamaan simultan dalam ranah pemodelan ekonometrika yang tidak menspesifikasi secara tegas antara variabel bebas dengan variabel tak bebas [3]. Merujuk [4] model VAR

bisa direpresentasikan dalam bentuk persamaan berikut:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{u}_t \quad (1)$$

dengan $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{(n-1)t}, y_{nt})'$, \mathbf{A}_0 adalah matriks konstanta berukuran $(n \times 1)$, \mathbf{A}_i adalah matriks koefisien berukuran $(n \times n)$, $i = 1, 2, \dots, p$, dan \mathbf{u}_t adalah vektor error yang berukuran $(n \times 1)$.

Pengembangan model VAR pada *paper* ini dilakukan mengikuti langkah-langkah berikut:

A. Uji Kestasioneran Variabel

Untuk menghindari fenomena *spurious regression* pada model yang dibuat, maka variabel-variabel pada model VAR perlu diperiksa kestasionerannya [4]. Pemeriksaan kestasioneran variabel dilakukan dengan mengaplikasikan Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) yang menguji apakah suatu variabel runtun waktu memiliki akar unit (*unit root*) memperhatikan diasumsikan residual model saling berkorelasi. Bila terdapat akar unit, maka variabel yang diperiksa belum stasioner [4], [5]. Secara formal uji ADF dinyatakan dalam model pers. (2):

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (2)$$

Pada pers. (2), $\delta = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1$; $\alpha_i = -\sum_{j=i+1}^m \phi_j$; dengan u_t menyatakan residual, dan $m = p - 1$ menyatakan panjang *lag*. Pasangan hipotesis yang diuji pada uji ADF adalah:

$H_0: \delta = 0$ (memiliki akar unit/tidak stasioner)

$H_1: \delta < 0$ (tidak memiliki akar unit/stasioner)

Pasangan hipotesis diuji dengan memeriksa statistik τ yang dihitung dari persamaan berikut:

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^p \phi_i - 1}{\text{simpangan baku } (\sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i)} \quad (3)$$

Jika nilai $\tau \leq$ nilai kritis tabel Dickey-Fuller (DF) atau tabel MacKinnon, maka hipotesis nol ditolak yang menunjukkan data runtun waktu bersifat stasioner, sebaliknya hipotesis nol tidak dapat ditolak yang menunjukkan data runtun bersifat nonstasioner [6].

B. Menentukan Panjang Lag Optimal

Estimasi VAR sangat peka terhadap panjang *lag* yang digunakan. Penentuan *lag* yang optimal menjadi salah satu prosedur penting yang harus dilakukan dalam pembentukan model. Metode yang digunakan untuk menentukan panjang *lag* optimal pada tulisan ini adalah *Schwarz Information Criterion* (SIC) yang didefinisikan sebagai:

$$\ln(SIC) = \ln \left(\frac{\sum \hat{u}_i^2}{n} \right) + \frac{k}{n} \ln(n) \quad (4)$$

Pada pers. (4), $\sum \hat{u}_i^2$ menyatakan jumlah residual kuadrat, k menyatakan jumlah variabel bebas, dan n menyatakan jumlah observasi. Semakin kecil nilai SIC semakin baik model yang digunakan. Pada tulisan ini panjang *lag* yang digunakan adalah panjang *lag* model dengan nilai SIC kecil [7].

C. Uji Kointegrasi

Kointegrasi merupakan kombinasi linear dari variabel yang tidak stasioner dan terintegrasi pada orde yang sama [3]. Apabila data runtun waktu terkointegrasi, maka

terdapat hubungan dalam jangka panjang. Untuk sebuah model VAR(p), representasi dalam bentuk *Vector Error Correcting Model* (VECM) dapat dinyatakan sebagai:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{\Pi} \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + u_t \quad (5)$$

Persamaan (5) memiliki informasi penyesuaian jangka pendek dan jangka panjang terhadap perubahan \mathbf{y}_t . Dalam kasus ini, $\mathbf{\Pi}$ dapat difaktorisasi sebagai $\mathbf{\Pi} = \alpha\beta'$, dengan α dan β adalah matriks $n \times r$, dan α menyatakan kecepatan penyesuaian terhadap ketidakseimbangan, dan β adalah matriks dari koefisien jangka panjang dan mengandung vektor kointegrasi [8].

Untuk mengetahui jumlah vektor kointegrasi, terdapat tiga kemungkinan model yang akan ditentukan oleh pangkat (*rank*) matriks $\mathbf{\Pi}$, yaitu:

- Jika *rank* matriks $\mathbf{\Pi} = 0$, maka tidak ada informasi jangka panjang dan VAR yang stasioner pada orde nol (VAR *in level*) cocok untuk merepresentasikan model;
- Jika *rank* matriks $\mathbf{\Pi}$ penuh, maka \mathbf{y}_t stasioner pada levelnya dan VAR berbentuk *first difference* (VAR *in difference*) cocok untuk merepresentasikan model, dan;
- Jika *rank* matriks $\mathbf{\Pi}$ adalah $0 < r < n$, maka $\beta' \mathbf{y}_t$ akan stasioner walaupun \mathbf{y}_t tidak stasioner dan VECM cocok untuk merepresentasikan model.

Terdapat dua uji yang biasa digunakan dalam menentukan jumlah vektor kointegrasi yaitu uji *trace* dan uji *maximum eigenvalue* dengan statistik uji:

$$\lambda_{\text{trace}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

serta

$$\lambda_{\text{max}}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

dengan T menyatakan jumlah amatan, $\hat{\lambda}_i$ menyatakan estimasi *eigenvalue* yang dihasilkan dari estimasi matriks $\mathbf{\Pi}$, dan r menyatakan *rank* yang mengindikasikan jumlah vektor kointegrasi [7]. Pasangan hipotesis yang diuji adalah:

H_0 : banyaknya vektor kointegrasi (r) = 0

H_1 : banyaknya vektor kointegrasi (r) > 0

Keputusan menolak H_0 diambil bila nilai *trace statistic* dan *maximum eigenvalue* lebih besar dari nilai kritis pada tingkat kepercayaan α . Ditolaknya H_0 menunjukkan bahwa variabel-variabel runtun waktu mengalami kointegrasi.

3. Hasil dan Diskusi

A. Uji Kestasioneran Data

Sebelum model VAR diestimasi, kelima variabel yang dianalisis pada tulisan ini diperiksa kestasionerannya dengan uji ADF dengan hasil uji tercantum pada Tabel 1. Berdasarkan hasil uji ADF, diperoleh seluruh variabel (VOL, INF, EXC, NIK, STI) stasioner pada *differencing* pertama.

B. Panjang Lag Optimal

Setelah menguji kestasioneran data, maka langkah selanjutnya adalah menentukan panjang *lag* optimal. Mempertimbangkan estimasi VAR sangat peka terhadap panjang *lag* yang digunakan, maka *lag* yang disertakan pada model VAR ditentukan dengan memilih *lag* yang memiliki nilai SIC terendah. Nilai-nilai SIC dari setiap *lag* yang dihitung dengan program Eviews 6.0 dicantumkan pada Tabel 2.

Tabel 1. Uji Kestasioneran Variabel

Variabel	Unit Root Test in	Statistik τ	Nilai MacKinnon	Peluang	Keterangan
VOL	Level	-1,75888	-2,88607	0,3992	Non-stasioner
	1 st differencing	-14,1298	-2,88607	0,0000	Stasioner
INF	Level	-2,43582	-2,88607	0,1342	Non-stasioner
	1 st differencing	-8,94869	-2,88607	0,0000	Stasioner
EXC	Level	-2,14274	-2,88650	0,2286	Non-stasioner
	1 st differencing	-4,45024	-2,88650	0,0004	Stasioner
NIK	Level	-1,22263	-2,88607	0,6631	Non-stasioner
	1 st differencing	-8,76251	-2,88607	0,0000	Stasioner
STI	Level	-1,85150	-2,88586	0,3542	Non-stasioner
	1 st differencing	-9,27505	-2,88607	0,0000	Stasioner

Sumber: Analisis Data (2014)

Tabel 2. Penentuan Panjang *Lag* Optimal

<i>Lag</i>	0	1	2	3	4	5	6
SIC	43,7672	43,7283*	43.7654	43.8075	43.7848	43.8165	43.8399

Sumber: Analisis Data (2014)

C. Uji Kointegrasi

Uji kointegrasi dilakukan untuk melihat suatu hubungan ekulibrium jangka panjang antara variabel-variabel yang tidak stasioner tetapi memiliki kombinasi linear yang stasioner. Dalam penelitian ini, uji kointegrasi dilakukan dengan menggunakan metode kointegrasi Johansen. Variabel-variabel yang akan diuji harus merupakan variabel yang stasioner pada derajat yang sama. Berikut ini dicantumkan hasil uji kointegrasi dengan metode kointegrasi Johansen pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji Kointegrasi Johansen

Hipo-tesis	Nilai Eigen	Kriteria Trace Statistic			Kriteria <i>Max. Eigen Statistics</i>		
		<i>Trace</i>	Nilai Kritis [§]	Keputusan	Max. Eigen	Nilai Kritis [§]	Keputusan
$r = 0^*$	0.175426	47.17907	69.81889	Terima H_0	22.76076	33.87687	Terima H_0
$r \leq 1$	0.118846	24.41831	47.85613	Terima H_0	14.92966	27.58434	Terima H_0
$r \leq 2$	0.058953	9.48864	29.79707	Terima H_0	7.16995	21.13162	Terima H_0
$r \leq 3$	0.017309	2.31869	15.49471	Terima H_0	2.06039	14.26460	Terima H_0
$r \leq 4$	0.002187	0.25830	3.84147	Terima H_0	0.25830	3.84147	Terima H_0

Sumber: Analisis Data (2014)

Keterangan:

* Hipotesis nol (H_0)

§ Dihitung pada tingkat signifikansi 5 persen

Merujuk Tabel 3, terlihat bahwa nilai *trace statistic* dan *maximum eigenvalue* pada $r = 0$ lebih kecil dari *critical value* dengan tingkat signifikansi 5%. Hal ini berarti tidak cukup bukti untuk menolak hipotesis nol yang menyatakan bahwa tidak ada kointegrasi. Dengan demikian, hasil uji kointegrasi menjustifikasi bahwa VOL, INF, EXC, NIK, dan STI tidak memiliki hubungan jangka panjang.

D. Estimasi Model VAR

Mengingat masing-masing variabel stasioner pada *differencing* pertama serta tidak memiliki kointegrasi atau hubungan jangka panjang, maka model VAR dapat diestimasi dalam bentuk *difference* (VAR in difference) sebagai berikut:

$$D(VOL_t) = -0.276 * D(VOL_{t-1}) - 4.33 \times 10^{11} * D(INF_t) - 3.11 \times 10^5 * D(EXC_t) - 9.45 \times 10^4 * D(NIK_t) + 5.50 \times 10^5 * D(STI_t) \quad (6)$$

Melalui persamaan (6) diketahui bahwa variabel-variabel bebas (pada *first difference*) memberikan pengaruh terhadap volume perdagangan saham sebesar koefisien masing-masing variabel tersebut. Berdasarkan estimasi VAR in difference, diperoleh volume perdagangan saham dipengaruhi oleh dinamika pergerakan dirinya sendiri pada satu periode sebelumnya dan memberikan pengaruh yang negatif.

Inflasi, nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat, dan indeks Nikkei memberikan pengaruh yang negatif terhadap volume perdagangan saham di BEI. Dengan meningkatnya laju inflasi, menguatnya nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat, dan indeks Nikkei akan mengakibatkan menurunnya volume saham yang ditransaksikan. Sedangkan Straits Times Index memberikan pengaruh positif terhadap volume saham yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia.

4. Simpulan dan Saran

A. Simpulan

Merujuk hasil analisis, maka dapat disimpulkan melalui estimasi VAR in difference variabel inflasi, nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat, dan indeks Nikkei memberikan pengaruh yang negatif sedangkan Straits Times Index memberikan pengaruh yang positif terhadap volume perdagangan saham di Bursa Efek Indonesia.

B. Saran

Untuk penelitian selanjutnya disarankan menambahkan berbagai indeks atau variabel-variabel lainnya yang diduga memiliki pengaruh terhadap volume perdagangan saham di Bursa Efek Indonesia. Selain itu, disarankan juga mengimplementasikan *Impulse Respons Function*, *Variance Decomposition*, atau uji kausalitas Granger untuk memperkuat hasil analisis VAR.

Daftar Pustaka

- [1] S. Husnan, *Dasar-dasar Teori Portofolio and Analisis Sekuritas*. Yogyakarta, Indonesia: AMP YPKN, 1998.
- [2] S. Johansen, "Statistical Analysis of Cointegration Vector," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, pp. 231-254, 1988.
- [3] R. F. Engle and C. W. J. Granger, "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, vol. 55, no. 2, pp. 251-276, 1987.
- [4] Damodar N. Gujarati, *Basic Econometrics*, 4th ed. New York, USA: The McGraw-Hill, 2004.
- [5] William Enders, *Applied Econometrics Time Series*, 2nd ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2004.

- [6] David A. Dickey and Wayne A. Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Econometrica*, vol. 49, no. 4, pp. 1057-1072, 1981.
- [7] R.S. Tsay, *Analysis of Financial Time Series*. New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 2002.
- [8] S. Johansen and K. Juselius, "Maximum Likelihood Estimator and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, no. 2, pp. 169-200, 1990.
- [9] N. G. Mankiew, *Principles of Macroeconomics*, 3rd ed. South Western, USA: Thomson, 2004
- [10] Christopher. A. Sims, "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, vol. 48, no. 1, pp. 1-48, 1980.

HUBUNGAN ANTARA LATAR BELAKANG INDIVIDU DENGAN KARAKTER WIRAUSAHA MAHASISWA PENERIMA PROGRAM MAHASISWA WIRAUSAHA (PMW) UNIVERSITAS UDAYANA

Ni Luh Putu Suciptawati¹, Ketut Jayanegara²

¹Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Udayana, putusuciptawati@yahoo.co.id

²Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Udayana, ketut_jayanegara@yahoo.com

Abstrak

Tujuan Penelitian ini untuk melihat kesesuaian antara latar belakang individu dengan karakter wirausaha mahasiswa. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diperoleh dengan menyebarkan kuesioner kepada mahasiswa yang mengajukan proposal PMW tahap 2 Tahun 2010. Jumlah sampel penelitian 150 orang. Analisis yang digunakan adalah analisis korelasi kanonik. Hasil penelitian menunjukkan latar belakang individu memiliki hubungan yang erat dengan karakter wirausaha mahasiswa, antara lain: keinginan untuk berprestasi, keinginan untuk bertanggung jawab, preferensi pada risiko, persepsi pada kemungkinan berhasil, aktivitas enerjik, orientasi ke masa depan, keterampilan dalam pengorganisasian, dan sikap terhadap uang.

Kata kunci: PMW, Latar Belakang Individu, Karakter Wirausaha, Korelasi Kanonik.

1. Pendahuluan

Program Mahasiswa Wirausaha (PMW) merupakan program dan kebijakan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan untuk memfasilitasi para mahasiswa memulai berwirausaha dengan basis ilmu pengetahuan. Manfaat PMW bagi mahasiswa adalah memberi kesempatan pada mahasiswa untuk mengembangkan *softskill*, menumbuhkan jiwa bisnis sehingga dapat mengubah pola pikir dari pencari kerja menjadi pencipta lapangan pekerjaan, serta menjadi pengusaha yang tangguh dan sukses menghadapi persaingan global.

PMW Universitas Udayana membiayai bidang usaha antara lain: pariwisata budaya, keteknikan, air, energi, kesehatan, pertanian, keanekaragaman hayati, konstruksi, pengemasan, konsultasi atau jasa, dan perdagangan [3]

Pada Program Mahasiswa Wirausaha (PMW) tahap satu terdapat 71 proposal usaha yang terdiri dari 216 mahasiswa yang masuk ke meja panitia, dan yang lolos seleksi hanya 43 proposal yang terdiri dari 137 Mahasiswa (60,56%). Mengingat banyaknya mahasiswa yang mengajukan proposal bisnis untuk program ini, maka diharapkan bahwa mahasiswa yang proposalnya diterima adalah mahasiswa yang memiliki karakter wirausaha, sehingga nantinya bisa menjalankan usahanya dengan sebaik-baiknya.

Mahasiswa yang mengajukan proposal pada Program Mahasiswa Wirausaha (PMW) memiliki latar belakang yang berbeda-beda, sehingga ingin dilihat hubungan antara latar belakang individu dengan karakter wirausahanya. Latar belakang individu seperti: usia, jenis kelamin, pendidikan melalui mata kuliah kewirausahaan, pendidikan melalui pelatihan atau seminar kewirausahaan, pengalaman berwirausaha, jumlah anggota keluarga inti, pekerjaan ayah, pekerjaan ibu, rata-rata penghasilan ayah perbulan, rata-rata

penghasilan ibu perbulan, rata-rata uang saku perbulan, ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga, serta ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi dihubungkan dengan kesembilan karakter wirausaha mahasiswa. Hasil yang diperoleh dapat dijadikan acuan oleh Universitas dalam proses penyeleksian proporsal-proporsal selanjutnya. Analisis yang digunakan adalah analisis korelasi kanonik (*canonical correlation*). Analisis korelasi kanonik (*canonical correlation*) adalah suatu model analisis untuk mengidentifikasi dan mengukur hubungan atau asosiasi antara dua kelompok variabel [1].

Analisis korelasi kanonik (*canonical correlation*) adalah suatu model analisis untuk mengidentifikasi dan mengukur hubungan atau asosiasi antara dua kelompok variabel. Analisis korelasi kanonik berfokus pada korelasi antara kombinasi linear dari gugus variabel yang satu dengan kombinasi linear dari gugus variabel yang lain. Ide utama dari analisis ini adalah mencari pasangan dari kombinasi linear ini yang memiliki korelasi terbesar. Pasangan dari kombinasi linear ini disebut fungsi kanonik dan korelasinya disebut korelasi kanonik [2].

Asumsi utama dari korelasi kanonik adalah hubungan antar variabel linear. Statistik linear yang mempengaruhi hasil korelasi kanonik ada dua. Pertama, hubungan antar variabel dalam satu kelompok adalah linear. Jika hubungannya nonlinear, maka satu atau kedua variabel harus ditransformasi bentuknya hingga menjadi linear. Kedua, korelasi kanonik antar kelompok linear

2. Metode Penelitian

Penelitian ini berlangsung selama ± 3 bulan, yaitu mulai adalah mulai Oktober 2010 sampai Januari 2011, sedangkan teknik pengambilan sampel yang digunakan *Purposive Sampling*. Sampel dalam penelitian ini adalah mahasiswa Universitas Udayana yang mengajukan proposal PMW. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer dengan menyebarkan kuesioner kepada para mahasiswa yang mengajukan proposal pada PMW Universitas Udayana tahap 2 Tahun 2010 yang berjumlah 150 orang.

Penelitian ini menghubungkan konsep latar belakang individu dengan sembilan konsep karakter wirausaha.

1) Konsep latar belakang individu yang terdiri dari 13 variabel, antara lain:

1. Usia
2. Jenis Kelamin
3. Pendidikan melalui mata kuliah kewirausahaan
4. Pendidikan melalui seminar atau pelatihan kewirausahaan
5. Pengalaman berwirausaha
6. Jumlah Anggota Keluarga Inti
7. Pekerjaan Ayah
8. Pekerjaan Ibu
9. Rata-rata penghasilan ayah perbulan
10. Rata-rata penghasilan Ibu perbulan
11. Rata-rata Uang saku perbulan
12. Ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi
13. Ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga

2) Karakter wirausahawan terdiri dari sembilan konsep, yaitu:

1. Dorongan untuk berprestasi
2. Keinginan untuk bertanggung jawab
3. Preferensi kepada risiko-risiko
4. Persepsi pada kemungkinan berhasil
5. Rangsangan terhadap umpan balik

6. Aktivitas enerjik
7. Orientasi ke masa depan
8. Keterampilan dalam pengorganisasian
9. Sikap terhadap uang [4]

Untuk mengungkap seluruh item-item pertanyaan tentang karakter wirausaha dari setiap mahasiswa, instrumen penelitian yang digunakan berupa kuesioner. Item pertanyaan tersebut menggunakan skala pengukuran. skala likert.

Langkah-langkah analisis datanya adalah sebagai berikut:

1. Menguji validitas dan reliabilitas kuesioner.
2. Melakukan analisis korelasi kanonik mengenai pengaruh latar belakang individu terhadap karakter wirausaha mahasiswa, dengan langkah sebagai berikut:

a. Uji signifikansi nilai korelasi.

(i) Uji korelasi kanonik secara bersama:

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_i = 0$$

Statistik uji:

$$B = - \left[n - 1 - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

$$\Lambda = \prod_{i=1}^k (1 - \rho_i^2)$$

Dengan n = jumlah pengamatan

Kriteria keputusan: H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika $B > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas p x q.

(ii) Uji individu:

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \dots, \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_i = 0, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji:

$$B_r = - \left[n - 1 - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda_r$$

$$\Lambda_r = \prod_{i=r}^k (1 - \rho_i^2)$$

dengan n = Jumlah pengamatan

Kriteria keputusan: H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika $B_r > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas (p-r)(q-r).

b. Interpretasi hasil korelasi kanonik.

3. Hasil dan Pembahasan

A. Uji Validitas dan Reliabilitas Kuesioner

Hasil uji validitas terhadap instrumen penelitian menunjukkan bahwa semua item dalam penelitian adalah valid. Hasil analisis reliabilitas kuesioner memperlihatkan bahwa nilai *r Alpha Cronbach's* sebesar 0.942, sehingga kuesioner yang digunakan untuk penelitian bersifat reliabel.

B. Analisis Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik digunakan untuk mengetahui sejauh mana hubungan latar belakang individu dengan karakter wirausaha mahasiswa. Nilai korelasi kanonik antara latar belakang individu dengan sembilan karakter wirausaha dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Uji Signifikansi Nilai Korelasi Kanonik Latar Belakang Individu dengan Karakter Wirausaha Mahasiswa

Hubungan Antara Variabel	Koefisien Korelasi	<i>P-value</i>	Keterangan
Latar belakang individu → dorongan untuk berprestasi	0,5097*	0,0002	Signifikan
Latar belakang individu → keinginan untuk bertanggung jawab	0,4982	0,0001	Signifikan
Latar belakang individu → preferensi pada resiko	0,4866	0,0006	Signifikan
Latar belakang individu → persepsi pada kemungkinan berhasil	0,5240*	0,0003	Signifikan
Latar belakang individu → rangsangan terhadap umpan balik	0,3174	0,5429	Tidak Signifikan
Latar belakang individu → aktivitas enerjik	0,4609	0,0006	Signifikan
Latar belakang individu → orientasi ke masa depan	0,4996	0,0014	Signifikan
Latar belakang individu → keterampilan dalam pengorganisasian	0,6248*	0,0000	Signifikan
Latar belakang individu → sikap terhadap uang	0,5997*	0,0000	Signifikan

Sumber: Data diolah, 2011

Berdasarkan tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai korelasi antara latar belakang individu dengan karakter wirausaha signifikan, kecuali antara latar belakang individu dengan rangsangan terhadap umpan balik. Terdapat empat hubungan dengan korelasi terbesar, yaitu hubungan antara latar belakang individu dengan keterampilan dalam pengorganisasian, latar belakang individu dengan sikap terhadap uang, latar belakang individu dengan persepsi pada kemungkinan berhasil, dan latar belakang individu dengan keinginan untuk berprestasi.

Nilai korelasi yang signifikan ini menunjukkan bahwa latar belakang individu memberikan pengaruh terhadap karakter wirausaha mahasiswa, yaitu keinginan untuk berprestasi, keinginan untuk bertanggung jawab, preferensi pada resiko, persepsi pada kemungkinan berhasil, aktivitas enerjik, orientasi ke masa depan, keterampilan dalam pengorganisasian, dan sikap terhadap uang.

Urutan kontribusi variabel asal terhadap variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan 8 konsep karakter wirausaha berdasarkan bobot kanonik dari masing-masing variabel asal ditampilkan pada tabel 2.

Tabel 2. Urutan Kontribusi Variabel Asal terhadap Variabel Latar Belakang Individu dalam Hubungannya dengan Sembilan Karakter Wirausahawan

No	Latar Belakang Individu	Bobot Kanonik (<i>Weight Canonical</i>) untuk setiap Fungsi Kanonik							
		K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
1	Usia	6(+)	10(+)	9(+)	5(+)	7(+)	6(+)	6(+)	12(+)
2	Jenis Kelamin	13(-)	3(-)	5(+)	9(-)	9(-)	4(+)	8(-)	9 (+)
3	Pendidikan melalui mata kuliah kewirausahaan	4(+)	8(-)	8(-)	8(-)	12(+)	10(+)	4(+)	11(-)
4	Pendidikan melalui pelatihan atau seminar kewirausahaan	1(+)	4(+)	11 (+)	1(+)	2(+)	12(+)	11(-)	6(+)
5	Pengalaman berwirausaha	12(-)	9(+)	7(+)	3(+)	4(+)	13(+)	3(+)	8(+)
6	Jumlah Anggota Keluarga Inti	11(+)	7(+)	1(+)	6(+)	10(+)	7(-)	12(+)	5(+)
7	Pekerjaan Ayah	10(+)	5(-)	13(-)	10(-)	8(+)	11(-)	10(+)	7(-)
8	Pekerjaan Ibu	7(+)	2(-)	3(+)	13(-)	1(+)	9(+)	7(+)	13(+)
9	Rata-rata penghasilan ayah perbulan	2(+)	6(+)	2(-)	12(+)	13(+)	3(-)	2(-)	2(-)
10	Rata-rata penghasilan Ibu perbulan	3(+)	11(+)	6(+)	2(-)	3(+)	1(-)	13(+)	3(-)
11	Rata-rata Uang saku perbulan	8(+)	1(-)	10(-)	4(-)	6(+)	2(-)	1(-)	1 (-)
12	Ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi	5(+)	12(-)	12(+)	11(-)	5(+)	8(+)	5(+)	10 (+)
13	Ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga	9(-)	10(+)	4(+)	7(+)	11 (-)	5(-)	9(+)	4 (+)

Sumber: Data diolah, 2011

Keterangan:

K₁: Hubungan antara latar belakang individu dengan keinginan untuk berprestasi

K₂: Hubungan antara latar belakang individu dengan keinginan untuk bertanggung jawab

K₃: Hubungan antara latar belakang individu dengan preferensi pada resiko

K₄: Hubungan antara latar belakang individu dengan persepsi pada kemungkinan berhasil

K₅: Hubungan antara latar belakang individu dengan aktivitas enerjik

K₆: Hubungan antara latar belakang individu dengan orientasi ke masa depan

K₇: Hubungan antara latar belakang individu dengan keterampilan dalam pengorganisasian

K₈: Hubungan antara latar belakang individu dengan sikap terhadap uang

Dari tabel 2 hubungan antara latar belakang individu dengan sembilan karakter wirausaha dapat diinterpretasikan sebagai berikut:

1. Hubungan antara latar belakang individu dengan keinginan untuk berprestasi

Variabel asal yang dominan mempengaruhi variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan keinginan untuk berprestasi adalah pendidikan melalui mata kuliah kewirausahaan, rata-rata penghasilan ayah perbulan, rata-rata penghasilan ibu perbulan, pendidikan melalui pelatihan atau seminar kewirausahaan, dan ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi. Ini berarti bahwa mahasiswa yang pernah mendapat mata kuliah kewirausahaan, dengan rata-rata penghasilan ayah perbulan yang rendah dan rata-rata penghasilan ibu perbulan yang tinggi, sering mengikuti seminar atau pelatihan kewirausahaan, dan tidak puas dengan pemenuhan kebutuhan pribadinya cenderung memiliki keinginan yang tinggi untuk berprestasi.

2. Hubungan antara latar belakang individu dengan keinginan untuk bertanggung jawab

Variabel asal yang dominan mempengaruhi variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter keinginan untuk bertanggung jawab adalah rata-rata uang saku perbulan, pekerjaan ibu, jenis kelamin, pendidikan melalui seminar atau pelatihan kewirausahaan, dan pekerjaan ayah. Ini berarti mahasiswa dengan rata-rata uang saku perbulan yang rendah, dengan pekerjaan ibu yang tergolong rendah, berjenis kelamin perempuan, sering mengikuti pelatihan atau seminar kewirausahaan dan dengan pekerjaan ayah yang tergolong rendah cenderung memiliki karakter keinginan untuk bertanggung jawab yang lebih tinggi.

3. Hubungan antara latar belakang individu dengan preferensi pada resiko

Variabel asal yang dominan mempengaruhi variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter preferensi pada resiko adalah jumlah anggota keluarga inti, rata-rata penghasilan ayah perbulan, pekerjaan ibu, ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga, dan jenis kelamin. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa dengan jumlah anggota keluarga inti yang banyak, rata-rata penghasilan ayah perbulan yang rendah, dengan pekerjaan ibu yang tergolong tinggi, tidak puas dengan pemenuhan kebutuhan keluarga, dan berjenis kelamin laki-laki cenderung memiliki karakter preferensi pada resiko yang lebih baik.

4. Hubungan antara latar belakang individu dengan persepsi pada kemungkinan berhasil

Pendidikan melalui seminar atau pelatihan kewirausahaan, rata-rata penghasilan ibu perbulan, pengalaman berwirausaha, rata-rata uang saku perbulan, dan usia dominan mempengaruhi variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter preferensi pada resiko. Hal tersebut berarti bahwa mahasiswa yang sering mengikuti pelatihan atau seminar kewirausahaan, dengan rata-rata pendapatan ibu perbulan yang rendah, memiliki pengalaman berwirausaha, dengan rata-rata uang saku perbulan yang rendah, dan usia yang lebih dewasa cenderung lebih baik dalam persepsi akan kemungkinan berhasil.

5. Hubungan antara latar belakang individu dengan aktivitas enerjik

Pekerjaan ibu, pendidikan melalui pelatihan atau seminar kewirausahaan, rata-rata penghasilan ibu perbulan, pengalaman berwirausaha, ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi dominan berpengaruh pada variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter aktivitas enerjik, yang berarti bahwa mahasiswa dengan kategori pekerjaan ibu yang tergolong tinggi, sering mengikuti pelatihan atau seminar kewirausahaan, rata-rata penghasilan ibu perbulan yang tinggi, memiliki pengalaman berwirausaha, dan tidak puas dengan pemenuhan kebutuhan pribadi cenderung memiliki aktivitas yang lebih enerjik.

6. Hubungan antara latar belakang individu dengan orientasi ke masa depan

Rata-rata penghasilan ibu perbulan, rata-rata uang saku perbulan, rata-rata penghasilan ayah perbulan, jenis kelamin, dan ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga berpengaruh dominan terhadap variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter orientasi ke masa depan. Hal ini berarti bahwa mahasiswa dengan rata-rata penghasilan ibu perbulan, rata-rata uang saku perbulan, dan rata-rata penghasilan ayah perbulan yang rendah, berjenis kelamin laki-laki dan puas dengan pemenuhan kebutuhan keluarganya cenderung lebih baik dalam berorientasi ke masa depan.

7. Hubungan antara latar belakang individu dengan keterampilan dalam pengorganisasian

Rata-rata uang saku perbulan, rata-rata penghasilan ayah, pengalaman berwirausaha, pendidikan melalui mata kuliah kewirausahaan, dan ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan pribadi memberikan pengaruh dominan pada variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter keterampilan dalam pengorganisasian. Ini berarti mahasiswa dengan rata-rata penghasilan ayah yang rendah, rata-rata uang saku perbulan yang rendah, pernah mendapat mata kuliah kewirausahaan dan sering mengikuti pelatihan atau seminar kewirausahaan, tidak puas dengan pemenuhan kebutuhan pribadi dan usia yang lebih dewasa cenderung lebih terampil dalam berorganisasi.

8. Hubungan antara latar belakang individu dengan sikap terhadap uang

Rata-rata uang saku perbulan, rata-rata penghasilan ayah perbulan, rata-rata penghasilan ibu perbulan, ketidakpuasan akan pemenuhan kebutuhan keluarga, dan jumlah anggota keluarga berpengaruh dominan terhadap variabel latar belakang individu dalam hubungannya dengan karakter sikap terhadap uang. Ini berarti mahasiswa dengan rata-rata uang saku perbulan yang rendah, rata-rata penghasilan ayah dan ibu yang rendah, tidak puas dengan pemenuhan kebutuhan keluarga, dan memiliki jumlah anggota keluarga inti yang banyak cenderung lebih baik dalam menggunakan uang.

4. Simpulan dan Saran

Simpulan

Terdapat hubungan yang signifikan antara latar belakang individu dengan karakter wirausaha mahasiswa, yaitu keinginan untuk berprestasi, keinginan untuk bertanggung jawab, preferensi pada resiko, persepsi pada kemungkinan berhasil, aktivitas enerjik, orientasi ke masa depan, keterampilan dalam pengorganisasian, dan sikap terhadap uang

Saran

Dalam proses seleksi proposal penerima bantuan pada Program Mahasiswa Wirausaha (PMW), hendaknya panitia tidak saja mempertimbangkan invenasi/inovasi teknologi, potensi komersialisasi, manfaat ekonomi dan sosial budaya, dampak terhadap lingkungan, keaslian, dan kebaruan tetapi juga karakter wirausaha dari mahasiswa yang mengajukan proposal yang berhubungan erat dengan latar belakang individunya masing-masing.

Daftar Pustaka

- [1] Hair Jr., R. E. Anderson, R.L. Tathan, dan W.C. Black. 1995. *Multivariate Data Analysis with Readings*. Prentice Hall.Inc. USA.
- [2] Johnson, R.A. dan Dean W. Wichern. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall International Inc. New Jersey.
- [3] Pelaksana Program Mahasiswa Wirausaha (PMW). 2010. *Panduan Program Mahasiswa Wirausaha (Entrepreneur Student Program)*. Universitas Udayana. Denpasar
- [4] Wiratmo, Masykur. 1995. *Pengantar Kewiraswastaan, Kerangka Dasar Memasuki Dunia Bisnis*. Edisi Pertama. BPFE. Yogyakarta.

APLIKASI MODEL RANTAI MARKOV UNTUK MERAMALKAN PDRB PROVINSI BALI

I Putu Eka N. Kencana^{§1}, I Made Arya Antara²

¹ Jurusan Matematika – Universitas Udayana, E-mail: i.putu.enk@unud.ac.id

² Jurusan Matematika – Universitas Udayana, E-mail: genezisdragonoid@gmail.com

[§]Corresponding Author

Abstract

This essay aimed to study the application of Markov chain model for prediction of Gross Regional Domestic Product (GDRP). Bali's GDRP data from first quarter of 1992 to fourth quarter of 2013 were used to model and predict the next two quarterly GDRP's of Bali Province. Combining fuzzy time series methodology and Markov chain model, the Average Forecasting Error Rate (AFER) for in-sample forecasting as much as 2.78 percent. For out-of-sample, we got AFER as much as 0,83 percent. This value is suitable and has enough accuracy in GDRP modeling and forecasting.

Keywords : AFER, Bali, fuzzy set, GDRP, *Markov chain model*

1. Pendahuluan

Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) merupakan salah satu indikator makroekonomi dari perkembangan perekonomian di suatu wilayah. Badan Pusat Statistik (BPS) mendefinisikan PDRB sebagai jumlah nilai tambah barang dan jasa yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha di suatu daerah dan digunakan sebagai salah satu indikator penting dalam mengetahui kondisi ekonomi daerah tersebut [1].

Sebagai salah satu indikator makroekonomi, perkembangan PDRB dalam sebuah kurun waktu menjadi acuan dalam menentukan kebijakan publik yang dirancang pemerintah daerah. Komparasi PDRB dengan nilai yang diproyeksikan merupakan salah satu indikator keberhasilan pemerintah daerah dalam melaksanakan program-program pembangunan di wilayahnya. Jadi, ketepatan dalam melakukan proyeksi PDRB bersifat mutlak agar program-program yang akan dilaksanakan bersifat realistis.

Sebagai sebuah data runtun waktu, peramalan PDRB dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai metode ekonometrika yang tersedia. Meski demikian, metode pendugaan alternatif pun telah cukup banyak dicoba. Wanayasa *et al.* [2] yang meramalkan PDRB Provinsi Bali dengan menggunakan *Fuzzy Time Series* (FTS) memperoleh nilai galat peramalan yang cukup kecil yaitu 1,64 persen.

Penelitian ini ditujukan untuk meramalkan secara *out-of-sample* PDRB Provinsi Bali pada triwulan I dan II tahun 2014 dengan menggunakan data triwulan PDRB Bali atas dasar harga konstan (adhk) tahun 2000 pada tahun 1992 – 2013. Metode peramalan yang diaplikasikan adalah kombinasi FTS dengan model rantai Markov. FTS diaplikasikan saat akan dibentuk data runtun waktu fuzzy dari data real yang dimiliki. Fuzzifikasi data dilakukan dengan mengadopsi metode yang diintroduksi oleh Stevenson & Porter [3]. Selanjutnya, model peluang transisi Markov diaplikasikan saat dilakukan tahapan peramalan, baik peramalan bersifat *in-sample* maupun *out-of-sample*. Akurasi

peramalan dikalkulasi melalui penghitungan *Average Forecasting Error Rate* (AFER) pada kedua jenis peramalan.

2. Metode Penelitian

Peramalan *out-of-sample* dua triwulan pertama PDRB Provinsi Bali dilakukan melalui pengombinasian FTS dengan model rantai Markov menggunakan data triwulan PDRB pada periode 1992 – 2013 yang diperoleh dari [1], mengikuti tahapan-tahapan berikut:

- a. Menghitung laju perubahan PDRB pada dua triwulan yang berturutan. Laju perubahan dari PDRB digunakan sebagai data dasar pada proses pembentukan himpunan fuzzy mengingat indikator-indikator makroekonomi lebih mudah diinterpretasikan bila dinyatakan pada ukuran laju (*rate*) perubahannya. Selain itu, akurasi peramalan yang diperoleh cenderung lebih tinggi dibandingkan menggunakan data asli [3]. Laju PDRB dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$r_t = \frac{(PDRB_t - PDRB_{t-1})}{PDRB_{t-1}} \times 100\% \quad (1)$$

- b. Mendefinisikan himpunan semesta \mathbb{U} yang beranggotakan seluruh r_t ;
- c. Mempartisi \mathbb{U} menjadi n buah sub-interval, dengan n ditentukan menggunakan persamaan Sturges [4] sebagai berikut:

$$n = 1 + 3,222 \log_{10}(N) \quad (2)$$

Pada pers. (2) N menyatakan banyaknya r_t yang dihitung dari pers. (1);

- d. Menentukan distribusi frekuensi dari n sub-interval yang terbentuk. Sub-interval yang kepadatannya nol, digabungkan dengan sub-interval sebelumnya yang memiliki anggota r_t . Tiga sub-interval yang kepadatannya tertinggi selanjutnya dipartisi masing-masing menjadi 4, 3, dan 2 sub-interval dengan lebar interval sama. Pemartisian interval mengikuti aturan ini ditujukan agar distribusi frekuensi mendekati sebaran normal;
- e. Setelah f interval akhir terbentuk, maka tersusun himpunan semesta fuzzy $\mathbb{F} = \{F_1, \dots, F_f\}$ dengan masing-masing interval memiliki nilai fuzzy f_1, \dots, f_f yang dihitung sama dengan nilai tengah dari masing-masing F_i yang bersesuaian;
- f. Melakukan fuzzifikasi setiap $(r_t \in \mathbb{U}) \rightarrow (F_i \in \mathbb{F})$;
- g. Membangun *Fuzzy Logical Relationship Group* (FLRG), suatu himpunan yang memetakan interval fuzzy sebagai suatu variabel linguistik ke variabel linguistik lainnya. Variabel linguistik asal disebut *left-hand side* (LHS), dan variabel linguistik tujuan disebut *right-hand side* (RHS);
- h. Membangun matriks peluang transisi (*transition probability matrix*/TPM) berukuran $f \times f$ dengan unsur pada baris ke- i dan kolom ke- j dihitung melalui persamaan berikut [5]:

$$p_{i,j} = \frac{n(F_i \rightarrow F_j)}{\sum_{j=1}^f n(F_i \rightarrow F_j)} \quad (3)$$

- i. Menghitung nilai dugaan dari r_t menggunakan persamaan (4):

$$\hat{r}_t = [p_{i,1} \quad \dots \quad p_{i,f}] \begin{bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_f \end{bmatrix} \quad (4)$$

- j. Menghitung nilai dugaan PDRB menggunakan pers. (1) dan AFER dengan pers. (5):

$$AFER = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|PDRB_t - \hat{PDRB}_t|}{PDRB_t}}{n} \quad (5)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Terdapat 88 amatan pada data triwulan PDRB Bali periode Januari 1992 – Desember 2013. Menggunakan seluruh data, diperoleh 87 nilai r_t dengan nilai-nilai minimum dan maksimum masing-masing sebesar -9,48 persen dan 34,59 persen. Agar terdapat ruang bagi nilai-nilai ramalan, maka nilai minimum ditetapkan sebesar -10,00 persen dan nilai maksimum 35,00 persen. Selanjutnya himpunan semesta $U = \{-10,00; \dots; 35,00\}$ dipartisi menjadi 8 sub-interval. Jumlah sub-interval diperoleh dengan mengaplikasikan pers. (2). Agar distribusi r_t mendekati sebaran normal, maka mengikuti langkah (d) pada bagian metodologi, seluruh sub-interval direpartisi sehingga diperoleh 13 sub-interval akhir sebagai representasi 13 variabel linguistik fuzzy. Tabel 1 dan Tabel 2 masing-masing menunjukkan sub-interval yang terbentuk di awal dan setelah direpartisi sebagai variabel-variabel linguistik:

Tabel 1. Sub-Interval Awal dan Kepadatannya

Sub-Interval	Batas Kiri	Batas Kanan	Frekuensi Data
U_1	-10,00%	-4,38%	1
U_2	-4,38%	1,25%	20
U_3	1,25%	6,88%	57
U_4	6,88%	12,50%	6
U_5	12,50%	18,13%	1
U_6	18,13%	23,75%	0
U_7	23,75%	29,38%	1
U_8	29,38%	35,00%	1

Sumber: Analisis Data (2014)

Tabel 2. Variabel Linguistik Fuzzy

Variabel Linguistik	Minimum	Nilai Tengah	Maksimum	
F_1	-10.00%	-7.19%	-4.38%	f_1
F_2	-4.38%	-3.44%	-2.50%	f_2
F_3	-2.50%	-1.56%	-0.63%	f_3
F_4	-0.63%	0.31%	1.25%	f_4
F_5	1.25%	1.95%	2.66%	f_5
F_6	2.66%	3.36%	4.06%	f_6
F_7	4.06%	4.77%	5.47%	f_7
F_8	5.47%	6.17%	6.88%	f_8
F_9	6.88%	8.28%	9.69%	f_9
F_{10}	9.69%	11.09%	12.50%	f_{10}
F_{11}	12.50%	18.13%	23.75%	f_{11}
F_{12}	23.75%	26.56%	29.38%	f_{12}
F_{13}	29.38%	32.19%	35.00%	f_{13}

Sumber: Analisis Data (2014)

Tahapan peramalan menggunakan rantai Markov membutuhkan adanya *state* awal dan *state* akhir dari sebuah kejadian. Pada kasus yang diteliti, *state* awal dan *state* akhir masing-masing merupakan LHS dan RHS dari FLRG yang terbentuk. Merujuk kepada FLRG (lampiran 1), maka diagram transisi Markov (lampiran 2) serta matriks peluang

$$\hat{r}_t = \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & \frac{4}{11} & \frac{4}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3,44 \\ 0,31 \\ 1,95 \\ 3,36 \end{pmatrix} = 1,12 \text{ persen}$$

- d. Menggunakan nilai dugaan yang diperoleh, selanjutnya nilai PDRB Bali pada triwulan I 2014 diduga menggunakan pers. (1) dan diperoleh nilai sebesar 9 020 097 juta rupiah. Mencermati nilai PDRB riil pada periode yang sama sebesar 8 890 000 juta rupiah maka persentase galat peramalan pada periode ini sebesar 1,46 persen.

B. Meramalkan PDRB Triwulan II Tahun 2014

- a. LHS dari amatan pada triwulan II tahun 2014 adalah dugaan laju perubahan PDRB dari triwulan I tahun 2014 sebesar 1,12 persen. Memperhatikan klasifikasi fuzzy pada Tabel 2, laju perubahan ini juga tergolong ke dalam variabel linguistik F_4 ;
- b. Mengikuti tiga tahap terakhir pada langkah meramalkan PDRB triwulan I 2014, maka diperoleh nilai ramalan PDRB Bali pada periode ini sebesar 9 121 316 juta rupiah, dan nilai PDRB riil sebesar 9 140 000 juta rupiah dengan persentase galat sebesar 0,20 persen.

4. Simpulan dan Rekomendasi

A. Simpulan

Mencermati hasil dari kedua peramalan *out-of-sample* PDRB Provinsi Bali pada triwulan I dan II tahun 2014, masing-masing dengan persentase galat peramalan sebesar 1,46 persen dan 0,20 persen maka dapat dihitung nilai AFER sebesar 0,83 persen. Bila AFER *out-of-sample* dibandingkan dengan AFER *in-sample* maka terlihat peramalan yang dilakukan secara *out-of sample* memberikan hasil yang lebih baik.

Tingkat keakurasian peramalan *out-of-sample* yang diperoleh melalui kombinasi metode FTS dengan model rantai Markov lebih baik bila dibandingkan dengan keakurasian peramalan yang dilakukan hanya dengan menggunakan FTS pada kasus peramalan PDRB Provinsi Bali.

B. Rekomendasi

Penelitian ini terbatas hanya mengaplikasikan metode FTS dan model rantai Markov pada kasus data PDRB Provinsi Bali. Disarankan untuk menguji coba teknik-teknik peramalan lain yang tergolong ke dalam kelompok *soft modeling*, misalnya, Algoritma Genetika atau Jaringan Syaraf Tiruan, pada kasus data yang sama dan data yang berbeda.

Rekomendasi kedua ditujukan untuk menyempurnakan kinerja metode-metode peramalan yang digunakan sehingga ramalan secara *out-of-sample* bisa dilakukan pada jumlah ramalan yang lebih banyak. Hal ini beranjak dari galat ramalan yang bersifat ekstrapolasi cenderung meningkat saat periode yang diramalkan semakin menjauh dari matriks data yang digunakan untuk membangun model.

Daftar Pustaka

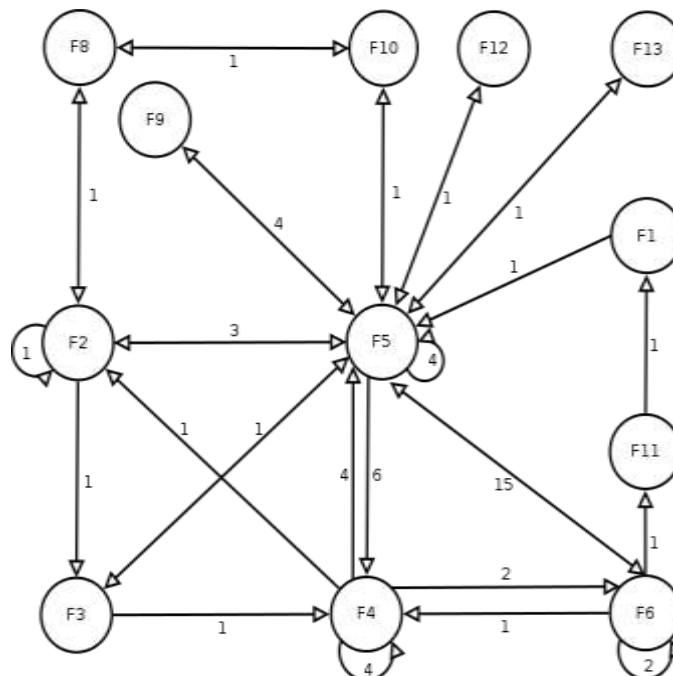
- [1] BPS Provinsi Bali, 2013. *Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Provinsi Bali 2008 – 2012*. Denpasar: Badan Pusat Statistik Provinsi Bali.
- [2] Wanayasa, IGN. Arya., Kencana, I Putu EN. & Nilakusmawati, D.P.E., “Peramalan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Provinsi Bali dengan Menggunakan Metode Fuzzy Time Series”, *E-Jurnal UNUD*, 1(1), pp.12-19, 2012
- [3] Meredith Stevenson and John E. Porter, "Fuzzy Time Series Forecasting Using Percentage Change as the Universe of Discourse," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 55, pp. 154-157, 2009.
- [4] Sturges H.A., “The Choice of a Class Interval”, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 21, pp. 65-66, 1926
- [5] R. C. Tsaur, “A Fuzzy Time Series-Markov Chain Model With An Application To Forecast the Exchange Rate Between The Taiwan And US Dollar”, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Volume 8, pp. 4931-42, 2012.

Lampiran 1. Data PDRB Bali 1992 – 2013 adhk Tahun 2000 (Juta Rp) dan Parameter-parameter pada Model Rantai Markov

Periode	PDRB	r_t	Model Markov			
			FLRG	\hat{r}_t	PDRB _t	% Galat
Q1 – 1992	963 504					
Q2 – 1992	979 315	1.64%				
Q3 – 1992	1 009 142	3.05%	F5 → F6	4.20%	1 020 439	1.12%
Q4 – 1992	1 024 441	1.52%	F6 → F5	2.87%	1 038 064	1.33%
Q1 – 1993	1 378 770	34.59%	F5 → F13	4.20%	1 067 460	22.58%
Q2 – 1993	1 401 395	1.64%	F13 → F5	1.95%	1 405 699	0.31%
Q3 – 1993	1 444 078	3.05%	F5 → F6	4.20%	1 460 243	1.12%
Q4 – 1993	1 465 970	1.52%	F6 → F5	2.87%	1 485 465	1.33%
Q1 – 1994	1 572 696	7.28%	F5 → F9	4.20%	1 527 529	2.87%
Q2 – 1994	1 598 504	1.64%	F9 → F5	1.95%	1 603 413	0.31%
Q3 – 1994	1 647 190	3.05%	F5 → F6	4.20%	1 665 629	1.12%
Q4 – 1994	1 672 161	1.52%	F6 → F5	2.87%	1 694 398	1.33%
Q1 – 1995	1 795 382	7.37%	F5 → F9	4.20%	1 742 379	2.95%
Q2 – 1995	1 824 843	1.64%	F9 → F5	1.95%	1 830 448	0.31%
Q3 – 1995	1 880 423	3.05%	F5 → F6	4.20%	1 901 472	1.12%
Q4 – 1995	1 908 931	1.52%	F6 → F5	2.87%	1 934 315	1.33%
Q1 – 1996	2 089 027	9.43%	F5 → F9	4.20%	1 989 091	4.78%
Q2 – 1996	2 123 307	1.64%	F9 → F5	1.95%	2 129 828	0.31%
Q3 – 1996	2 187 977	3.05%	F5 → F6	4.20%	2 212 469	1.12%
Q4 – 1996	2 221 147	1.52%	F6 → F5	2.87%	2 250 683	1.33%
Q1 – 1997	2 398 197	7.97%	F5 → F9	4.20%	2 314 418	3.49%
Q2 – 1997	2 437 550	1.64%	F9 → F5	1.95%	2 445 037	0.31%
Q3 – 1997	2 511 791	3.05%	F5 → F6	4.20%	2 539 908	1.12%
Q4 – 1997	2 549 870	1.52%	F6 → F5	2.87%	2 583 778	1.33%
Q1 – 1998	3 277 421	28.53%	F5 → F12	4.20%	2 656 945	18.93%
Q2 – 1998	3 331 202	1.64%	F12 → F5	1.95%	3 341 433	0.31%
Q3 – 1998	3 432 661	3.05%	F5 → F6	4.20%	3 471 086	1.12%
Q4 – 1998	3 484 701	1.52%	F6 → F5	2.87%	3 531 039	1.33%
Q1 – 1999	3 520 936	1.04%	F5 → F4	4.20%	3 631 031	3.13%
Q2 – 1999	3 578 713	1.64%	F4 → F5	1.12%	3 560 447	0.51%
Q3 – 1999	3 687 711	3.05%	F5 → F6	4.20%	3 728 991	1.12%
Q4 – 1999	3 743 617	1.52%	F6 → F5	2.87%	3 793 399	1.33%
Q1 – 2000	4 184 187	11.77%	F5 → F10	4.20%	3 900 820	6.77%
Q2 – 2000	4 252 848	1.64%	F10 → F5	1.95%	4 265 909	0.31%
Q3 – 2000	4 382 378	3.05%	F5 → F6	4.20%	4 431 434	1.12%
Q4 – 2000	4 448 816	1.52%	F6 → F5	2.87%	4 507 975	1.33%
Q1 – 2001	4 332 393	-2.62%	F5 → F2	4.20%	4 635 632	7.00%
Q2 – 2001	4 403 485	1.64%	F2 → F5	1.17%	4 383 163	0.46%
Q3 – 2001	4 537 603	3.05%	F5 → F6	4.20%	4 588 397	1.12%
Q4 – 2001	4 606 394	1.52%	F6 → F5	2.87%	4 667 649	1.33%
Q1 – 2002	4 464 203	-3.09%	F5 → F2	4.20%	4 799 827	7.52%
Q2 – 2002	4 537 459	1.64%	F2 → F5	1.17%	4 516 518	0.46%
Q3 – 2002	4 675 658	3.05%	F5 → F6	4.20%	4 727 997	1.12%
Q4 – 2002	4 746 541	1.52%	F6 → F5	2.87%	4 809 660	1.33%
Q1 – 2003	4 623 407	-2.59%	F5 → F2	4.20%	4 945 859	6.97%
Q2 – 2003	4 699 274	1.64%	F2 → F5	1.17%	4 677 588	0.46%
Q3 – 2003	4 842 402	3.05%	F5 → F6	4.20%	4 896 607	1.12%
Q4 – 2003	4 915 813	1.52%	F6 → F5	2.87%	4 981 183	1.33%
Q1 – 2004	4 837 204	-1.60%	F5 → F3	4.20%	5 122 239	5.89%
Q2 – 2004	4 916 580	1.64%	F3 → F5	1.13%	4 892 000	0.50%
Q3 – 2004	5 066 326	3.05%	F5 → F6	4.20%	5 123 038	1.12%
Q4 – 2004	5 143 133	1.52%	F6 → F5	2.87%	5 211 525	1.33%
Q1 – 2005	5 301 871	3.09%	F5 → F6	4.20%	5 359 104	1.08%
Q2 – 2005	5 289 872	-0.23%	F6 → F4	2.87%	5 453 820	3.10%
Q3 – 2005	5 325 780	0.68%	F4 → F4	1.12%	5 349 233	0.44%
Q4 – 2005	5 134 990	-3.58%	F4 → F2	1.12%	5 385 544	4.88%

Periode	PDRB	r_t	Model Markov			
			FLRG	\hat{r}_t	$\overline{\text{PDRB}}_t$	% Galat
Q1 – 2006	4 928 053	-4.03%	F2 → F2	1.17%	5 195 166	5.42%
Q2 – 2006	5 249 667	6.53%	F2 → F8	1.17%	4 985 804	5.03%
Q3 – 2006	5 791 603	10.32%	F8 → F10	1.95%	5 352 200	7.59%
Q4 – 2006	6 189 001	6.86%	F10 → F8	1.95%	5 904 720	4.59%
Q1 – 2007	5 960 000	-3.70%	F8 → F2	1.95%	6 309 880	5.87%
Q2 – 2007	5 850 000	-1.85%	F2 → F3	1.17%	6 029 844	3.07%
Q3 – 2007	5 850 000	0.00%	F3 → F4	1.13%	5 916 270	1.13%
Q4 – 2007	5 820 000	-0.51%	F4 → F4	1.12%	5 915 646	1.64%
Q1 – 2008	5 980 000	2.75%	F4 → F6	1.12%	5 885 310	1.58%
Q2 – 2008	6 140 000	2.68%	F6 → F6	2.87%	6 151 384	0.19%
Q3 – 2008	6 350 000	3.42%	F6 → F6	2.87%	6 315 970	0.54%
Q4 – 2008	6 430 000	1.26%	F6 → F5	2.87%	6 531 988	1.59%
Q1 – 2009	6 440 000	0.16%	F5 → F4	4.20%	6 700 010	4.04%
Q2 – 2009	6 510 000	1.09%	F4 → F4	1.12%	6 512 267	0.03%
Q3 – 2009	6 630 000	1.84%	F4 → F5	1.12%	6 583 053	0.71%
Q4 – 2009	6 660 000	0.45%	F5 → F4	4.20%	6 908 408	3.73%
Q1 – 2010	6 740 000	1.20%	F4 → F4	1.12%	6 734 736	0.08%
Q2 – 2010	6 860 000	1.78%	F4 → F5	1.12%	6 815 634	0.65%
Q3 – 2010	7 070 000	3.06%	F5 → F6	4.20%	7 148 066	1.10%
Q4 – 2010	8 230 000	16.41%	F6 → F11	2.87%	7 272 623	11.63%
Q1 – 2011	7 450 000	-9.48%	F11 → F1	1.95%	8 390 742	12.63%
Q2 – 2011	7 610 000	2.15%	F1 → F5	1.95%	7 595 508	0.19%
Q3 – 2011	7 790 000	2.37%	F5 → F5	4.20%	7 929 561	1.79%
Q4 – 2011	7 900 000	1.41%	F5 → F5	4.20%	8 117 119	2.75%
Q1 – 2012	7 900 000	0.00%	F5 → F4	4.20%	8 231 738	4.20%
Q2 – 2012	8 120 000	2.78%	F4 → F6	1.12%	7 988 651	1.62%
Q3 – 2012	8 320 000	2.46%	F6 → F5	2.87%	8 352 715	0.39%
Q4 – 2012	8 460 000	1.68%	F5 → F5	4.20%	8 669 375	2.47%
Q1 – 2013	8 430 000	-0.35%	F5 → F4	4.20%	8 815 254	4.57%
Q2 – 2013	8 610 000	2.14%	F4 → F5	1.12%	8 524 598	0.99%
Q3 – 2013	8 820 000	2.44%	F5 → F5	4.20%	8 971 553	1.72%
Q4 – 2013	8 920 000	1.13%	F5 → F4	4.20%	9 190 371	3.03%
AFER						2.74%

Lampiran 2. Diagram Transisi Markov



PENENTUAN HARGA KONTRAK BERJANGKA KOMODITAS EMAS MENGGUNAKAN SIMULASI *VARIANCE GAMMA*

Gede Agus Yudiarta¹, Komang Dharmawan², Luh Putu Ida Harini³

¹Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana, agusyudiarta29@gmail.com

²Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana, dharmawan.komang@gmail.com

³Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana, ballidah@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui harga kontrak berjangka komoditas menggunakan simulasi *Variance Gamma* dan *Spot-future parity theorem*. Hasil yang didapat dari kedua metode tersebut, selanjutnya akan dibandingkan menurut proses pencarian harga kontrak dan parameter-parameter yang dilibatkan dalam penentuan harga kontraknya. Obyek penelitian pada penulisan kali ini adalah komoditas emas. Tahap pertama, menghitung nilai parameter-parameter optimal untuk menentukan harga komoditas. Tahap kedua, mensimulasikan harga komoditas emas menggunakan simulasi *Variance Gamma*. Tahap ketiga, menghitung harga kontrak berjangka menggunakan simulasi *Variance Gamma* dan *Spot-future parity theorem*. Tahap terakhir, membandingkan hasil yang diperoleh dari metode *Variance Gamma* dan *Spot-future parity theorem*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa harga yang dicari menggunakan metode *Variance Gamma* menghasilkan harga kontrak yang lebih adil atau (*fair*) karena dalam penentuan kontraknya banyak parameter-parameter yang disertakan, sedangkan dalam *Spot-future parity theorem* parameter-parameter tersebut diabaikan.

Kata kunci: Kontrak Berjangka, Komoditas Emas, *Spot-future parity theorem*, *Variance Gamma*.

1. Pendahuluan

Pengertian pasar keuangan bukan hanya dapat diartikan sebagai tempat bertemunya penjual dan pembeli, namun pasar keuangan sudah dapat dijelaskan lagi secara spesifik seperti salah satunya adalah pasar uang derivatif. Berbeda dengan pasar keuangan tradisional yang memepertemukan pihak penjual dan pihak pembeli, pasar derivatif lebih cenderung mempertemukan pihak *hedger* yang ingin melindungi nilai aktivasnya dari resiko kerugian akibat perubahan harga dengan pihak *speculator* yang bersedia menanggung resiko perubahan harga.

Semua instrumen derivatif adalah kontrak antara dua pihak pembeli dan penjual yang di dalam kontraknya berbagai hal telah disepakati bersama pada saat ditetapkan, tetapi realisasinya atau pelaksanaan hal tersebut adalah nanti pada kurun waktu tertentu di masa yang akan datang. Salah satu dari kelompok derivatif tersebut adalah *future contracts* atau kontrak berjangka. Kontrak berjangka adalah perjanjian atau kesepakatan untuk membeli atau menjual aktiva tertentu pada saat tertentu dengan atau pada harga tertentu dalam kurun waktu tertentu di masa yang akan datang [1].

Berbicara tentang derivatif selalu berhubungan dengan kontrak yang akan ditandatangani pada kesepakatan yang telah dibuat oleh pembeli dan penjual dengan

harga sekarang (harga yang sudah diketahui) dan harga antisipasi aktiva tertentu pada masa yang akan datang. Tercapainya kesepakatan kedua belah pihak antara pembeli dan penjual, tentunya harus terlebih dahulu dapat mengantisipasi biaya atau keuntungan yang akan didapatkannya. Pada umumnya pelaku pasar hanya akan menggunakan harga sekarang yang dipengaruhi oleh suku bunga, biaya penyimpanan dan waktu untuk menghitung kontrak yang akan diperdagangkan. Namun cara tersebut sering kali menghasilkan harga yang tidak adil (*fair*), metode seperti ini merupakan cara yang biasa dipergunakan atau biasa disebut metode Konvensional atau *spot-future parity theorem*. Selain *spot-future parity theorem* cara yang dapat dilakukan untuk mengantisipasi harga pada masa yang akan datang adalah dengan mensimulasikan harga awal dari kontrak berjangka tersebut. Simulasi yang dilakukan berkali-kali akan mendapatkan harga yang jauh lebih adil atau konvergen ke harga aslinya. Salah satu metode untuk mensimulasikan harga kontrak berjangka adalah metode *Variance Gamma*. Proses *Variance Gamma* ini dipilih karena, proses ini memiliki keunggulan untuk menangkap data yang memunculkan sifat diskontinuitas atau adanya lompatan dan pola perubahan yang sangat tinggi pada fase tertentu yang diikuti oleh pola perubahan yang tidak begitu tinggi pada fase berikutnya yang dikenal juga dengan istilah '*volatility clustering*'[2].

Pada penelitian ini akan diasumsikan bahwa tidak adanya pembagian *dividen*, komisi dan pajak pada penentuan harga kontrak berjangka. Asuransi aktiva induk atau biaya penyimpanan komoditas diasumsikan nol, dan suku bunga dianggap konstan. Data yang akan digunakan oleh penulis adalah data historis dari harga komoditas. Data historis tersebut akan diestimasi untuk mencari parameter-parameter *Variance Gamma*. Estimasi parameter-parameter tersebut dicari dengan menggunakan *Method of Moment Estimator* (MME) dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) [3].

Komoditas yang digunakan dalam penelitian ini adalah komoditas emas. Data harga emas akan cenderung naik turun pada kurun waktu tertentu, sehingga akan terjadi perubahan pola dan lompatan-lompatan pada data tersebut. Sifat dari data yang akan digunakan akan sesuai dengan keunggulan dari metode yang digunakan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan harga kontrak berjangka komoditi emas dengan menggunakan simulasi *Variance Gamma*, serta menentukan mana yang lebih baik antara nilai kontrak yang dihitung menggunakan simulasi *Variance Gamma* dengan nilai kontrak yang dihitung menggunakan *spot-future parity theorem*.

2. Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan adalah studi kasus terhadap harga kontrak berjangka komoditas emas. Peneliti ini akan mencari harga kontrak berjangka dari komoditas emas melalui perhitungan data harga penutupan (*close*) komoditas emas. Langkah-langkah untuk menentukan harga kontrak berjangka dari suatu komoditas yaitu:

- Menghitung nilai *mean*, *variance*, *skewness*, dan *kurtosis* dari harga penutupan komoditas emas dengan bantuan perintah program Matlab 7.8 [3].
- Menghitung parameter-parameter awal dari proses *Variance Gamma* akan ditentukan menggunakan persamaan metode moment [5],

$$\sigma = \sqrt{\frac{Var}{t}} \quad ; \quad v = \left(\frac{Kurt}{3} - 1 \right) t \quad ; \quad \dots$$

$$\theta = \frac{Skew\sigma\sqrt{t}}{3v} \quad ; \quad \mu = \frac{Mean}{t} - \theta \quad (1)$$

- Parameter-parameter awal yang telah didapat, selanjutnya akan diestimasi untuk mendapatkan nilai parameter-parameter proses *Variance Gamma* dengan menggunakan MLE. Penentuan parameter-parameter tersebut menggunakan persamaan dalam MLE [5].

$$\mathcal{L}(\pi) = \ln \prod_{i=1}^x f(x_i; \pi)$$

$$\mathcal{L}(\pi) = \sum_{i=1}^x \ln f(x_i; \pi) \quad (2)$$

- d. Melakukan simulasi *Variance Gamma* menggunakan parameter-parameter $\bar{\mu}, \bar{\theta}, \bar{\sigma}$, dan $\bar{\nu}$ untuk menentukan nilai komoditas S_t dengan persamaan logreturn dari proses *Variance Gamma* [4].

$$S_t = S_0 e^{\mu t + X_t^{VG} + \omega t} \quad (3)$$

- e. Menghitung harga kontrak berjangka F_t menggunakan nilai dari rata-rata S_t yang telah didapat melalui simulasi *Variance Gamma* menggunakan persamaan kontrak berjangka [1].

$$F_t = S_t e^{r(T-t)} \quad (4)$$

- f. Menghitung harga kontrak berjangka dengan *spot-future parity theorem* atau metode konvensional menggunakan persamaan kontrak berjangka [1].

$$F_t = S_t (1 + r + c)^t \quad (5)$$

- g. Membandingkan harga kontrak yang didapat melalui simulasi *Variance Gamma* dan harga kontrak yang didapat dari *spot-future parity theorem*.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Parameter *Variance Gamma*

Parameter optimal dari proses *Variance Gamma*, didapat dari kalkulasi terhadap nilai masukan deskriptif seperti *mean*, *variance*, *skewness*, dan *kurtosis* dari harga penutupan komoditas emas dengan bantuan perintah program Matlab 7.8, sehingga didapat hasil pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Masukan Deskriptif Menggunakan Metode Moment untuk Model *Variance Gamma*

	<i>Variance Gamma</i>
<i>Mean</i>	-0,00034
<i>Variance</i>	0,000541
<i>Skewness</i>	-0,4139
<i>Kurtosis</i>	7,7920

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa model *Variance Gamma* memiliki bentuk yang tidak simetris, yaitu mencong (*skew*) ke kiri karena memiliki nilai *skewness* negatif yang berarti banyak data yang muncul pada kisaran harga 30,00 sampai 40,00 dibandingkan kisaran harga 40,00 sampai 55,00. dan memiliki ekor gemuk (*fat tail*) dilihat dari nilai *kurtosis* yang cukup besar yaitu 7,7920, normalnya 3 yang disebabkan banyaknya data extreme pada data yang diakibatkan oleh lompatan-lompatan (*fluktuasi*) harga muncul pada data. Parameter-parameter awal dari proses *Variance Gamma* akan ditentukan menggunakan metode moment. Dengan menggunakan nilai yang telah didapat pada Tabel 1, maka akan dapat dihitung nilai-nilai dari parameter awal *Variance Gamma* menggunakan persamaan (1). Nilai-nilai dari sigma (σ), nu (ν), theta (θ), mu (μ) disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Masukan Parameter Awal Menggunakan Metode Moment

Parameter Awal	<i>Variance Gamma</i>
σ	0,7355
ν	0,0016
θ	-2,0091
μ	1,6689

Taksiran parameter-parameter pada Tabel 4.2 akan dipakai sebagai pembangkit atau nilai awal dari proses pencarian parameter-parameter yang optimal dalam metode MLE menggunakan persamaan (2) menggunakan bantuan program matlab 7.8. Nilai-nilai dari sigma ($\bar{\sigma}$), nu ($\bar{\nu}$), theta ($\bar{\theta}$), mu ($\bar{\mu}$) disajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Parameter *Variance Gamma* Menggunakan MLE

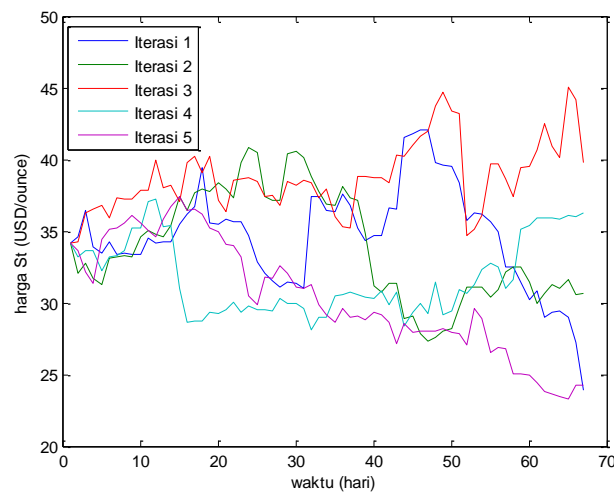
Parameter Optimal	<i>Variance Gamma</i>
$\bar{\sigma}$	-2,1900
$\bar{\nu}$	0,0021
$\bar{\theta}$	1,1904
$\bar{\mu}$	-0,0006

Hasil dari estimasi parameter-parameter tersebut akan digunakan untuk mensimulasikan nilai X_t pada proses *Variance Gamma*, kemudian harga komoditas S_t akan didapat melalui persamaan simulasi *Variance Gamma* [5].

3.2 Simulasi *Variance Gamma*

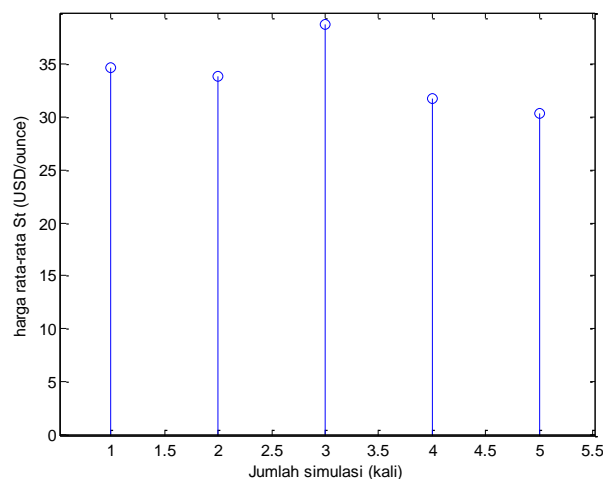
Simulasi *Variance Gamma* akan mengikutsertakan pembangkitan bilangan acak. Algoritma ini memerlukan pengulangan (repetisi) dan perhitungan yang amat kompleks, sehingga umumnya dilakukan dengan menggunakan komputer. Simulasi ini diproses melalui banyak iterasi dengan variabel acak yang berbeda dan untuk memperkirakan nilai komoditas emas yang akan datang dengan merata-ratakan kemungkinan yang terjadi. Dimana dilakukan beberapa simulasi kemudian harga komoditas yang akan dapat diperoleh dengan merata-ratakan simulasi yang terjadi.

Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai-nilai dari parameter *Variance Gamma* melalui kalibrasi parameter-parameter awal yaitu ($\bar{\sigma}$) sigma, ($\bar{\nu}$) nu, ($\bar{\theta}$) theta, dan ($\bar{\mu}$) mu pada Tabel 3 ke dalam perintah pada program Matlab 7.8. Simulasi yang akan dilakukan dijalankan dengan menggunakan harga awal S_t sebesar 34,17 dan dalam jangka waktu kontrak selama 3 bulan atau 66 hari, karena dalam seminggu bursa berjangka libur pada hari sabtu dan minggu. Agar pengamatan lebih mudah dilakukan, maka simulasi yang akan ditampilkan hanya sebatas 5 kali simulasi, yang disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 2. Akan tetapi pada penelitian ini hasil yang dipergunakan adalah hasil dari simulasi yang dijalankan sebanyak 100.000 simulasi yang dapat dilihat pada Tabel 4.



Gambar 1. Grafik harga (S_t) sebanyak 5 kali simulasi selama 3 bulan

Pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa simulasi yang dilakukan sebanyak 5 kali simulasi akan menghasilkan 5 grafik harga (S_t), dan masing-masing dari grafik harga (S_t) pada Gambar 1 mengandung 66 harga (S_t) yang diakibatkan oleh lamanya kontrak yang dijalankan selama 3 bulan atau 66 hari. Kelima grafik harga (S_t) pada Gambar 1 ditunjukkan oleh iterasi 1, iterasi 2, iterasi 3, iterasi 4, dan iterasi 5. Masing-masing dari kelima grafik harga (S_t) pada Gambar 1 akan dicari nilai rata-ratanya sehingga akan menghasilkan sebanyak 5 harga (S_t) yang dapat dilihat pada Gambar 2.

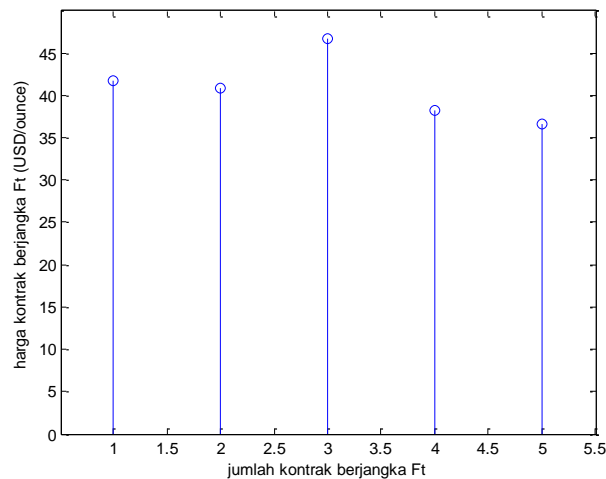


Gambar 2. Grafik harga (S_t) rata-rata sebanyak 5 kali simulasi

Pada Gambar 2 ditunjukkan bahwa ada sebanyak 5 harga (S_t) rata-rata, selanjutnya masing-masing dari harga tersebut akan digunakan untuk mencari nilai dari harga kontrak berjangka (F_t), dan grafik harga kontrak berjangka (F_t) tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.

3.3 Penentuan Kontrak Berjangka Emas Menggunakan Simulasi *Variance Gamma*

Nilai kontrak berjangka komoditas emas (F_t) akan dicari menggunakan harga komoditas emas (S_t) yang telah didapatkan melalui simulasi *Variance Gamma* pada Gambar 1, dan Gambar 2. Nilai S_t rata-rata yang didapat akan dimasukkan pada persamaan (4) dengan nilai (e) sebesar 2,718281828 dan suku bunga bebas resiko (r) sebesar 75% yang dikeluarkan oleh bank Indonesia, sehingga akan didapat 5 harga F_t pada Gambar 3. Rata-rata dari seluruh nilai (F_t) merupakan harga akhir kontrak yang dicari.



Gambar 3. Grafik harga kontrak berjangka (F_t) sebanyak 5 kali simulasi

Pada Tabel 4 akan diperlihatkan untuk harga kontrak berjangka yang dilakukan dengan jumlah simulasi yang lebih banyak dan masing-masing dari waktu simulasi tersebut dijalankan pada program Matlab 7.8 dan harga kontrak yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah harga kontrak dengan simulasi sebanyak 100.000 simulasi, karena semakin banyak simulasi yang akan dilakukan maka nilai yang di dapat akan semakin konvergen ke harga aslinya.

Tabel 4. Nilai Kontrak Berjangka Menggunakan Simulasi *Variance Gamma*

Jumlah Simulasi (kali)	Nilai Kontrak Berjangka (F_t) USD/ounce	Waktu Simulasi (detik)
5	40,8609	0,015041
10	40,6755	0,017539
50	40,3258	0,022895
100	39,3620	0,029354
1000	39,3553	0,048700
10000	39,1928	3,914623
100000	39,1966	36,425870
1000000	-	594,671245

3.4 Penentuan Kontrak Berjangka Emas Menggunakan *Spot-future parity theorem*

Penentuan harga kontrak berjangka komoditas emas menggunakan *Spot-future parity theorem*, hanya melibatkan parameter-parameter seperti harga awal komoditas, tingkat suku bunga bebas resiko, biaya penyimpanan gudang dan waktu. Sehingga dalam perhitungannya dapat dihitung menggunakan persamaan (5). Dari data historis komoditas emas (Freeport-McMoRan Copper & Gold Inc. (FCX), 2011-2014), telah diketahui nilai-nilai masukan yang akan dipakai dalam penentuan kontrak berjangka emas seperti harga awal (S_t) yang merupakan harga terakhir dari data sebelum kontrak tersebut dibuat, (r) yang merupakan suku bunga bebas resiko sebesar 75% yang dikeluarkan oleh bank Indonesia, (c) merupakan nilai biaya penyimpanan gudang yang sudah diasumsikan nol, dan (t) yang merupakan waktu berlangsungnya kontrak selama 3 bulan atau 0,25 tahun.

Tabel 5. Nilai Masukan untuk Menentukan Kontrak Berjangka Menggunakan *Spot-future parity theorem*

Variabel	Nilai
S_t	34,1700
r	0,75
c	0
t	0,25

Perhitungan nilai kontrak berjangka komoditas emas menggunakan *spot-future parity theorem*.

$$\begin{aligned}
 F_t &= S_t (1 + r + c)^t \\
 F_t &= 34,1700(1 + 0,7500)^{0,25} \\
 F_t &= 34,1700(1,150163) \\
 F_t &= 39,30108
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan *spot-future parity theorem* maka hasil dari kontrak berjangka emas yang didapat adalah sebesar 39,30108 USD/Ounce.

3.5 Perbandingan Nilai Kontrak Berjangka Emas Menggunakan Simulasi *Variance Gamma* dengan Metode Konvensional

Berdasarkan hasil yang telah didapat pada Tabel 4 dan Tabel 5 dapat dilihat ada perbedaan nilai yang dihasilkan dalam penentuan kontrak berjangka komoditas emas menggunakan simulasi *Variance Gamma* dan *spot-future parity theorem*. Jika menggunakan *spot-future parity theorem* harga yang dihasilkan lebih mahal dari harga yang dicari menggunakan simulasi *Variance Gamma* terutama untuk jumlah simulasi yang banyak dilakukan, ini dikarenakan pendekatan harga emas yang digunakan dalam penentuan kontrak berjangka menggunakan simulasi *Variance Gamma* lebih adil (*fair*) karena dilakukan simulasi berkali-kali dan lebih banyak parameter yang dilibatkan sehingga harga yang didapat lebih *fair*. Jadi penentuan harga kontrak berjangka terhadap komoditas yang mengalami lompatan-lompatan harga yang cukup tinggi akan menghasilkan harga kontrak yang tidak adil (*fair*) bila dihitung menggunakan *spot-future parity theorem*, apalagi untuk kontrak dengan jangka waktu yang panjang.

4. Kesimpulan dan Saran

A. Kesimpulan

Variance Gamma merupakan metode simulasi yang memiliki sifat yang mampu menangkap adanya lompatan atau diskontinuitas pada data. Sehingga metode ini sesuai dipakai untuk memodelkan pergerakan harga komoditas emas (Freeport-McMoRan Copper & Gold Inc. (FCX), 2011-2014), karena data tersebut menunjukkan adanya lompatan dan sifat ekor gemuk yang ditunjukkan oleh nilai kurtosis data yang cukup besar yaitu 7,7920.

Hasil simulasi *Variance Gamma* memberikan harga kontrak berjangka sebesar 39,1966 USD/ounce yang lebih *fair* dibandingkan dengan *spot-future parity theorem* yaitu sebesar 39,30108 USD/ounce, ini dilihat dari parameter-parameter yang dilibatkan dalam penentuan harga kontrak berjangka yang dihasilkan. Dalam penentuan harga kontrak berjangka menggunakan metode simulasi *Variance Gamma* parameter-parameter yang dilibatkan lebih banyak seperti : *sigma*, *mu*, *skewness*, dan *kurtosis*. Sedangkan pada *spot-future parity theorem*, parameter-parameter tersebut tidak dilibatkan atau diabaikan.

B. Saran

Untuk pengembangan penelitian sebaiknya dapat disertakan tingkat suku bunga yang tidak konstan dengan komoditas induk yang memberikan deviden dan disertakannya biaya asuransi dan biaya penyimpanan komoditas.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Ir. Komang Dharmawan, M.Math., Ph.D. selaku dosen pembimbing I dan ibu_Luh Putu Ida Harini, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing II yang telah membimbing, memberi masukan, dan semangatnya terhadap penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Siahaan, H. 2008. *Seluk-Beluk Perdagangan Instrumen Derivatif*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- [2] Dharmawan, K. 2013. Estimasi Nilai Var Menggunakan Simulasi. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*, (pp. 159-168). Yogyakarta.
- [3] Brigo, D., Dalessandro, A., Neugebauer, M., & Triki, F. 2007. *A stochastic processes toolkit for Risk Management*. London: Departmen of Mathematics , Imperial Colege.
- [4] Madan, D. B., Carr, P. P., & Chang, E. C. 1998. The *Variance Gamma* Process and Option Pricing. *European Finance Review*, 79-105.
- [5] Freeport-McMoRan Copper & Gold Inc. (FCX). (2011-2014, mei 1). *FCX Historical Prices*. Retrieved juli 7, 2014, from FCX Historical Prices: <http://finance.yahoo.com>.

PERHITUNGAN NILAI TEBUS PADA PEMBATALAN POLIS ASURANSI JIWA *ENDOWMENT*

Ida Ayu Pradnya Mikawati¹, I Nyoman Widana², Ketut Jayanegara³

¹Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana, pradnyamikawati@gmail.com

²Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana, nwidana@yahoo.com

³Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Udayana,
ketut_jayanegara@yahoo.com

Abstrak

Asuransi merupakan cara untuk mengurangi risiko yang tidak pasti. Jika seseorang mengikuti asuransi, maka dia sepakat terhadap suatu kontrak yang disebut sebagai polis asuransi. Polis asuransi meliputi besarnya premi, besarnya santunan dan jadwal pembayaran. Berakhirnya polis asuransi dapat disebabkan oleh beberapa hal, salah satunya dikarenakan berhenti atau dibatalkan menyebabkan diperlukan perhitungan terhadap sejumlah uang yang harus dikembalikan yang disebut sebagai nilai tebus. Tujuan penelitian ini adalah melakukan perhitungan nilai tebus berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* dan metode *Fackler* kemudian hasilnya dibandingkan dengan nilai tebus yang diberikan oleh perusahaan. Adapun kasus yang dibahas adalah asuransi jiwa dengan usia peserta 38 tahun dan uang pertanggungan Rp. 15.000.000,00. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah pada umumnya nilai tebus yang diperoleh berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* dan metode *Fackler* menghasilkan nilai yang lebih kecil dari perusahaan. Nilai tebus berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* menghasilkan selisih maksimum sebesar Rp. 19 per Rp. 1.000 uang pertanggungan. Nilai tebus dengan metode *Fackler* lebih mendekati nilai yang diberikan oleh perusahaan karena selisih nilai tebus dengan yang diberikan oleh perusahaan lebih rendah yaitu dengan selisih maksimum Rp.13 per Rp. 1.000 uang pertanggungan.

Kata Kunci: Nilai Tebus, *The Standard Nonforfeiture Law*, Metode *Fackler*, *endowment*

1. Pendahuluan

Adanya kejadian yang tidak terduga seperti kecelakaan, sakit, kerusakan atau kehilangan harta benda menyebabkan masyarakat semakin menyadari pentingnya persiapan dalam mengatasi risiko yang akan dialami. Asuransi merupakan salah satu cara untuk mengurangi risiko yang tidak pasti dan merupakan kerjasama sejumlah orang untuk membantu kesulitan keuangan apabila salah satu anggotanya terkena musibah [1].

Berakhirnya suatu polis asuransi dapat disebabkan oleh beberapa hal. Salah satunya adalah asuransi berhenti atau dibatalkan. Berhentinya asuransi yang terjadi karena kesepakatan antara tertanggung dan penanggung, baik karena premi tidak dibayar oleh tertanggung ataupun pembebanan risiko pada penanggung [2]. Oleh karena itu, diperlukan suatu keputusan terhadap dana yang sudah dibayarkan oleh tertanggung ke penanggung atau perusahaan asuransi. Jika premi yang sudah dibayarkan dimiliki

seluruhnya oleh perusahaan maka hal ini tidak adil bagi tertanggung. Demikian sebaliknya jika premi yang sudah dibayarkan dikembalikan seluruhnya ke tertanggung maka akan merugikan perusahaan, karena perusahaan sudah mengeluarkan biaya untuk mengeluarkan polis asuransi. Oleh karena itu, perlu ditentukan berapakah nilai maksimum yang dapat dikembalikan oleh perusahaan kepada tertanggung dan perusahaan tidak merasa dirugikan. Nilai ini disebut nilai tebus [1].

Semakin tinggi nilai tebus, semakin menguntungkan pula bagi tertanggung. Penentuan nilai tebus tentunya tidak boleh dilakukan sembarangan dan harus dilakukan secara benar agar perusahaan tidak mengalami kerugian. Besarnya nilai tebus ditentukan oleh masing-masing perusahaan dikarenakan belum adanya undang-undang yang mengatur besarnya nilai tebus. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan perhitungan nilai tebus yang diperoleh tertanggung.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode penelitian kepustakaan atau studi penelaahan terhadap buku-buku, tulisan-tulisan yang berhubungan dengan nilai tebus. Langkah-langkah penelitian yaitu:

- Menurunkan kembali formula nilai tebus menggunakan pendekatan ekspektasi

Menurut Bowers (1997), pertama diperkenalkan variabel random J sebagai jumlah tahun lengkap yang akan dialami oleh $(x+t)$ dengan fungsi peluang ${}_jP_{x+t} {}_jq_{x+t+j}$, $j = 0, 1, 2, \dots$. Kemudian didefinisikan kerugian prospektif pada akhir tahun ke- t sebagai berikut:

$${}_tL = v^{J+1} - P^D \ddot{a}_{\overline{J+1}|}$$

Nilai tebus didefinisikan sebagai ekspektasi dari kerugian prospektif, yaitu dengan menghitung nilai sekarang dari manfaat yang akan diperoleh. Menurut Futami (1993), tingkat bunga digunakan dalam menentukan nilai sekarang dari pembayaran yang akan datang. Pada perhitungan dengan bunga majemuk, besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan besar bunga yang diperoleh.

Pada asuransi endowment dengan benefit sebesar Rp. 1 diperoleh:

$$\begin{aligned} {}_t{}^{NT}x &= \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} v^{j+1} {}_jP_{x+t} {}_jq_{x+t+j} \right\} - P^D \sum_{j=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} {}_jP_{x+t} {}_jq_{x+t+j} \} \\ &+ v^{n-t} {}_{n-t}P_{x+t} \\ &= E[{}_tL] + E[Z] \end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned} b_t &= \begin{cases} 0 & t \leq n \\ 1 & t > n \end{cases} \\ v_t &= v^{n-t} \quad t \geq 0 \\ Z &= \begin{cases} 0 & T \leq n \\ v^{n-t} & T > n \end{cases} \\ E[Z] &= v^{n-t} {}_{n-t}P_{x+t} \\ {}_t{}^{NT}x &= \overline{A}_{x+t:n-t}^1 - P^D \ddot{a}_{\overline{x+t:n-t}|} \end{aligned} \quad (1)$$

b. Mengidentifikasi masalah

Identifikasi masalah dilakukan dengan memberikan contoh kasus asuransi jiwa *endowment* sebagai berikut:

Seorang ibu berusia 38 tahun mengikuti asuransi berjangka 15 tahun dengan uang pertanggungan 75% dari Rp. 15.000.000,00 apabila tertanggung meninggal pada tahun pertama, Rp. 15.000.000,00 apabila tertanggung meninggal pada tahun kedua sampai akhir tahun polis dan Rp. 6.367.500,00 apabila tertanggung tetap hidup pada akhir tahun polis. Tingkat bunga yang digunakan sebesar 9%.

c. Membuat tabel komutasi berdasarkan Tabel Mortalita CSO 1980 *Female* dan Tabel Mortalita Indonesia 1999 *Female*.

d. Menghitung premi tunggal bersih

Berdasarkan Tabel Mortalita CSO 1980 *Female* diperoleh premi tunggal bersih:

$$b_{k+1} = \begin{cases} 75\% \cdot 15000000 & k = 0 \\ 15000000 & k = 1, 2, \dots, 14 \\ 0 & k \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^{k+1}$$

$$H = \begin{cases} 75\% \cdot 15000000 \cdot v^{K+1} & K = 0 \\ 15000000 \cdot v^{K+1} & K = 1, 2, \dots, 14 \\ 0 & K \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$b_t = \begin{cases} 0 & t \leq 15 \\ 6367500 & t > 15 \end{cases}$$

$$v_t = v^n \quad t \geq 0$$

$$I = \begin{cases} 0 & T \leq 15 \\ 6367500 \cdot v^n & T > 15 \end{cases}$$

$$B = \frac{i}{\delta} E[H] + E[I] \quad (2)$$

dengan B menyatakan nilai tunai manfaat yang diperoleh tertanggung.

e. Menghitung anuitas hidup berjangka 15 tahun berdasarkan contoh kasus yang diberikan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:15|} = \sum_{k=0}^{14} v^k {}_k p_x \quad (3)$$

f. Menghitung biaya tambahan pada tahun pertama (B^1)

Biaya tambahan tahun pertama menurut *The Standard Nonforfeiture Law*:

$$B^1 = 0,4P_{38|15}^D + 0,25P_{38}^D + 0,02 \cdot 15000000$$

dengan $P_{38|15}^D$ adalah premi disesuaikan untuk orang berusia 38 tahun dengan jangka waktu asuransi 15 tahun berdasarkan contoh kasus dan P_{38}^D adalah premi disesuaikan untuk asuransi seumur hidup bagi orang yang berusia 38 tahun.

g. Menghitung Premi Disesuaikan (P^D)

Berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* besarnya premi disesuaikan sebagai berikut:

$$P_{38}^D = \frac{15000000A_{38} + B^1}{\ddot{a}_{38}}$$

$$P_{38|5}^D = \frac{B + B^1}{\ddot{a}_{38|5}} \quad (4)$$

Berdasarkan metode *Fackler* besarnya premi disesuaikan dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\alpha^F = \frac{C_x}{D_x}$$

$$P^D = \beta^F = P + \frac{P - \alpha^F}{a_{x:n-1|}} \quad (5)$$

h. Menghitung nilai tebus

Berdasarkan pers. (1), nilai tebus diperoleh dengan mengganti nilai tunai manfaat pada akhir tahun ke- $(x+t)$ dengan santunan Rp. 1 sesuai dengan santunan pada contoh kasus yang dinyatakan dengan B_t . Pada contoh kasus ini nilai tebus pada akhir tahun ke- t berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* dengan premi disesuaikan diperoleh menggunakan persamaan (4) sebagai berikut :

$$t^{NT}x = B_t - P_{38|5}^D \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (6)$$

Sedangkan menurut metode *Fackler* dengan premi disesuaikan dihitung menggunakan pers. (6) sebagai berikut:

$$t^{NT}x = B_t - \beta^F \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (7)$$

dengan B_t menyatakan nilai tunai santunan pada tahun ke t .

i. Membandingkan nilai tebus yang diperoleh dengan nilai tebus yang dibayarkan perusahaan.

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan contoh kasus, diperoleh premi bersih dengan menghitung premi tunggal bersih dan anuitas menggunakan pers. (2) dan (3) berdasarkan tabel CSO 1980 *Female* sebesar Rp. 223.677,49. Sedangkan menggunakan tabel TMI 1999 *Female*, diperoleh premi bersih sebesar Rp. 225.966. Bila perusahaan mengenakan biaya tambahan pada tahun pertama yang besarnya ditentukan berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* maka jumlah uang yang harus dikembalikan perusahaan apabila tertanggung membatalkan polisnya dihitung menggunakan pers. (6) sedangkan berdasarkan metode *Fackler* menggunakan persamaan (7). Nilai tebus dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Tebus dalam Rupiah

Th	Nilai Tebus yang Dibayar Perusahaan	Nilai Tebus dengan Premi Bersih CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Premi Bersih TMI 1999 <i>Female</i>	Nilai Tebus Berdasarkan <i>The Standard Nonforfeiture Law</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan TMI 1999 <i>Female</i>
1	0,000	230912,595	230331,144	-170743,240	0,000	0,000
2	210127,500	476212,974	474390,793	90013,824	254186,240	252893,653
3	534870,000	741388,754	738920,251	371997,281	529025,119	527042,827
4	878715,000	1028209,680	1025406,175	677100,721	826356,643	823998,364
5	1241662,500	1338625,652	1335802,125	1007413,578	1148211,161	1145793,009
6	1623712,500	1675067,277	1672551,050	1365528,820	1497113,825	1494964,696
7	2031232,500	2039929,846	2038187,685	1754004,354	1875550,764	1874142,795
8	2464222,500	2435978,409	2435493,077	2175799,191	2286400,689	2286217,521
9	2922682,500	2866128,778	2867385,102	2634035,330	2732698,311	2734226,054
10	3412980,000	3333729,364	3336568,905	3132286,623	3217920,262	3220996,213
11	3928747,500	3842223,289	3846215,951	3674243,720	3745651,680	3749841,515
12	4482720,000	4395428,459	4399889,803	4264004,026	4319872,944	4324483,050
13	5068530,000	4997490,406	5001827,761	4906011,434	4944898,444	4949335,318
14	5698912,500	5653125,000	5655998,000	5605329,730	5625647,359	5628566,633
15	6367500,000	6367500,000	6367500,000	6367500,000	6367500,000	6367500,000

a. Perbandingan Nilai Tebus Hasil Perhitungan dengan Nilai Tebus yang Dibayarkan Oleh Perusahaan

Selisis masing-masing nilai tebus hasil perhitungan dengan yang diberikan perusahaan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Selisih Nilai Tebus Hasil Perhitungan dengan Nilai Tebus yang Diberikan Perusahaan (dalam Rupiah)

Th	Nilai Tebus dengan Premi Bersih CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Premi Bersih TMI 1999 <i>Female</i>	Nilai Tebus Berdasarkan <i>The Standard Nonforfeiture Law</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan TMI 1999 <i>Female</i>
1	-230912,595	-230331,144	170743,240	0,000	0,000
2	-266085,474	-264263,293	120113,676	-44058,740	-42766,153
3	-206518,754	-204050,251	162872,719	5844,881	7827,173
4	-149494,680	-146691,175	201614,279	52358,357	54716,636
5	-96963,152	-94139,625	234248,922	93451,339	95869,491
6	-51354,777	-48838,550	258183,680	126598,675	128747,804
7	-8697,346	-6955,185	277228,146	155681,736	157089,705
8	28244,091	28729,423	288423,309	177821,811	178004,979
9	56553,722	55297,398	288647,170	189984,189	188456,446
10	79250,636	76411,095	280693,377	195059,738	191983,787
11	86524,211	82531,550	254503,780	183095,820	178905,985
12	87291,541	82830,197	218715,974	162847,056	158236,950
13	71039,594	66702,239	162518,566	123631,556	119194,682
14	45787,500	42914,500	93582,770	73265,141	70345,867
15	0	0	0	0	0

Berdasarkan Tabel 2, bila dibandingkan dengan jumlah uang yang diterima apabila biaya tambahan sama dengan nol atau premi bersih sebagai premi disesuaikan terlihat bahwa adanya biaya tambahan tahun pertama menyebabkan nilai tebus yang diberikan perusahaan lebih rendah dari cadangan yang dimiliki perusahaan mulai tahun pertama hingga ketujuh. Namun lebih besar daripada nilai tebus berdasarkan *The Standard*

Nonforfeiture Law dan metode *Fackler*. Selisih nilai tebus berdasarkan metode *Fackler* dengan perusahaan yaitu maksimum Rp. 191.984,00 atau Rp. 13 per Rp. 1.000 uang pertanggungan. Sedangkan selisih nilai tebus berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law* maksimum sebesar Rp. 288.424,00 atau Rp. 19 per Rp. 1.000 uang pertanggungan. Apabila dilihat per Rp. 1.000 uang pertanggungan (UP), nilai tebus dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Tebus per Rp. 1.000 UP

Th	Nilai Tebus yang Dibayar Perusahaan	Nilai Tebus dengan Premi Bersih CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Premi Bersih TMI 1999 <i>Female</i>	Nilai Tebus Berdasarkan <i>The Standard Nonforfeiture Law</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan CSO 1980 <i>Female</i>	Nilai Tebus dengan Metode <i>Fackler</i> Menggunakan TMI 1999 <i>Female</i>
1	0	15	15	-11	0	0
2	14	32	32	6	17	17
3	36	49	49	25	35	35
4	59	69	68	45	55	55
5	83	89	89	67	77	76
6	108	112	112	91	100	100
7	135	136	136	117	125	125
8	164	162	162	145	152	152
9	195	191	191	176	182	182
10	228	222	222	209	215	215
11	262	256	256	245	250	250
12	299	293	293	284	288	288
13	338	333	333	327	330	330
14	380	377	377	374	375	375
15	425	425	425	425	425	425

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan, maka dapat disimpulkan:

1. Perhitungan nilai tebus dengan *The Standard Nonforfeiture Law* dan metode *Fackler* yaitu dengan menentukan nilai ekspektasi pada tahun ke-*t* pada umumnya menghasilkan nilai tebus yang lebih rendah dari yang diberikan oleh perusahaan.
2. Berdasarkan perhitungan dengan premi bersih CSO 1980 *Female* dan premi bersih TMI 1999 *Female*, bila dibandingkan dengan perusahaan, terlihat bahwa uang yang dibayarkan oleh perusahaan apabila tertanggung membatalkan polisnya lebih rendah pada tahun pertama hingga ketujuh. Hal ini berarti biaya tambahan dikenakan pada tahun tersebut. Namun pada tahun kedelapan hingga mendekati tahun berakhirnya polis nilai yang diberikan oleh perusahaan lebih besar dengan selisih maksimum pada tahun ke-12. Sehingga apabila tertanggung hendak membatalkan polis sebaiknya pada tahun ke-12. Namun apabila dikenakan biaya tambahan sebaiknya tertanggung membatalkan polisnya pada tahun ke-8 menurut *The Standard Nonforfeiture Law* atau pada tahun ke-10 menurut metode *Fackler*. Nilai Tebus berdasarkan metode *Fackler* lebih mendekati nilai tebus yang diberikan perusahaan daripada nilai tebus berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law*. Oleh karena itu, nilai tebus yang dihasilkan oleh metode *Fackler* lebih baik digunakan daripada nilai tebus berdasarkan *The Standard Nonforfeiture Law*. Nilai tebus lebih dipengaruhi oleh biaya tambahan pada tahun pertama. Adanya perubahan tingkat mortalita tidak mengakibatkan perubahan yang signifikan terhadap nilai tebus pada perhitungan.

Daftar Pustaka

- [1] Sembiring, R.K. 1986. *Buku Materi Pokok Asuransi I*. 1st ed. Jakarta: Universitas Terbuka.
- [2] Muhammad, A. 2006. *Hukum Asuransi Indonesia*. Bandung: PT Citra Aditya Bakti.
- [3] Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, dan Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. 2nd ed. Schaumburg: The Society of Actuaries.
- [4] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Herliyanto G, penerjemah. Tokyo (JP): Oriental Life Insurance Cultural Development Center. Terjemahan dari: *Seime Hoken Sugaku, Gekan* ("92 Revision).

EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN MEDIA VISUAL UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR SISWA TUNA RUNGU POKOK BAHASAN PECAHAN SENILAI

Luh Made Suriwati¹, Desak Putu Eka Nilakusmawati², I Wayan Sumarjaya³

¹SLBB Negeri Sidakarya, Denpasar, suriwati_made@yahoo.com

²Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Udayana, nilakusmawati_desak@yahoo.com

³Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Udayana, sumarjaya@unud.ac.id

Abstrak

Tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui apakah pembelajaran dengan media visual efektif untuk meningkatkan hasil belajar peserta didik tuna rungu dibandingkan dengan pembelajaran dengan metode konvensional. Penelitian ini menggunakan model rancangan *pre eksperimental design (quasi experiment)* dengan jenis desain *one shot case study*. Penelitian jenis ini peneliti hanya menggunakan perlakuan satu kali yang diperkirakan sudah mempunyai pengaruh, kemudian dilakukan post test. Perlakuan yang diberikan berupa pemberian materi pecahan senilai untuk kelas IV SDLB.B dengan media visual dan pembelajaran konvensional. Perlakuan diterapkan pada 2 kelompok peserta didik yang masing-masing terdiri dari tujuh orang peserta didik. Soal *pretest* dan *posttest* terdiri dari sepuluh soal pecahan senilai. Metode analisis yang digunakan adalah metode analisis kualitatif. Berdasarkan hasil analisis diperoleh bahwa peningkatan hasil belajar peserta didik dengan metode konvensional berbeda dengan metode pembelajaran dengan bantuan media visual. Peningkatan rata-rata hasil belajar peserta didik dengan metode konvensional sebesar 1,125 dan peningkatan rata-rata hasil belajar dengan bantuan media visual sebesar 3,375. Berdasarkan peningkatan hasil belajar dengan kedua metode, disimpulkan bahwa pembelajaran dengan bantuan media visual lebih efektif dalam meningkatkan hasil belajar peserta didik dibandingkan dengan metode pembelajaran konvensional, untuk peserta didik tuna rungu pada pokok bahasan pecahan senilai. Hasil observasi selama pembelajaran dengan kedua metode, diketahui bahwa pembelajaran dengan media visual lebih bisa dimengerti oleh peserta didik tuna rungu karena karakter peserta didik tuna rungu lebih mengerti dengan materi yang bersifat kongkrit dan sulit mengerti hal yang bersifat abstrak.

Kata kunci: media visual, efektivitas media visual, pecahan senilai, peserta didik tuna rungu

1. Pendahuluan

Undang-Undang No.20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional Pasal 32 menyatakan bahwa: “pendidikan khusus merupakan pendidikan bagi peserta didik yang memiliki tingkat kesulitan dalam mengikuti proses pembelajaran karena kelainan fisik, emosional, mental, sosial”. Undang-undang tersebut menjamin persamaan hak atas pendidikan bagi penyandang kelainan atau ketunaan. Undang-Undang No.20 Tahun 2003 memberi landasan kuat bahwa anak berkelainan perlu memperoleh kesempatan yang

sama sebagaimana yang diberikan kepada anak normal lainnya dalam hal pendidikan dan pengajaran. Undang-undang ini penting keberadaanya karena negara tidak hanya memiliki warga negara yang sempurna secara fisik dan mental tetapi memiliki warga negara yang berkebutuhan khusus yang memerlukan perhatian yang sama dalam segala bidang khususnya bidang pendidikan

Pengajaran bagi anak-anak berkebutuhan khusus diperoleh dari sekolah, salah satu sekolah yang menerima anak berkebutuhan khusus adalah Sekolah Luar Biasa (SLB). Sekolah Luar Biasa (SLB) merupakan salah satu tempat pendidikan dan juga pengajaran yang diberikan bagi mereka yang berkebutuhan khusus. Sekolah Luar Biasa (SLB) dipersiapkan sebagai lembaga pendidikan untuk menangani dan memberikan pelayanan pendidikan secara khusus bagi peyandang berkebutuhan khusus..

Khususnya bagi tuna rungu mereka diterima di sekolah SLBB. Fungsi SLBB adalah sebagai sekolah yang menyediakan kesempatan pendidikan yang sama bagi anak-anak berkebutuhan khusus tuna rungu untuk melanjutkan pendidikan, mengikuti proses pembelajaran yang meningkatkan kualitas diri peserta didik baik kualitas akademis dan kualitas sosial sehingga tujuan pendidikan yang utama yaitu mencerdaskan kehidupan bangsa dengan memanusiakan manusia secara manusiawi bisa tercapai

Permasalahan tuna rungu dalam pembelajaran yang dipengaruhi hilang atau berkurangnya kemampuan mendengar, berakibat berkurangnya penerimaan sumber informasi melalui pendengaran yang berpengaruh dalam penyesuaian diri terhadap lingkungan, sebab kemampuan penyesuaian sosial sangat dipengaruhi oleh proses komunikasi. Kekhususan tersebut menyebabkan mereka merasa punya komunitas tersendiri yang bersifat eksklusif.

Tuna rungu sering merasa minder jika menghadapi pergaulan dengan masyarakat normal, contohnya Kadek seorang peserta didik tuna rungu yang merupakan SLBB Negeri Sidakarya Denpasar, mengatakan “ aku tuna rungu aku malu bermain teman yang bisa bicara” hal-hal seperti itulah yang menyebabkan secara psikologi anak tuna rungu merasa terbebani, tersudutkan dan tidak sempurna, yang memicu keputusan, rendahnya motivasi dan kepercayaan diri terutama dalam belajar.

Selain kesulitan-kesulitan yang dialami peserta didik tuna rungu, dalam proses pembelajaran di sekolah, guru juga mengalami hambatan yang disebabkan kesulitan memberikan dan penerima informasi oleh peserta didik yang disebabkan karena keterbatasan kosakata dan kemampuan abstrak yang sangat minim, selain itu keterbatasan buku ajar atau buku ajar yang sering disamakan dengan regular, alat bantu pembelajaran, serta keterbatasan guru dalam inovasi pembelajaran dengan media IT sangat berpengaruh terhadap ketuntasan dalam proses penyampaian materi pembelajaran.

Berdasarkan latar belakang di atas maka yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah: Bagaimanakah cara meningkatkan hasil belajar peserta didik?; Bagaimanakah hasil belajar peserta didik menggunakan metode konvensional?; Bagaimanakah hasil belajar jika pembelajaran dilakukan dengan bantuan media visual?; Bagaimanakah efektivitas metode konvensional dibandingkan dengan metode visual?. Berdasarkan beberapa masalah diatas tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui apakah pembelajaran dengan media visual efektif untuk meningkatkan hasil belajar peserta didik tuna rungu dibandingkan dengan pembelajaran dengan metode konvensional.

Menurut Nugroho [6], pendidikan selalu berhubungan dengan tema-tema kemanusiaan. Artinya pendidikan diselenggarakan dalam rangka membebaskan manusia dari segala persoalan hidup yang dihadapi. Hal ini dikarenakan adanya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, sehingga pendidikan sangat dirasa penting untuk menunjang kebutuhan manusia dalam menghadapi persoalan hidup.

Widati, S., dkk.[7] memaparkan bahwa pembelajaran merupakan aktivitas yang paling utama dalam keseluruhan proses pendidikan di sekolah. Artinya keberhasilan pencapaian tujuan pendidikan banyak berpengaruh bagaimana proses pembelajaran dapat

berlangsung secara efektif. Pemahaman seorang guru tentang anak berkebutuhan khusus, terhadap makna pembelajaran yang berpengaruh terhadap cara mengajarnya

Pelaksanaan pendidikan berkebutuhan khusus dalam memberikan persamaan hak dengan anak biasa dilandasi pandangan bahwa anak berkebutuhan khusus, sama dengan anak normal. Perbedaannya adalah pada potensinya yang beragam dan hal ini tentunya menjadi perhatian dalam memberikan layanan pendidikan bagi anak berkebutuhan khusus. Oleh karena itu dalam pelaksanaannya mendahulukan persamaannya dengan anak lain dan dalam pembelajaran melihat perbedaan potensinya (Nani, E. [5])

Berkaitan dengan pembelajaran yang spesifik, Mohammad Efendi (Nugroho [6]) menyatakan berdasarkan tujuan pendidikan, secara terinci tunarungu dapat dikelompokkan menjadi sebagai berikut: (1) Anak tunarungu yang kehilangan pendengaran antara 20 – 30 dB (*slight losses*). Untuk kepentingan pendidikan pada anak tunarungu kelompok ini cukup hanya memerlukan latihan membaca bibir untuk pemahaman; (2) Anak tunarungu yang kehilangan pendengaran antara 30 – 40 dB (*mild losses*). Kebutuhan layanan pendidikan untuk anak tunarungu kelompok ini yaitu membaca bibir, latihan pendengaran, latihan bicara artikulasi, serta latihan kosakata; (3) Anak tunarungu yang kehilangan pendengarannya antara 40 – 60 dB (*moderet losses*). Kebutuhan layanan pendidikan untuk kelompok anak tunarungu ini meliputi artikulasi, latihan membaca bibir, latihan kosakata, serta perlu menggunakan alat bantu dengar untuk membantu ketajaman pendengaran; (4) Anak tunarungu yang kehilangan pendengaran antara 60 – 75 dB (*severe losses*). Kebutuhan pendidikan kelompok anak tunarungu ini perlu latihan pendengaran intensif, membaca bibir, dan latihan pembentukan kosakata; (5) Anak tunarungu yang kehilangan pendengaran 75 dB keatas (*profoundly losses*). Kebutuhan layanan pendidikan anak tunarungu kelompok ini meliputi membaca bibir, latihan mendengar untuk kesadaran, latihan membentuk dan membaca ujaran dengan menggunakan pengajaran khusus, seperti tactile kinesthetic, visualisasi yang dibantu dengan segenap kemampuan indranya yang tersisa.

Berkaitan dengan pembelajaran, menurut TIM FKIP-UMS (Nugroho [6]), dijelaskan bahwa alat peraga adalah semua alat bantu proses pendidikan dan pengajaran yang dapat berupa benda atau perbuatan dari yang kongkrit sampai dengan yang abstrak yang dapat mempermudah dalam pemberian pengertian (penyampaian konsep) kepada peserta didik. Dengan bantuan alat peraga yang sesuai, peserta didik dapat memahami ide-ide dasar yang melandasi sebuah konsep mengetahui cara membuktikan suatu rumus atau teorema, dan dapat menarik suatu kesimpulan dari hasil pengamatan.

Alat bantu mengajar pada dasarnya memberi petunjuk tentang apa yang akan dikerjakan oleh guru atau kegiatan guru. Metode mengajar yang dipilih dan digunakan guru sangat menentukan kegiatan belajar peserta didik. Menurut Sudjana dan Rival (dalam Jatmika [3]) memaparkan bahwa media visual dalam konsep pembelajaran visual dapat berupa gambar, model, benda, atau alat-alat lain yang memberikan peserta didik pengalaman visual yang nyata. Dalam penggunaannya media visual bertujuan untuk mengenalkan, membentuk, dan memperjelas pemahaman materi yang bersifat abstraks kepada peserta didik, mengembangkan fungsi afektif, dan mendorong kegiatan peserta didik lebih lanjut.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di SDLB B Negeri Sidakarya Denpasar, dimana sekolah ini merupakan Sekolah Luar Biasa yang khusus menangani peserta didik Tuna Rungu. Penelitian ini menggunakan model rancangan *pre eksperimental design (quasi experiment)* atau eksperimen pura-pura, dengan jenis desain *one shot case study*. Menurut

Arikunto [1] desain *one shot case study* peneliti hanya melakukan treatment satu kali yang diperkirakan sudah mempunyai pengaruh, kemudian dilakukan post test.

Prosedur pelaksanaan penelitian terdiri dari: *pretest*, pemberian perlakuan, dan kemudian dilaksanakan *posttest*. Perlakuan yang diberikan berupa pemberian materi pecahan senilai untuk kelas IV SDLB.B Negeri Sidakarya dengan media visual dan pembelajaran konvensional. Perlakuan diterapkan pada dua kelompok siswa yang masing-masing terdiri dari tujuh orang siswa tunarungu sehingga total sampel penelitian sebesar 14 orang siswa tunarungu. Soal *pretest* dan *posttest* terdiri dari sepuluh soal pecahan senilai. Metode analisis yang digunakan adalah metode analisis kualitatif.

Metode analisis yang digunakan adalah metode analisis kualitatif yang dapat mendeskripsikan hasil belajar siswa tunarungu sesuai sehingga dapat memberikan gambaran apakah pembelajaran dengan media visual efektif untuk meningkatkan hasil belajar siswa tunarungu dibandingkan dengan pembelajaran dengan metode konvensional.

Hipotesis dalam penelitian ini adalah terdapat perbedaan hasil belajar matematika dengan materi pecahan senilai antara pembelajaran menggunakan media visual dan pembelajaran konvensional. Hipotesis dalam penelitian ini diuji dengan cara mengidentifikasi variabel-variabel penelitian. Variabel dalam penelitian ini adalah skor hasil belajar siswa tunarungu dalam menjawab soal matematika yang dipilah menjadi dua kelompok yaitu hasil belajar dengan pembelajaran media visual dan pembelajaran konvensional.

Dalam penelitian ini kompetensi yang diukur pada sampel digunakan untuk mengetahui pencapaian kompetensi peserta didik.model uji kompetensi yang dirancang berupa susunan pertanyaan yang disusun secara terencana guna memperoleh informasi tentang peserta didik. Perancangan model uji kompetensi melalui beberapa tahapan antara lain menyusun kisi-kisi, yaitu membuat daftar kompetensi dasar yang akan diuji, menentukan indikator, dilanjutkan dengan menentukan jenis tagihan bentuk dan jumlah butir soal. Setelah rancangan uji kompetensi selesai dibuat, selanjutnya didiskusikan dengan tim pakar yang sudah berpengalaman untuk mendapatkan masukan sehingga diketahui kelemahan kelebihan rancangan yang dibuat. Tim Pakar adalah orang yang mengerti matematika dan mengerti tentang pembelajaran bagi peserta didik tuna rungu pada SDLB. Setelah diketahui kelemahannya maka dilakukan perbaikan oleh guru dan peneliti.

Metode analisis yang digunakan adalah metode analisis kualitatif yang dapat mendeskripsikan hasil belajar peserta didik, sehingga dapat memberikan gambaran apakah pembelajaran dengan media visual efektif untuk meningkatkan hasil belajar peserta didik tuna rungu dibandingkan dengan pembelajaran dengan metode konvensional.

3. Hasil dan Pembahasan

Hasil belajar siswa tunarungu dalam menjawab soal matematika dengan mengambil pokok bahasan pecahan senilai menunjukkan hasil yang berbeda antara kedua kelompok siswa tunarungu yang diteliti. Siswa tunarungu yang diberikan pembelajaran secara konvensional memperoleh rata-rata nilai sebesar 21,25 sedangkan siswa tunarungu yang diberikan pembelajaran dengan media visual diperoleh nilai rata-rata sebesar 50. Rata-rata hasil belajar siswa tunarungu dengan media visual lebih besar 28,75 daripada dengan pembelajaran konvensional. Jika dilihat dari kenaikan hasil belajar siswa tunarungu yang diteliti, kenaikan hasil belajar siswa tunarungu dengan metode konvensional diperoleh sebesar 1,125 % dan kenaikan hasil belajar dengan pembelajaran menggunakan media visual diperoleh sebesar 3,375%. Data hasil belajar kedua kelompok siswa tunarungu dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Hasil Belajar Peserta Didik dengan Pembelajaran Konvensional

No	Nama	Pre test	Post test
1	A1	10	10
2	A2	10	40
3	A3	10	40
4	A4	10	20
5	A5	10	20
6	A6	10	20
7	A7	10	10
8	A8	10	10
	total	80	170
	rata-rata	10	21,25
	% kenaikan	1,125	

Tabel 2. Hasil Belajar Peserta Didik dengan Media Visual

No	Nama	Pre test	Post test
1	B1	10	80
2	B2	10	40
3	B3	10	40
4	B4	10	60
5	B5	10	40
6	B6	10	10
7	B7	20	80
	total	80	350
	rata-rata	11,42857	50
	% kenaikan	3,375	

Berdasarkan persentase kenaikan disimpulkan bahwa metode visual lebih efektif dibandingkan metode konvensional. Selain itu pada proses pelaksanaan pembelajaran di kelas terlihat jelas antusias peserta didik yang diberikan pembelajaran dengan metode visual lebih tinggi daripada peserta didik yang diberikan pembelajaran dengan metode konvensional. Peserta didik yang diberikan pembelajaran secara konvensional konsentrasinya lebih rendah dari pada peserta didik yang diberikan pembelajaran dengan media visual. Hal itu disebabkan karena pada penelitian ini mengambil sampel peserta didik tuna rungu yang mengalami keterbatasan dalam bidang komunikasi dan informasi, serta keterbatasan dalam hal-hal yang bersifat abstrak. Untuk menjelaskan sesuatu agar lebih dapat dimengerti, lebih efektif menggunakan media kongkrit atau nyata (visual) sehingga lebih mudah dimengerti daripada hal-hal yang bersifat abstrak.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian maka dapat disimpulkan bahwa penggunaan media visual dalam pembelajaran siswa tunarungu lebih efektif, dibandingkan dengan pembelajaran secara konvensional. Hal itu ditunjukkan dengan hasil belajar siswa tunarungu yang diberikan pembelajaran secara konvensional memperoleh rata-rata nilai sebesar 21,25 sedangkan siswa tunarungu yang diberikan pembelajaran dengan media visual diperoleh nilai rata-rata sebesar 50. Rata-rata hasil belajar siswa tunarungu dengan media visual lebih besar 28,75 daripada dengan pembelajaran konvensional. Jika dilihat dari kenaikan hasil belajar siswa tunarungu yang diteliti, kenaikan hasil belajar siswa tunarungu dengan metode konvensional diperoleh sebesar 1,125 % dan kenaikan hasil belajar dengan pembelajaran menggunakan media visual diperoleh sebesar 3,375%.

Apresiasi belajar dan motivasi siswa tunarungu lebih tinggi dalam pembelajaran dengan media visual dibandingkan dengan pembelajaran konvensional hal itu terlihat dari konsentrasi dan antusias siswa tunarungu mengikuti pembelajaran.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis pertama mengucapkan terima kasih kepada penulis kedua dan ketiga atas program pendampingan dalam rangka program Ipteks bagi Masyarakat (IbM) di SLBB Sidakarya Denpasar. Penulis kedua dan ketiga mengucapkan terima kasih kepada Rektor Universitas Udayana melalui Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Udayana atas dana yang diberikan dari DIPA BLU Universitas Udayana Tahun Anggaran 2014 dengan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Hibah Pengabdian Kepada Masyarakat Mono Tahun Universitas Udayana Tahun Anggaran 2014 Nomor: 221.15/UN.14.2/PKM.08.00/2014 Tanggal: 5 Mei 2014. Terima kasih juga disampaikan kepada kepala sekolah dan para guru di SLBB Sidakarya yang telah membantu menyelesaikan program ini.

Daftar Pustaka

- [1] Arikunto, Suharsimi. 1999. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktek*. Jakarta: Rineka Cipta
- [2] Effendi, Mohammad, Esni Triaswati, Hariyanto & Pujiati. 2006. *Penggunaan Media Ceritera Bergambar Berbasis Pendekatan Komunikasi Total untuk Meningkatkan Kemampuan Bahasa Anak Tunarungu Kelas Rendah di SLB Bagian B YPTB Malang*, (Diunduh dari http://www.ditnaga-dikti.org/ditnaga/files/sari_penelitian_ppkp_pips.pdf).
- [3] Jatmika, H.M. 2005. Pemanfaatan Media Visual dalam Menunjang Pembelajaran Pendidikan Jasmani di Sekolah Dasar. *Jurnal Pendidikan Jasmani Indonesia*, Volume 3, No.1, dalam http://eprints.uny.ac.id/4845/1/pemanfaatn_media_visual.pdf
- [4] Malatista, R dan Eko Sedyono. 2007 *Model Pembelajaran Matematika untuk Peserta didik Kelas IV SDLB Penyandang Tunarungu dan Wicara dengan Metode Komtal Berbantuan Komputer* (Diunduh dari <http://Majour.maranatha.edu>)
- [5] Nani, E.(2013) *Pendidikan Anak Berkebutuhan Khusus*. Amanah Offset, Bandung
- [6] Nugroho, Topiq. 2009. *Metode Pembelajaran Matematika di Sekolah Luar Biasa Tunarungu Melalui Komputer untuk Peningkatan Hasil Belajar Peserta didik*, (Diunduh dari <http://etd.eprints.ums.ac.id/3437/2/A410050094.pdf>)
- [7] Widati, S.dkk. 2013. *Pendidikan anak Berkebutuhan Khusus*. Amanah Offset, Bandung,

PENGETAHUAN MAHASISWA CALON GURU MENGENAI KONSEP RASIO DAN PROPORSI

Puji Lestari

STKIP GARUT, neng_nji@yahoo.com

Abstrak

Konsep rasio dan proporsi merupakan konsep dasar dari matematika dan penting dalam segala ilmu pengetahuan. Sebagai bagian dari penalaran proporsional, ratio dan proporsi berperan dalam mengembangkan kemampuan berfikir matematika tingkat tinggi. Pentingnya penguasaan konsep rasio dan proporsi bagi para calon guru sekolah menengah yang akan melakukan program pengenalan lapangan, menjadi alasan utama mengapa penelitian dilakukan. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui pemahaman mahasiswa calon guru matematika mengenai konsep rasio dan proporsi. Sampel diambil sebanyak 70 orang mahasiswa calon guru matematika tahun ketiga di kabupaten Garut, provinsi Jawa Barat, Indonesia. Pengambilan data dilakukan melalui tes tulis yang terdiri dari 5 soal yang meliputi 1 pertanyaan pendahuluan serta 4 soal lainnya yang memuat konsep *rate*, rasio, skala, dan proporsi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa calon guru umumnya sudah memahami konsep rasio. Namun pengetahuan mereka masih dalam taraf menyelesaikan secara prosedural. Berkaitan dengan aspek memaknai konsep, mahasiswa masih mengalami kesulitan. Hal yang sama juga berlaku pada konsep *rate*. Sedangkan untuk konsep proporsi, sebagian besar mahasiswa belum memahaminya. Jika dilihat dari aspek pedagogik, mahasiswa masih belum dapat menerapkan unsur pedagogik yang termuat dalam konsep rasio dan proporsi.

Kata kunci: rasio, proporsi, mahasiswa calon guru.

1. Pendahuluan

Kemampuan penalaran merupakan salah satu kemampuan dasar matematis yang harus dikuasai oleh peserta didik. Penalaran didefinisikan sebagai proses berfikir dalam proses penarikan kesimpulan (Sumarmo [8]). Kemampuan penalaran berlangsung ketika seseorang berfikir tentang suatu masalah atau menyelesaikan masalah. Penalaran matematis adalah penalaran mengenai matematika dan objek matematika (Brodie [2]; Sumarmo [8]). Salah satu kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan penalaran proporsional. Penalaran proporsional merupakan salah satu komponen yang digunakan untuk merinci kemampuan berfikir logis yang termuat dalam *Test of Logical Thinking* (TOLT). Penalaran proporsional terkait dengan konsep rasio serta proporsi. Rasio menyatakan perbandingan dari dua buah kuantitas, sedangkan proporsi menyatakan hubungan dari dua buah rasio. Mengembangkan kemampuan penalaran proporsional telah dilakukan oleh beberapa peneliti dalam bidang pendidikan matematika. Selain siswa, subjek yang menjadi sorotan dalam mengembangkan kemampuan penalaran proporsional adalah guru serta calon guru. Beberapa penelitian internasional mengenai guru (*in-service teacher*) serta calon guru (*pre-service teacher*) baik sekolah dasar ataupun menengah terkait penalaran proporsional (Ekawati [3]; Hillen [4]; Livy & Herbert [6]) menyimpulkan bahwa guru serta calon guru masih memiliki kelemahan dalam hal

pemahaman seperti nilai tempat (*place value*), pembagian, bilangan rasional. Sementara ketiganya merupakan inti dari kurikulum sekolah dasar. Beberapa penelitian seperti yang diungkapkan dalam Masters [7], “*Studies exploring teachers’ knowledge and pedagogical content knowledge related to proportional reasoning suggest that teachers’ lack a deep understanding of proportional reasoning as well as the pedagogical content knowledge required to evaluate and address student understandings*”. Kalimat tersebut menunjukkan bahwa masih ada guru yang memiliki kelemahan terkait konten matematika dan konten pedagogi. Sementara kedua hal ini merupakan faktor penting dalam pencapaian prestasi siswa. Jika seorang guru memiliki pemahaman yang dangkal mengenai suatu konsep matematika, maka akan berdampak pada bagaimana guru tersebut mengajarkan konsep agar siswa dapat memahaminya. Apabila hal ini tidak teratasi maka akan mengakibatkan rendahnya tingkat penalaran siswa. Karena bagaimanapun juga, guru dituntut untuk memiliki pemahaman yang mendalam serta menyeluruh mengenai materi matematika yang akan mereka ajarkan. Oleh karena itu, sangatlah penting bagi para calon guru maupun guru untuk menguasai serta memahami secara komprehensif konsep matematika.

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dipaparkan, maka yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana pemahaman mahasiswa calon guru terhadap konsep rasio dan proporsi. Selanjutnya rumusan masalah ini dikembangkan menjadi beberapa pertanyaan penelitian, yaitu:

1. Bagaimana pemahaman mahasiswa mengenai aktivitas pendahuluan terkait konsep rasio dan proporsi?
2. Bagaimana pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep *rate*?
3. Bagaimana pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep rasio?
4. Bagaimana pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep skala?
5. Bagaimana pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep proporsi?

Adapun yang menjadi tujuan utama penelitian ini adalah mengetahui pemahaman mahasiswa calon guru mengenai konsep rasio dan proporsi. Tujuan penelitian ini dijabarkan dalam beberapa poin berikut ini:

1. Mengetahui pemahaman mahasiswa mengenai definisi terkait konsep rasio dan proporsi.
2. Mengetahui pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep *rate*.
3. Mengetahui pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep rasio.
4. Mengetahui pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep skala.
5. Mengetahui pemahaman mahasiswa terkait soal yang memuat konsep proporsi.

2. Kajian Teori

1) Rasio

Dalam bukunya, Van de Walle [9] menyatakan bahwa penalaran proporsional terkait dengan istilah rasio dan proporsi. Rasio didefinisikan sebagai perbandingan multiplikatif dari dua nilai atau ukuran dan biasa ditulis dalam bentuk “ $a:b$ ”. Berdasarkan ide dari Freudenthal (Ben-Chaim [1]) bahwa membandingkan dua nilai atau lebih dapat dilakukan dengan salah satu dari 3 metode sebagai berikut:

1. Membandingkan dua besaran yang berbeda yang memiliki keterkaitan, seperti kilometer per liter, populasi manusia per kilometer persegi dsb. Namun perbandingan ini bukan disebut rasio, melainkan disebut dengan *rate*.
2. Membandingkan dua bagian dari satu keseluruhan, seperti perbandingan jumlah siswa perempuan dan laki-laki dalam satu kelas adalah 15:10.
3. Membandingkan dua buah besaran yang secara konsep memang saling terkait, namun tidak termasuk bagian dari keseluruhan secara umum seperti perbandingan dua sisi segitiga adalah 2:1.

Secara prinsip, terdapat beberapa jenis rasio seperti yang diungkapkan dalam Ben-Chaim [1], yaitu:

1. Rasio sebagai *rate*

Rasio dipandang sebagai perbandingan dari dua buah variabel yang memiliki satuan yang berbeda. Perbandingan ini didapat dari hubungan perkalian yang menggambarkan fenomena fisika seperti rasio antara perjalanan yang ditempuh

menggunakan kendaraan serta waktu tempuhnya: ($v = \frac{s}{t}$).

Dalam hal ini, rasio juga menghasilkan apa yang disebut dengan konsep “kecepatan/*speed/velocity*”.

2. Rasio dipandang sebagai kuantitas intensif dan ekstensif.

Terkait dengan konsep *rate*, kuantitas intensif merupakan istilah yang digunakan untuk menyatakan semua tipe kuantitas seperti *rate* (*speed, density*, harga), semua bentuk rasio (seperti: 6 buah pizza untuk 8 orang siswa), konversi faktor jumlah (seperti: *3ft/yd*), konversi faktor skala (*1ft/in*). Secara umum keseluruhan dapat dideskripsikan dalam bentuk “**x per y**”.

Kuantitas ekstensif digunakan untuk menyatakan masalah yang melibatkan bilangan dan rujukan, yaitu rujukan yang mengidentifikasi pengukuran, situasi, atau bahkan seperti luas daerah, berat dan sebagainya.

3. Rasio dipandang sebagai rasio murni (*Pure Ratio*)

Rasio juga dapat dinyatakan sebagai sebuah pecahan, dengan pembilang ataupun penyebut merupakan bilangan rasional.

Sebagai contoh, dalam trigonometri, hubungan antara panjang sisi dan hipotenusanya adalah $\frac{2}{3}$. Hubungan ini menyatakan pecahan tanpa satuan. Perbandingan antara dua elemen yang secara konsep saling terkait (yaitu dalam segitiga yang sama), namun tidak menyatakan bagian dari keseluruhan.

2) Proporsi

Menurut *The Collins Dictionary of Mathematics* seperti yang dikutip oleh Borowski & Borwein (Ben Chaim [1]) proporsi dinyatakan sebagai hubungan linear langsung atau tidak langsung antara dua jumlah variabel. Ini berarti bahwa dalam proporsi unsur-unsur yang sesuai di antara mereka ketika terdapat rasio konstan (baik secara langsung atau tidak langsung) berupa dua himpunan. Misalnya dalam hukum gas, tekanan berbanding lurus dengan suhu, hasil bagi yang berasal dari tekanan (pembilang) dan suhu (penyebut) akan konstan. Namun, tekanan berbanding terbalik dengan volume, yang berarti bahwa produk antara volume dan tekanan akan konstan.

Dalam notasi matematika, ini berarti bahwa 4 variabel a , b , c , and d ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$) akan membentuk hubungan proporsional dalam situasi berikut:

1. Ketika $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ disebut dengan proporsi langsung (*direct proportion*): yaitu hasil bagi dua bagian rasio antara a dan b akan selalu sama dengan hasil bagi c dan d .
2. Ketika $a \times b = c \times d$. Ini disebut dengan proporsi tidak langsung (*indirect proportion*) yaitu bahwa hasil kali antara dua bagian rasio a dan b akan selalu sama dengan hasil kali c dan d .

Proporsi langsung antara dua kuantitas terjadi ketika terjadi perubahan secara seragam diantara keduanya. Artinya, jika kuantitas a dikalikan dengan faktor m , maka kuantitas b , harus sama dikalikan dengan m , yang merupakan faktor konstan. Dalam hal ini, hasil bagi (rasio) antara dua kuantitas pertama adalah identik dengan hasil bagi (rasio) dari pasangan kedua.

Sebagai contoh:

Skala pada peta 1:100.000 menunjukkan bahwa untuk 5 cm dalam peta berarti jarak 500.000 cm atau 5 km dalam jarak sebenarnya. Karena hubungan perkalian antara jarak di peta dengan jarak sebenarnya berbanding lurus. Jika jalan lain dengan jarak pada peta lebih kecil atau lebih panjang sebesar faktor m (misal $m=2$) maka jarak sebenarnya juga

akan lebih kecil atau lebih panjang dengan faktor m , yaitu 2. Dengan kata lain, jika "jalan baru" di peta sekarang panjangnya 10 cm (faktor dari $\frac{10}{5} = 2$) maka jarak yang sebenarnya akan dua kali lebih panjang, yaitu 10 km.

Proporsi tidak langsung atau biasa disebut *invers* proporsi antara dua kuantitas terjadi ketika perubahan kuantitatif untuk keduanya terjadi secara seragam, tetapi dalam arah yang berlawanan (dikalikan vs dibagi). Artinya, jika kuantitas a dikalikan dengan faktor m , $m \neq 0$, maka kuantitas b harus dibagi dengan m (m merupakan faktor konstan). Dalam hal ini, hasil dari dua kuantitas pertama akan sama dengan hasil dari pasangan kedua.

Sebagai contoh:

Untuk setiap pekerjaan, terdapat *invers* proporsi antara jumlah pekerja (n) dan jumlah hari (t) yang diperlukan untuk melakukan pekerjaan itu. Jika jumlah pekerja meningkat dengan faktor m , jumlah hari yang dibutuhkan untuk melakukan pekerjaan akan dikurangi dengan faktor m ; jika jumlah karyawan dikurangi dengan faktor m , waktu yang dibutuhkan akan meningkat dengan faktor m . Dengan kata lain, hasil dari jumlah pekerja dan jumlah hari tetap konstan. Secara matematis: $\frac{n_1}{n_2} = \frac{t_2}{t_1}$ atau $n_1 \times t_1 = n_2 \times t_2$.

3. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif, dengan sampel diambil sebanyak 70 orang mahasiswa calon guru matematika tahun ketiga yaitu mahasiswa semester 6 di kabupaten Garut, provinsi Jawa Barat, Indonesia. Sampel merupakan mahasiswa calon guru yang akan mengikuti Program Pengenalan Lapangan (PPL) pada semester berikutnya. Pengambilan sampel dilakukan secara *purposive sampling*. Pengambilan data dilakukan melalui tes tulis yang terdiri dari 5 soal instrumen meliputi 1 pertanyaan pendahuluan mengenai konsep rasio dan proporsi yang bertujuan untuk mengetahui serta menunjukkan pengetahuan yang diketahui oleh subjek sebelum mereka dihadapkan pada kondisi mengajar yang sebenarnya. Sedangkan 4 soal lainnya memuat konsep *rate*, rasio, skala, dan proporsi. Soal instrumen diadaptasi dari hasil penelitian Ben Chaim, *et al* [1].

4. Hasil dan Pembahasan

Hasil serta pembahasan penelitian dipaparkan berdasarkan kepada tujuan penelitian. Yang pertama adalah soal mengenai aktivitas pendahuluan tentang konsep rasio dan proporsi. Adapun tujuan diberikannya soal ini yaitu untuk mengetahui kesiapan calon guru dalam mendefinisikan pengertian rasio ataupun proporsi kepada siswa. Melalui pemahaman terhadap definisi ataupun contoh dari rasio dan proporsi, mahasiswa calon guru akan mampu mengembangkan lebih lanjut cara menerangkan kedua konsep tersebut kepada siswa. Hasil analisa terhadap soal aktivitas pendahuluan ini menunjukkan bahwa mahasiswa sebagian besar sudah memahami definisi serta contoh dari rasio. Namun hanya sebanyak 21.4% yang sudah dapat menjelaskan beserta unsur pedagogik. Sebaliknya untuk konsep proporsi, mahasiswa yang mampu mendefinisikan proporsi dengan baik hanya 25.7%. Hal ini menjadi indikasi bahwa secara garis besar mahasiswa masih belum paham definisi proporsi. Bahkan beberapa mahasiswa mendefinisikan proporsi dengan tidak jelas. Sebagai contoh, terdapat mahasiswa yang mendefinisikan proporsi sebagai "kesesuaian atau ketepatan nilai yang telah diatur sebelumnya" tanpa memberi penjelasan lanjut ataupun contoh.

Selanjutnya soal kedua memuat konsep *rate*. Mahasiswa sebagian besar sudah bisa menyelesaikan soal secara prosedural mengenai konsep *rate*. Namun masih ada mahasiswa yang melakukan perhitungan benar tetapi kesimpulannya salah. Deskripsi singkat dari soal yang diberikan adalah mengenai perbandingan penggunaan bensin dari dua orang yang melakukan perjalanan yaitu Doni dan Beni. Hasil perhitungan secara prosedural menyimpulkan bahwa penggunaan bensin mobil Doni 14.58 km/liter

sedangkan Beni 15.26 km/liter. Mahasiswa diminta untuk mengambil kesimpulan mobil siapa yang paling irit. Hasilnya menunjukkan sebanyak 62.9% mahasiswa menyimpulkan dengan benar, namun sebanyak 27.1% mahasiswa mengambil kesimpulan bahwa mobil Doni lebih irit dibandingkan dengan mobil Beni. Hal ini menjadi indikasi kuat bahwa masih ada miskonsepsi terhadap konteks dua satuan yang berbeda yaitu “**km per liter**”. Dengan demikian, pemahaman makna atas dua besaran dengan satuan yang berbeda perlu ditekankan berupa konsep nyata dalam pembelajaran.

Tabel 4.1. Deskripsi Jawaban Mahasiswa

No Soal	Analisa Jawaban	Persentase
Soal aktivitas pendahuluan konsep rasio		
1a.	Memahami bahwa rasio adalah perbandingan dari dua besaran	51.4
	Memahami bahwa rasio adalah perbandingan dari dua besaran sekaligus mengungkapkan unsur pedagogiknya	21.4
	Hanya memahami unsur pedagogik	12.9
	Tidak menjawab	14.3
Soal aktivitas pendahuluan konsep proporsi		
1b.	Memahami bahwa proporsi merupakan persamaan dari dua buah rasio	25.7
	Memahami proporsi sebagai bentuk khusus dari rasio	28.6
	Memahami proporsi melalui definisi yang tidak spesifik	18.6
	Mendefinisikan proporsi dengan definisi yang salah	2.9
	Tidak menjawab	24.3
Soal terkait konsep rate		
2	Perhitungan secara prosedural benar	62.9
	Melakukan perhitungan tanpa kesimpulan	1.4
	Melakukan perhitungan namun kesimpulan salah	27.1
	Melakukan perhitungan secara aditif	2.9
	Mengambil kesimpulan tanpa melakukan perhitungan	1.4
	Hanya menuliskan kembali maksud soal	2.9
	Tidak menjawab	1.4
Soal terkait konsep rasio		
3a.	Melakukan perhitungan rasio dengan benar	85.7
	Melakukan perhitungan tanpa konsep dasar rasio	14.3
3b.	Melakukan perhitungan rasio dengan menggunakan konsep	85.7
	Melakukan perhitungan dengan cara mencacah dan menduga	14.3
3c.	Melakukan perhitungan rasio dengan menggunakan konsep	20.0
	Melakukan perhitungan dengan cara mencacah dan menduga	80.0
Soal terkait konsep skala		
4	Melakukan perhitungan konsep skala	14.3
	Hanya menjelaskan pemahaman perbandingannya	4.3
	Jawaban salah	28.6
	Tidak memahami soal	2.9
	Tidak menjawab	50.0
Soal terkait konsep proporsi		
5	Hanya mendeskripsikan pemahaman soal	15.7
	Tidak menjawab	84.3

Untuk soal selanjutnya mengenai konsep rasio. Terkait konsep rasio, mahasiswa umumnya sudah melakukan perhitungan prosedural secara benar terutama pada point 3a) dan 3b). Soal ini berisikan mengenai perhitungan keuntungan dari dua orang pengusaha

yang berinvestasi dengan besarnya memuat konteks perbandingan. Untuk kedua poin ini sekitar 85.7% sudah dapat menjawab benar dan sisanya salah. Namun sebaliknya, untuk poin 3c) yaitu pertanyaan mengenai tahun ke- berapa kedua pengusaha bisa memperoleh kembali investasi awal mereka, para mahasiswa menyelesaikannya dengan cara menjabarkan hingga mendapatkan hasil yang diinginkan yaitu keuntungan kembali ke awal. Proses berfikir yang seperti ini menunjukkan kemampuan berfikir pra-multiplikatif karena berdasarkan replikasi dan pola. Hal ini sesuai dengan pendapat Johar [5] bahwa salah satu level berfikir penalaran proporsional dalam menyelesaikan soal rasio adalah strategi berfikir pra multiplikatif. Meskipun begitu, mahasiswa masih melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal. Berikut ini diperlihatkan strategi berfikir yang dilakukan oleh mahasiswa:

c). Pengusaha pertama		Pengusaha kedua	
Tahun ke 1	2.200	Tahun pertama	3.300
Tahun ke 2	3.000	Tahun ke 2	4.500
Tahun ke 3	3.800	Tahun ke 3	5.700
Tahun ke 4	4.600	Tahun ke 4	6.900
Tahun ke 5	5.400	Tahun ke 5	8.100
Tahun ke 6	6.200	Tahun ke 6	9.300
Tahun ke 7	7.000	Tahun ke 7	10.500
Tahun ke 8	7.800	Tahun ke 8	11.700
∴ jumlah tahun ke 1 sampai tahun ke 8 adalah Rp 40.000		∴ jumlah tahun ke 1 sampai tahun ke 8 adalah Rp 60.000	
Jadi pengusaha pertama dan kedua memperoleh investasi kembali pada tahun ke 8			

Gambar 4.1. Strategi Berfikir Mahasiswa

Terkait soal yang memuat konsep skala, terdapat 14.3% para calon guru yang menjawab dengan benar. Sedangkan lainnya salah dalam menjawab dan bahkan yang tidak bisa menjawab sebanyak 50%.

Sedangkan untuk soal terakhir mengenai konsep proporsi, hampir 84.3% tidak menjawab. Sisanya hanya menuliskan kembali maksud dari soal. Masih sulitnya pemahaman konten matematika pada mahasiswa calon guru terutama mengenai konsep rasio dan proporsi akan berdampak pada kemampuan untuk menjelaskan konsep rasio ini kepada calon siswanya. Berdasarkan beberapa riset yang dilakukan oleh para peneliti dengan subjek adalah siswa, hasilnya mengungkapkan masih ditemukan permasalahan mengenai kedua konsep ini pada siswa.

5. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil pembahasan secara deskriptif, dapat disimpulkan bahwa pengetahuan mahasiswa calon guru masih belum dikatakan maksimal secara keseluruhan untuk konsep rasio dan proporsi. Secara detail, untuk soal yang berisi aktivitas pendahuluan, mahasiswa baru mampu memahami definisi rasio namun belum bisa menjelaskan bagaimana mengajarkan sebuah konsep rasio kepada calon siswanya. Sedangkan untuk konsep proporsi, mahasiswa masih kesulitan dalam mendefinisikannya. Selanjutnya, terkait soal yang memuat konsep *rate* dan rasio, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa sudah dapat memahami karena umumnya sudah mampu untuk menyelesaikan perhitungan secara prosedural. Sebaliknya, untuk soal terkait konsep skala dan proporsi, mahasiswa pada umumnya masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Hal ini menjadi indikasi bahwa perlunya tindakan lanjut baik berupa penelitian lanjutan ataupun tindakan nyata mengenai bagaimana menekankan konsep terutama konsep proporsi untuk lebih dapat dipahami serta dimaknai penggunaannya bagi para mahasiswa. Tindak lanjut bisa berupa beragam soal latihan terkait konsep proporsi dengan mengadopsi suatu model pembelajaran yang mampu membantu para mahasiswa untuk dapat meningkatkan kemampuan pemahamannya.

Daftar Pustaka

- [1] Ben-Chaim, D., Kerret, Y. & Ilany, S-B. (2012). *Ratio and Proportion: Research and Teaching in Mathematics Teachers' Education (Pre- and In-Service Mathematics Teachers of Elementary and Middle School Classes)*. Sense Publisher: Rotterdam.
- [2] Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. DOI 10.1007/978-0-387-09742-8_1: Springer Science+Business Media.
- [3] Ekawati, R. *et al.* (2014). Developing An Instrument For Measuring Teachers' Mathematics Content Knowledge On Ratio and Proportion: A Case of Indonesian Primary Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education 2014*. Publish online: 11 April 2014.
- [4] Hillen, F. A. (2005). *Examining Pre-service Secondary Mathematics Teachers' Ability to Reason Proportionally Prior To and Upon Completion of A Practice-Based Mathematics Methods Course Focused on Proportional Reasoning*. Dissertation: University of Pittsburgh.
- [5] Johar, R. (2009). Tinjauan Kritis terhadap Pelevelan Penalaran Proporsional. *Prosiding Semirata BKS. Banda Aceh, 4-5 Mei 2009*.
- [6] Livy, S. & Herbert, S. (2013). Pre-Service Teachers' Responses for Ratio and Proportion Items. In V. Steinle, L. Ball & C. Bordini (Eds.). *Mathematics education: Yesterday, today and tomorrow (Proceeding 36th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia)*. Melbourne: VIC: MERGA
- [7] Masters, J. (2012). *Eighth Grade In-service Teachers' Knowledge of Proportional Reasoning and Functions: A Secondary Data Analysis*. [Online] Diakses dari: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/masters.pdf>
- [8] Sumarmo, U. (2013). *Kumpulan Makalah Berpikir dan Disposisi Matematik serta Pembelajarannya*. Jurusan Pendidikan Matematika: Fakultas MIPA UPI.
- [9] Van de Walle, J. *et al.* (2010). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Seventh Edition: Pearson Education, Inc.

PENINGKATAN HASIL BELAJAR MAHASISWA MELALUI KEGIATAN *LESSON STUDY* PADA MATA KULIAH MATEMATIKA DISKRET

Harina Fitriyani

Universitas Ahmad Dahlan, rin_najmi@yahoo.co.id

Abstrak

Penggunaan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *Lesson Study* (LS) diharapkan mampu merangsang mahasiswa untuk belajar ke arah yang lebih baik, kritis, mandiri, terampil dalam pemecahan masalah dan mencapai prestasi yang diharapkan pada mata kuliah matematika diskret. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui sejauh mana penerapan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *lesson study* pada mata kuliah matematika diskret dapat meningkatkan capaian hasil belajar mahasiswa. Pengamatan tentang capaian hasil belajar mahasiswa dilakukan dengan menggunakan teknik tes yang diberikan pada setiap akhir siklus secara individu. Data yang telah terkumpul kemudian dianalisis dan dipaparkan secara deskriptif. Adapun hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *lesson study* pada mata kuliah matematika diskret pada topik teori graf telah dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa. Selain itu presentase ketuntasan belajar mahasiswa dari ketiga siklus *lesson study* juga mengalami peningkatan yang cukup berarti. Peningkatan yang terjadi sangat bermanfaat secara akademik maupun dalam rangka pembentukan karakter mahasiswa di masyarakat. Hasil belajar mahasiswa pada matakuliah matematika diskret dengan menggunakan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *lesson study* berada pada kategori baik pada siklus 2 dan 3.

Kata kunci: Hasil Belajar, Pembelajaran Berbasis Masalah, *Lesson Study*

1. Pendahuluan

Mata kuliah Matematika Diskret merupakan mata kuliah wajib di Program Studi Pendidikan Matematika UAD. Mata kuliah ini sebagai mata kuliah yang harus ditempuh di semester tujuh dengan bobot 2 SKS. Matematika Diskret merupakan mata kuliah terapan yang tidak memerlukan banyak prasyarat. Oleh karena itu mahasiswa dari semester lima bisa mengambil mata kuliah ini. Materi dalam mata kuliah Matematika Diskret terbagi dalam dua topic utama yaitu aljabar boole dan teori graf. Dalam masing-masing topic tersebut, materinya saling berkaitan sehingga untuk mempelajari materi selanjutnya diharapkan mahasiswa sudah menguasai materi sebelumnya. Topic teori graf merupakan pembahasan yang menarik karena teori ini banyak penerapannya dalam kehidupan nyata.

Meskipun demikian berdasarkan hasil prestasi mahasiswa pada mata kuliah Matematika Diskret di Program Studi Pendidikan Matematika UAD dalam dua tahun terakhir dengan dosen pengampunya adalah peneliti sendiri yang setiap tahun mengampu

dua kelas, tingkat ketuntasan mahasiswa rata-rata baru mencapai 45.66% dengan KKM 65. Selain itu, berdasarkan wawancara dengan beberapa mahasiswa pendidikan matematika UAD tentang perkuliahan mata kuliah matematika diskret, ditemukan jawaban bahwa mahasiswa kurang aktif karena model pembelajaran yang diterapkan dosen cenderung menggunakan metode pembelajaran ceramah. Menurut Suwarna (2005) mengemukakan bahwa dalam metode ceramah maka dosen sebagai subjek penyampai informasi serta sebagai pusat perhatian. Dosen lebih banyak bicara sedangkan mahasiswa hanya mendengarkan atau mencatat hal-hal penting. Komunikasi yang terjadi cenderung satu arah. Karena itu proses pembelajaran menjadi membosankan, mahasiswa tidak mau bertanya pada dosen bila ada yang kurang dipahami. Mengingat matematika diskrit merupakan mata kuliah terapan, sehingga mahasiswa perlu dihadapkan dengan beberapa kasus atau masalah yang harus diselesaikan bersama oleh mahasiswa. Hal ini menyebabkan kesulitan bagi mahasiswa untuk memahami materi. Padahal berdasarkan kurikulum di prodi pendidikan matematika UAD semua mahasiswa wajib mengambil mata kuliah matematika diskret. Banyak di antara mereka mengambil mata kuliah tersebut lebih dari satu kali sebagai upaya perbaikan nilai yang diperoleh.

Oleh karena itu permasalahan yang harus segera dicari solusinya adalah bagaimana usaha yang tepat untuk perbaikan pengajaran mata kuliah matematika diskret supaya mahasiswa dapat dengan mudah memahami dan menguasai materi dalam mata kuliah tersebut. Perlu dicari strategi pembelajaran yang tepat agar permasalahan tersebut teratasi dan dipilihlah pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *Lesson Study* (LS). Pemilihan pembelajaran berbasis masalah diharapkan mampu merangsang mahasiswa untuk belajar ke arah yang lebih baik, kritis, mandiri, terampil dalam pemecahan masalah dan mencapai hasil belajar yang diharapkan.

Pembelajaran berbasis masalah (*problem based-learning*) menurut Vernon and Blake dalam Sockalingam (2010) adalah *an instructional approach that uses problem as a context for student to acquire both problem-solving skills and knowledge*. Sedangkan menurut Graff dan Kolmos (2003) *Problem-based learning is an educational approach whereby the problem is the starting point of the learning process*. Dengan demikian pembelajaran berbasis masalah dapat dipahami sebagai suatu pendekatan pembelajaran yang ditandai dengan adanya pemberian masalah-masalah sebagai stimulus bagi mahasiswa untuk melatih berpikir kritis dan kemampuan pemecahan masalah. Masalah yang digunakan bisa dimunculkan dari mahasiswa ataupun dari dosen. Pembelajaran berbasis masalah memiliki karakteristik-karakteristik sebagai berikut: (1) belajar dimulai dengan suatu masalah, (2) memastikan bahwa masalah yang diberikan berhubungan dengan dunia nyata siswa/mahasiswa, (3) mengorganisasikan pelajaran diseputar masalah, bukan diseputar disiplin ilmu, (4) memberikan tanggung jawab yang besar kepada pebelajar dalam membentuk dan menjalankan secara langsung proses belajar mereka sendiri, (5) menggunakan kelompok kecil, dan (6) menuntut pebelajar untuk mendemonstrasikan apa yang telah mereka pelajari dalam bentuk suatu produk atau kinerja. Adapun langkah-langkah pembelajaran berbasis masalah antara lain : (1) Mengorientasikan mahasiswa pada masalah, (2) Mengorganisasi mahasiswa untuk belajar, (3) Membimbing penyelidikan individu maupun kelompok, (4) Mengembangkan dan menyajikan hasil karya, (5) Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.

Lesson study, dalam bahasa Jepang disebut dengan *jugyou kenkyuu*, adalah sebuah pendekatan untuk melakukan perbaikan-perbaikan pembelajaran di Jepang. Perbaikan-perbaikan pembelajaran tersebut dilakukan melalui proses-proses kolaborasi antar para guru (Santyasa, 2009). Pelaksanaan lesson study dalam kegiatan perkuliahan dapat mengembangkan profesionalisme dosen. Hal ini dikarenakan kegiatan LS yang berkesinambungan akan memberikan 8 kesempatan bagi para dosen (model dan observer) yang erat kaitannya dengan pengembangan profesionalisme dosen, yaitu (1) menentukan tujuan pembelajaran yang cocok dengan kebutuhan mahasiswa, (2) mengkaji dan

meningkatkan pembelajaran yang bermanfaat bagi mahasiswa, (3) memperdalam pengetahuan tentang materi pembelajaran yang disampaikan oleh dosen, (4) menentukan tujuan jangka panjang yang akan dicapai oleh mahasiswa, (5) merencanakan pembelajaran secara kolaboratif, (6) mengkaji secara teliti proses pembelajaran dan perilaku mahasiswa, (7) mengembangkan pengetahuan pembelajaran yang andal, dan (8) melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang dilaksanakannya berdasarkan perkembangan mahasiswa dan kolega dosen. Adapun tahapan lesson study meliputi 3 tahap, yaitu perencanaan (*plan*), pelaksanaan (*do*) dan refleksi (*see*). Dipilihnya kegiatan LS dalam penelitian ini dengan harapan dapat meningkatkan kualitas pembelajaran matematika diskret dan mengaktifkan mahasiswa sehingga akan berdampak pada meningkatnya hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah matematika diskret.

Hasil belajar menurut Ratumanan (2011) adalah hasil yang diperoleh dari kegiatan belajar atau kegiatan pembelajaran. Hasil belajar dapat dipandang sebagai ukuran seberapa jauh tujuan pembelajaran telah dicapai. Secara umum jika tujuan pembelajaran didasarkan pada taksonomi Bloom maka hasil belajar dapat digolongkan atas tiga ranah, yaitu ranah kognitif, afektif, dan psikomotorik. Dalam penelitian ini, hasil belajar yang dimaksud adalah hasil belajar dalam ranah kognitif.

Berdasarkan paparan di atas, dapat diidentifikasi permasalahannya adalah bagaimana capaian hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah matematika diskret melalui kegiatan lesson study dengan menggunakan pembelajaran berbasis masalah. Oleh karena itu untuk menjawab permasalahan tersebut perlu dilakukan penelitian.

2. Metode Penelitian

Pelaksanaan *Lesson Study* di Program Studi Pendidikan Matematika untuk mata kuliah matematika diskret melibatkan semua dosen di lingkungan pendidikan matematika yang berperan sebagai dosen model dan observer. Oleh karenanya khusus pada hari Selasa telah disepakati tidak ada dosen pendidikan matematika yang mengajar selain dosen yang ditunjuk menjadi dosen model, supaya semua dosen bisa ikut aktif terlibat dalam pelaksanaan *Lesson Study*. Subjek penelitian adalah mahasiswa Pendidikan Matematika semester 7 kelas D sejumlah 56 mahasiswa pada tahun ajaran 2013/2014. Kegiatan *lesson study* ini dilaksanakan sebanyak 4 siklus dengan 4 kali pertemuan yang tiap siklusnya meliputi kegiatan *plan* (perencanaan), kegiatan *Do* (pelaksanaan tindakan), dan kegiatan *See* (refleksi/evaluasi hasil tindakan). Namun dalam artikel ini, hanya data dari 3 siklus saja yang digunakan.

Metode penelitian ini menggunakan penelitian tindakan. Dalam rangka pengamatan capaian hasil belajar mahasiswa menggunakan teknik tes yang diberikan pada setiap akhir siklus secara individu. Selanjutnya setelah data terkumpul, data dianalisis dengan menghitung rata-rata nilai mahasiswa dan menghitung banyaknya mahasiswa yang tuntas pada setiap siklus dengan kriteria ketuntasan minimal (KKM) yang ditetapkan adalah 65. Penentuan KKM dengan mempertimbangkan nilai terendah perolehan nilai B berdasarkan Penilaian Acuan Patokan (PAP) adalah 65. Selanjutnya data dipaparkan secara deskriptif.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil penelitian dapat dideskripsikan sebagai berikut:

1. Pra Penelitian

Sebelum dilaksanakan lesson study, pada pertemuan pertama perkuliahan dosen pengampu memberikan informasi kepada mahasiswa tentang pelaksanaan lesson study pada mata kuliah matematika diskret di kelas D yang akan melibatkan semua dosen di program studi pendidikan matematika yang

berjumlah 18 orang dengan 17 dosen sebagai *observer*. Hal ini dilakukan agar tidak menimbulkan pertanyaan pada mahasiswa mengingat banyaknya *observer*. Sehingga diharapkan dalam proses belajar mengajar pada pelaksanaan *lesson study* mahasiswa dapat mengikuti dengan baik seperti biasanya. Setelah diberitahu, mahasiswa tampak siap mengikuti proses belajar mengajar dengan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *lesson study*.

Pada perencanaan pola tindakan dan strategi pembelajaran dilakukan diskusi dalam tim LS untuk merencanakan tindakan yang tepat yang akan dilakukan. Dalam hal ini telah dilakukan diskusi materi perkuliahan, *lesson plan*, soal-soal tes evaluasi, lembar kegiatan mahasiswa (LKM), skenario pembelajaran dan rencana tindakan pada setiap siklus. Setelah pelaksanaan pembelajaran (sesi *Do*) dilakukan refleksi terhadap tindakan yang telah dilaksanakan dan mendiskusikan tindakan yang tepat untuk siklus berikutnya. Pada setiap siklus, peneliti menerapkan pembelajaran berbasis masalah dengan setting diskusi kelompok. Setiap kelompok terdiri dari 5-6 anggota yang heterogen. Posisi duduk tiap kelompok pada setiap siklus diubah supaya tidak monoton dan terjadi pemerataan.

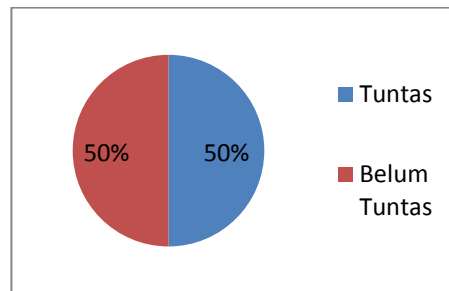
2. Siklus 1

Metode pembelajaran yang digunakan pada siklus 1 adalah metode diskusi dengan model pembelajaran berbasis masalah. Materi pada siklus 1 yaitu jenis-jenis graf dan keterhubungan graf. Semua materi sudah ada di buku ajar dan hampir semua mahasiswa telah memiliki buku ajarnya. Berdasarkan data yang diperoleh pada ketiga siklus kegiatan LS, dapat disajikan data tentang capaian hasil belajar mahasiswa sebagai berikut ini:

Tabel 1. Hasil Analisis Data Penelitian

No	Siklus	Hasil Belajar Mahasiswa		
		Nilai terendah	Nilai tertinggi	Nilai Rata-rata
1	Siklus 1	20	100	62.26
2	Siklus 2	15	100	66.37
3	Siklus 3	60	100	78.3

Berdasarkan hasil analisis data pada siklus 1, diperoleh bahwa nilai rata-rata mahasiswa pada materi teori graf melalui pembelajaran berbasis masalah dengan setting diskusi kelompok diperoleh sebesar 62,26 dengan nilai minimal 20 dan nilai maksimal 100. Hal ini menunjukkan bahwa hasil belajar mahasiswa dalam kategori cukup. Sementara itu berdasarkan gambar 1 diperoleh informasi bahwa banyaknya mahasiswa yang tuntas maupun yang tidak tuntas sama yaitu 50% dari total mahasiswa yang hadir pada pertemuan tersebut. Pada pertemuan pertama ini masih banyak mahasiswa yang ijin tidak masuk kuliah karena masih mengikuti kegiatan praktek pengalaman lapangan (PPL) di Sekolah. Untuk melihat peningkatan capaian hasil belajar mahasiswa, peneliti merencanakan pengamatan kembali dengan melakukan tindakan pada pembelajaran siklus dua.

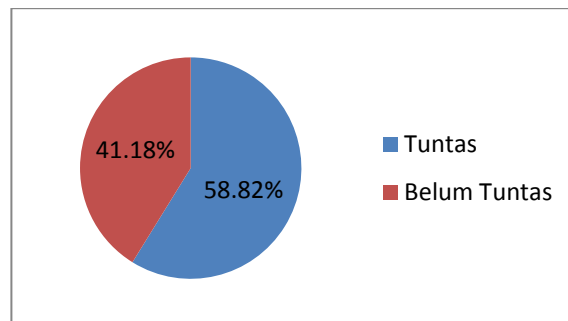


Gambar 1. Ketuntasan Belajar Mahasiswa pada Siklus 1

3. Siklus 2

Pada tindakan siklus 2, peneliti masih menggunakan skenario pembelajaran yang sama dengan pada siklus pertama yakni pembelajaran berbasis masalah dengan setting diskusi kelompok. Materi perkuliahan pada siklus 2 ini adalah graf Pohon. Posisi duduk tiap kelompok diubah dari posisi pada siklus pertama. Data penelitian diperoleh berdasarkan hasil tes pada akhir siklus. Berdasarkan data yang diperoleh, data pada siklus dua bisa dilihat pada tabel 1 di atas.

Berdasarkan hasil analisis data pada siklus dua diperoleh data bahwa nilai rata-rata mahasiswa sebesar 66,37 dengan nilai minimal 15 dan nilai maksimal 100. Pada siklus kedua ini, ada penurunan nilai minimal yang diperoleh mahasiswa sebesar 5 poin.



Gambar 2. Ketuntasan Belajar Mahasiswa pada Siklus 2

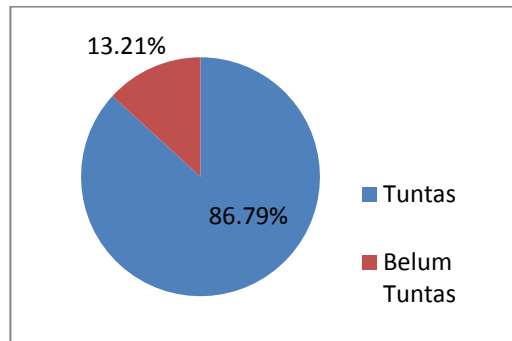
Pada gambar 2 menunjukkan banyaknya mahasiswa yang mendapatkan nilai sesuai KKM adalah 58,82% dari total banyaknya mahasiswa yang hadir pada pertemuan tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa dilihat dari hasil belajar mahasiswa ternyata sudah mengalami peningkatan jika dibandingkan dengan siklus pertama. Dari segi perolehan rata-rata kelas ada peningkatan yang cukup berarti yaitu sebesar 4,11 poin. Hal ini pun berimbas pada peningkatan banyaknya mahasiswa yang mendapatkan nilai sesuai dengan KKM yakni meningkat sebesar 8,82%.

4. Siklus 3

Pada siklus ketiga, peneliti masih menggunakan pembelajaran berbasis masalah dengan setting diskusi kelompok. Namun posisi duduk tiap kelompok diubah dari posisi pada siklus kedua. Materi perkuliahan pada siklus tiga ini adalah Pewarnaan Graf. Data hasil belajar mahasiswa pada siklus ketiga ini bisa dilihat pada Tabel 1 di atas.

Berdasarkan hasil analisis data pada siklus 3, diperoleh data bahwa nilai rata-rata hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah matematika diskret adalah 78.3 dengan nilai terendah 60 dan nilai tertinggi 100. Pada siklus 3 ini terjadi peningkatan nilai rata-rata hasil belajar mahasiswa yang cukup signifikan yaitu 11.93. Selain itu juga terjadi peningkatan nilai terendah yang diperoleh

mahasiswa sebanyak 45 poin. Sementara itu, mahasiswa yang pada siklus 1 dan 2 selalu mendapatkan nilai terendah, pada siklus 3 ini nilainya langsung meningkat 100. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa sudah mulai memahami materi yang disampaikan.



Gambar 3. Ketuntasan Belajar Mahasiswa pada Siklus 3

Pada gambar 3 menunjukkan bahwa banyaknya mahasiswa yang nilainya memenuhi KKM sebanyak 86.79% dari total banyaknya mahasiswa yang hadir pada pertemuan tersebut. Pada siklus ketiga ini, rata-rata hasil belajar mahasiswa dan banyaknya mahasiswa yang tuntas mengalami peningkatan dari siklus dua.

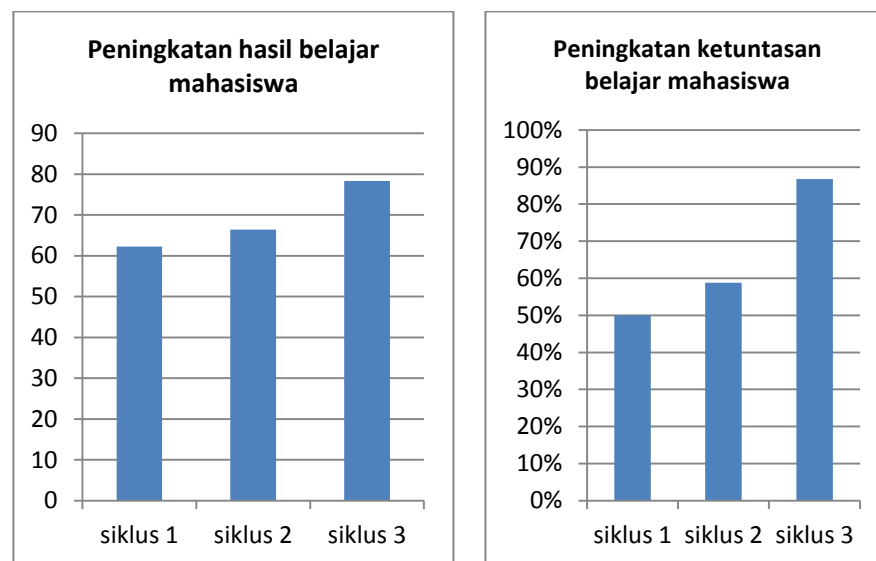
5. Pembahasan

Capaian hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah matematika diskret khususnya pada topic teori graf dengan menggunakan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan LS pada siklus 1 ternyata hasilnya masih kurang baik. Perolehan nilai terendah pada siklus 1 yang masih jauh dari KKM dan masih banyaknya mahasiswa yang nilainya dibawah KKM yaitu sebanyak 50% mengindikasikan bahwa mahasiswa masih belum memahami materi yang diberikan pada siklus 1. Oleh karena itu, tim LS melakukan beberapa perbaikan pembelajaran diantaranya dengan merubah posisi duduk tiap kelompok. Kelompok yang terlihat kurang aktif pada siklus 1, posisi duduknya diubah menjadi di depan pada siklus 2. Masalah-masalah yang diberikan dalam LKM disesuaikan dengan alokasi waktu, namun masalah yang diberikan sudah mencakup materi yang akan dipelajari pada siklus 2 yaitu tentang graf pohon dan pohon rentang minimal.

Pada siklus 2, perbaikan pembelajaran yang dilakukan oleh tim LS memberikan hasil yang memuaskan. Hal ini terlihat dari adanya peningkatan rata-rata hasil belajar mahasiswa. Pada siklus 1 diperoleh rata-rata capaian hasil belajar mahasiswa 62,26 (50% tuntas), sedangkan pada siklus 2 rata-rata hasil belajar mahasiswa mencapai 66,37 (58,82% tuntas). Rata-rata hasil belajar mahasiswa meningkat sebesar 4,11 poin sedangkan banyaknya mahasiswa yang memenuhi KKM bertambah 5 orang. Meskipun ada penurunan nilai terendah dari siklus pertama yakni sebesar 5 poin. Hal ini dimungkinkan karena adanya mahasiswa yang masih belum paham materi pada siklus 1 tetapi tidak mau bertanya kepada dosen maupun kepada temannya. Setelah dicermati ternyata mahasiswa yang mendapatkan nilai terendah pada siklus 1 maupun 2 orangnya sama. Padahal materi dalam topic teori graf itu saling berkaitan. Banyaknya *observer* yang masuk ke kelas dimungkinkan juga menjadi salah satu penyebab mahasiswa masih kurang aktif dan terlihat malu untuk bertanya baik ke dosen maupun ke teman lainnya.

Siklus 3 masih menggunakan strategi pembelajaran yang sama dengan dua siklus sebelumnya. Nilai terendah hasil belajar mahasiswa mengalami peningkatan yaitu 60 dari nilai terendah pada siklus 2 yaitu 15. Sedangkan nilai tertinggi dari ketiga siklus masih sama yaitu 100. Pada siklus ketiga ini rata-rata hasil belajar mahasiswa mengalami peningkatan jika dibandingkan dengan siklus kedua dengan peningkatan sebesar 11,93. Nilai terendah hasil belajar mahasiswa mengalami peningkatan yang cukup signifikan bila dibandingkan dengan siklus kedua, yaitu sebesar 45 poin. Adapun banyaknya mahasiswa yang memenuhi KKM pun bertambah 16 mahasiswa.

Jika dilihat dari kenaikan capaian rata-rata hasil belajar mahasiswa berdasarkan tiga siklus kegiatan LS dengan menggambarannya dalam sebuah diagram tampak adanya kenaikan yang cukup signifikan, yakni dari 62,26 pada siklus 1 menjadi 66,37 pada siklus 2 dan kemudian menjadi 78,3 pada siklus 3. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan LS pada proses perkuliahan dengan menggunakan pembelajaran berbasis masalah pada mata kuliah matematika diskret untuk topik teori graf memberikan hasil yang cukup baik pada peningkatan capaian hasil belajar mahasiswa. Untuk lebih jelasnya peningkatan hasil belajar mahasiswa dan presentase ketuntasan belajar mahasiswa dapat dilihat pada gambar berikut ini.



Gambar 4. Kecenderungan Peningkatan Hasil Belajar Mahasiswa dan Ketuntasan Belajar Mahasiswa

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dipaparkan di atas dapat disimpulkan bahwa penerapan pembelajaran berbasis masalah melalui kegiatan *lesson study* pada mata kuliah matematika diskret pada topik teori graf prodi pendidikan matematika UAD telah dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa semester VII kelas D yang berjumlah 56 orang. Selain itu presentase ketuntasan belajar mahasiswa dari ketiga siklus LS juga mengalami peningkatan yang cukup berarti. Peningkatan yang terjadi sangat bermanfaat secara akademik maupun dalam rangka pembentukan karakter mahasiswa di masyarakat. Hasil belajar mahasiswa pada matakuliah matematika diskret dengan menggunakan pembelajaran berbasis masalah dalam rangkaian kegiatan LS berada pada kategori baik pada siklus 2 dan 3.

Berdasarkan kesimpulan dan pembahasan yang diuraikan di atas, disarankan dalam pelaksanaan kegiatan *lesson study* untuk tidak melibatkan banyak observer supaya perkuliahan berjalan dengan efektif dan tidak mengganggu konsentrasi dosen model maupun mahasiswa. Banyaknya observer yang ideal sekitar 4-5 orang. Di samping itu, melalui pembelajaran yang mengedepankan keaktifan mahasiswa (*active learning*) sangat membantu mahasiswa dalam meningkatkan keaktifan dan prestasi belajarnya. Oleh karena itu, hendaknya dosen lebih sering lagi menerapkan model pembelajaran aktif dalam perkuliahannya guna meningkatkan kualitas pembelajarannya.

Daftar Pustaka

- Graff, E.D & Kolmos, A. 2003. *Characteristics of Problem Based-Learning*. Int. J. Engng Ed. Vol. 19, No. 5, pp 657-662. Great Britain : Tempus Publication.
- Ratumanan, TG dan Laurens, T. 2011. *Penilaian Hasil Belajar pada Tingkat Satuan Pendidikan*. Surabaya : Unesa University Press.
- Santyasa, I.W. 2009. *Implementasi Lesson Study dalam Pembelajaran*. Makalah disajikan dalam "Seminar Implementasi Lesson Study dalam Pembelajaran bagi Guru-Guru TK, Sekolah Dasar, dan Sekolah Menengah Pertama di Kecamatan Nusa Penida pada tanggal 24 Januari 2009, di Nusa Penida.
- Sockalingam, N. 2010. *Characteristics of Problems in Problem-based Learning*. Thesis. Netherland : Erasmus University Rotterdam.
- Sugiyono. 2012. *Metode Penelitian kuantitatif dan kualitatif dan R&D*. Jakarta : Alfabeta.
- Suwarno.2005. *Pengajaran Mikro, Pendekatan praktis menyiapkan pendidik profesional*. Tiara Wacana.Yogyakarta.

PENGEMBANGAN MULTIMEDIA *MACROMEDIA FLASH* DENGAN PENDEKATAN KONTEKSTUAL DAN KEEFEKTIFANNYA TERHADAP KECEMASAN SISWA PADA MATEMATIKA DAN ICT

Syariful Fahmi¹, Marsigit²

¹Universitas Ahmad Dahlan, syarifulfahmi@gmail.com

²Universitas Negeri Yogyakarta, marsigitina@yahoo.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan multimedia interaktif pada pembelajaran matematika menggunakan *Macromedia Flash 8 Professional* di standar kompetensi memahami sifat-sifat tabung, kerucut, dan bola, pada siswa kelas IX SMP. Isi multimedia interaktif meliputi standar kompetensi dan kompetensi dasar, petunjuk penggunaan, materi, evaluasi, dan *e-book*. Model pengembangan yang digunakan adalah model pengembangan Borg and Gall yang meliputi: (1) analisis standar isi, (2) pengumpulan referensi multimedia, (3) penyusunan rancangan multimedia, dan (4) pembuatan multimedia interaktif berupa cakram digital (CD). Hasil revisi multimedia interaktif dinilai oleh ahli materi dan pembelajaran, dan ahli media, dan diujicobakan pada siswa, baik kelas kecil maupun kelas besar, yaitu 42 siswa kelas IX, SMP Muhammadiyah 1 Minggir dan SMP Muhammadiyah 2 Minggir. Penelitian ini telah berhasil mengembangkan multimedia interaktif pada pembelajaran matematika yang mempunyai kualitas BAIK (B) menurut penilaian ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan 42 siswa kelas IX, dengan skor rata-rata 209,48 dari skor maksimal 260. Sedangkan untuk keefektifannya terhadap kecemasan siswa pada matematika dan ICT menunjukkan ada 33.33% siswa merasa komputer tidak menakutkan, 50% siswa tidak merasa minder ketika berbicara tentang komputer, dan 45.24% siswa merasa nyaman ketika belajar matematika dengan komputer.

Kata kunci: multimedia interaktif, *Macromedia Flash 8 Professional*, kecemasan siswa pada matematika dan ICT.

1. Pendahuluan

Undang-undang RI nomor 20 tahun 2003 tentang sistem pendidikan nasional, pasal 3 menyatakan bahwa pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, bertujuan untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, bernalih, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga Negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Pendidikan menengah yang didalamnya termasuk sekolah menengah Atas merupakan bagian dari sistem pendidikan nasional diselenggarakan dengan tujuan untuk mengembangkan sikap dan kemampuan serta memberikan ketrampilan yang diperlukan untuk hidup dalam masyarakat.

Pemerintah Indonesia telah melakukan berbagai upaya untuk meningkatkan kualitas pendidikan, antara lain peningkatan sarana dan prasarana fisik, kuantitas dan kualitas guru, pembaharuan dan pengembangan media pendidikan, pengembangan kurikulum, dan berbagai usaha lain yang relevan. Usaha ini merupakan perwujudan dari Undang-Undang No. 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional pasal 45 ayat 1 mengenai sarana dan prasarana pendidikan yang berbunyi: “*setiap satuan pendidikan formal dan nonformal menyediakan sarana dan prasarana yang memenuhi keperluan pendidikan sesuai dengan pertumbuhan dan perkembangan potensi fisik, kecerdasan intelektual, sosial, emosional, dan kejiwaan peserta didik*”. Namun, masih banyak keluhan dari masyarakat mengenai rendahnya kualitas hasil pendidikan dan lulusannya pun belum siap kerja. Keluhan tersebut harus ditanggapi secara positif oleh lembaga pendidikan terutama para guru sebagai pelaksana kurikulum di sekolah. Di samping itu, perlu disadari bahwa berhasil atau tidaknya implementasi kurikulum pada suatu sekolah sangat tergantung pada aktivitas siswa dan kreativitas guru dalam menjabarkan dan merealisasikan kurikulum tersebut.

Matematika merupakan suatu disiplin ilmu yang mempunyai ciri atau karakteristik tertentu. Menurut Robert Gagne (Bell, 1981, p.108), diantara ciri tersebut adalah *direct object* (objek langsung) dan *indirect object* (objek tidak langsung). Objek langsung matematika meliputi; fakta matematika, keterampilan matematika, konsep matematika dan prinsip matematika, sedangkan objek tidak langsung matematika meliputi; kemampuan berfikir logis, kemampuan memecahkan masalah, kemampuan berfikir analitis dan sikap positif terhadap matematika. Matematika sebagai salah satu mata pelajaran pada jenjang pendidikan dasar dan menengah bertujuan untuk mempersiapkan siswa agar sanggup menghadapi perubahan keadaan dan keterampilan serta cakap menyikapinya, sesuai dengan tujuan pendidikan nasional. Dalam mata pelajaran matematika, siswa diajarkan dan dilatih berpikir logis, rasional dan kritis. Di samping itu, menurut Erman Suherman (2001, p.56) juga ada tujuan lain yaitu mempersiapkan siswa agar dapat menggunakan matematika dan pola pikir matematis dalam kehidupan sehari-hari dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan.

Sejauh ini tujuan pembelajaran matematika belum sepenuhnya tercapai. Berbagai usaha dilakukan seperti memberi penataran kepada guru dan melaksanakan perubahan kurikulum, namun sampai saat ini belum memberikan hasil yang memuaskan. Salah satu permasalahan dalam pembelajaran matematika adalah pemilihan media pembelajaran, agar pembelajaran matematika menjadi menarik dan menyenangkan, serta dapat menonjolkan bagian-bagian yang menarik dari matematika itu, agar kesan bahwa matematika itu membosankan, menakutkan dan sulit dapat dihilangkan. Menurut hasil *Third in International Mathematics Science and Study (TIMSS)* 2011, peringkat anak-anak Indonesia bertengger di posisi 38 dari 42 negara untuk prestasi matematika, dan menduduki posisi 40 dari 42 negara untuk prestasi sains. Rata-rata skor prestasi matematika dan sains berturut-turut adalah 386 dan 406, masih berada signifikan di bawah skor rata-rata internasional, sedangkan dalam hal penggunaan komputer dalam pembelajaran matematika, 40 persen siswa di Indonesia sama sekali tak pernah menggunakan komputer sebagai penunjang dalam pembelajaran matematika. 11 persen siswa di Malaysia mengalami hal serupa. Hanya 1 persen saja siswa di Singapura tak menggunakan komputer pada saat belajar matematika (http://nces.ed.gov/timss/results07_math07.asp). Kesimpulan yang mirip juga ditampilkan dari hasil penelitian Programme for International Student Assessment (PISA) untuk membandingkan jumlah siswa yang literasi matematika di bawah tingkat 2 selama tahun 2003 dibandingkan dengan tahun 2009. Ternyata, Indonesia memiliki persentase tertinggi yakni 76 persen dan tidak banyak berubah dalam enam tahun selanjutnya. Penelitian dari PISA lebih lanjut menampilkan grafis mengenai populasi orang yang menguasai matematika tingkat 5 dan 6. Orang yang memiliki pemahaman di tingkat itu secara statistik bakal menjadi pemimpin di dunia dan aktif pada posisi pengambilan

keputusan. Hasilnya, populasi dari Indonesia menunjukkan angka 0. (<http://www.nces.ed.gov/programs/ /index.asp>).

Pembelajaran merupakan salah satu proses yang kompleks dan melibatkan banyak aspek yang saling berkaitan. Oleh karena itu untuk menciptakan pembelajaran yang efektif diperlukan berbagai keterampilan, salah satunya adalah keterampilan memilih media pembelajaran. Menurut Slameto (1996, p.27), dalam pembelajaran guru mempunyai tugas untuk mendorong, membimbing, dan memberi fasilitas belajar bagi siswa untuk mencapai tujuan. Guru mempunyai tanggung jawab untuk membantu proses perkembangan siswa, baik aspek-aspek pribadi seperti nilai-nilai dan penyesuaian diri, maupun keterampilan-keterampilan yang harus dikuasai siswa, sebagai bekal masa depannya nanti.

Guru merupakan komponen pembelajaran yang berperan langsung dalam proses pembelajaran. Keberhasilan proses belajar mengajar sangat ditentukan oleh kemampuan guru dalam memerankan fungsinya sebagai pemimpin, fasilitator, dinamisator sekaligus sebagai pelayan. Dalam praktek pembelajaran, guru banyak menghadapi hambatan dan permasalahan. Kemampuan untuk menyikapi dan mengatasi permasalahan ini perlu dimiliki oleh guru sebagai praktisi pendidikan yang terjun langsung berinteraksi dengan siswa. Guru mempunyai tanggung jawab untuk melihat segala sesuatu melihat segala sesuatu yang terjadi dalam kelas untuk membantu proses perkembangan siswa. Proses penyampaian materi pelajaran hanyalah merupakan salah satu dari berbagai kegiatan dalam belajar sebagai proses yang dinamis dalam segala fase dan perkembangan siswa.

Sesuai dengan tugas dan peranannya, guru dituntut untuk dapat menciptakan suasana pembelajaran yang kondusif agar tujuan dari pembelajaran itu dapat tercapai. Sumadi Suryabrata (2013, p.233) menyatakan bahwa pembelajaran sebagai proses atau aktifitas dipengaruhi oleh banyak hal/faktor, yang secara umum dibagi dua yaitu faktor yang berasal dari dalam diri siswa dan faktor yang berasal dari luar siswa. Faktor yang berasal dari luar siswa meliputi: (1) faktor non sosial seperti keadaan udara, suhu udara, cuaca, waktu dan lain sebagainya, (2) faktor sosial yaitu faktor manusia baik itu manusia hadir secara langsung maupun tidak langsung (lewat foto, lagu, film dan sebagainya). Sedangkan faktor dari dalam siswa yaitu: (1) fisiologis yaitu kondisi jasmani pada umumnya dan (2) faktor psikologis yang meliputi motivasi, minat, sikap dan lain sebagainya. Sementara itu, dalam proses pembelajaran matematika selama ini guru jarang sekali memberikan muatan yang terkandung dalam materi yang disampaikan. Pada SMP Muhammadiyah 1 Minggir, sebagai tempat observasi keterlaksanaan pembelajaran matematika, guru mengajarkan matematika terlalu formal sehingga membuat siswa kurang berminat atau bahkan dijadikan momok. Guru masih berfokus dari buku mata pelajaran dan belum memanfaatkan perkembangan teknologi. SMP Muhammadiyah 1 Minggir sebagai tempat obsevasi, memiliki sarana penunjang pembelajaran matematika dengan menggunakan laboratorium komputer, dimana jumlah komputer sebanyak 31 buah. Namun, pemanfaatannya tidak pernah digunakan untuk pembelajaran matematika, hanya sekedar pendukung pada mata pelajaran Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK). Berdasarkan data dari laporan pengolahan Ujian Nasional tahun Pelajaran 2012/2013 pada hasil Ujian Nasional (UN) tahun 2013, kaitannya dengan persentase penguasaan materi soal matematika pada materi unsur-unsur dan sifat-sifat bangun ruang (dimensi tiga), SMP Muhammadiyah 1 Minggir mendapat skor 39.97, masih dibawah skor provinsi yaitu 56.08 ataupun skor nasional, yaitu 50.92. data tersebut menjadi data pendukung bagi penulis untuk mengungkap bagaimana pembelajaran matematika dengan memanfaatkan komputer sebagai multimedia interaktif bagi siswa, pada materi bangun ruang sisi lengkung.

Pesatnya perkembangan teknologi komputer saat ini telah dirasakan dalam berbagai sektor kehidupan. Dalam sektor pendidikan misalnya, pemanfaatan komputer sudah berkembang tidak hanya sebagai alat yang hanya dipergunakan untuk urusan keadministrasian saja, melainkan juga sangat dimungkinkan untuk digunakan sebagai

salah satu alternatif dalam pemilihan media pembelajaran. Sebagai contoh adanya komputer multimedia yang mana mampu menampilkan gambar maupun tulisan yang diam dan bergerak serta bersuara sudah saatnya untuk dijadikan sebagai salah satu alternatif pilihan media pembelajaran yang efektif. Hal semacam ini perlu ditanggapi secara positif oleh para guru sehingga komputer dapat menjadi salah satu alat yang membantunya dalam mengembangkan pembelajaran. Salah satu alasan mengapa guru kurang menguasai teknologi ataupun tidak menggunakan teknologi dalam kelas adalah keterbatasan waktu, opni dan kepercayaan negatif guru, memfokuskan siswa hanya pada materi (Aksan E, 2011, p.247).

Penggunaan komputer sebagai media pembelajaran sebetulnya telah lama berkembang di banyak negara seperti Amerika dan Inggris dengan memasarkan puluhan paket program, bahkan berbagai penelitian tentang keberhasilan dan keterbatasan penggunaan komputer telah banyak dilakukan pada negara-negara yang telah menggunakannya sebagai media pendidikan. Sebagai media, komputer bermanfaat bagi guru sebagai alat bantu dalam menyiapkan bahan ajar dan menyelenggarakan pembelajaran (Saadia Khouyibaba, 2010, pp. 638–643). Saat ini pemanfaatan komputer sebagai media pembelajaran matematika masih jarang diterapkan di sekolah karena belum banyak produsen yang menawarkan *software* khusus pembelajaran matematika, sehingga diperlukan keahlian dan keuletan guru untuk memanfaatkan *software* seadanya. Karenanya pemanfaatan komputer sangat tergantung pada guru sebagai fasilitator dalam merancang komputer sebagai media pembelajaran matematika (NCTM, 1973, p.163)

Berknaan dengan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah *National Council of Teacher of Mathematic* (NCTM) menyatakan bahwa kemampuan tersebut merupakan keterampilan kognitif terpenting yang bisa diperoleh melalui belajar matematika. Standar isi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan juga menekankan bahwa pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika yang mencakup masalah tertutup dengan solusi tunggal, masalah terbuka dengan solusi tidak tunggal, dan masalah dengan berbagai cara penyelesaian. Untuk meningkatkan kemampuan memecahkan masalah perlu dikembangkan keterampilan memahami masalah, membuat model matematika, menyelesaikan masalah, dan menafsirkan solusinya.

Pembelajaran matematika hendaknya dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*). Dengan mengajukan masalah kontekstual, siswa secara bertahap dibimbing untuk menguasai konsep matematika (Permendiknas No 22). Oleh karena itu, pendekatan kontekstual (*Contextual Teaching Learning*) dapat menjadi alternatif pendekatan dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan penguasaan peserta didik terhadap materi matematika (DEPDiknas, 2003, p.1).

Tugas guru dalam pembelajaran kontekstual adalah memfasilitasi siswa dalam menemukan sesuatu yang baru (pengetahuan dan keterampilan) melalui pembelajaran secara sendiri bukan apa kata guru. Siswa benar-benar mengalami dan menemukan sendiri apa yang dipelajari sebagai hasil rekonstruksi sendiri (Kunandar, 2011, p.299). Di lain pihak, *Contextual teaching and learning* (CTL) membantu guru mengaitkan materi yang diajarkan dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Pengetahuan dan keterampilan siswa diperoleh dari usaha siswa mengkonstruksi sendiri pengetahuan dan keterampilan baru ketika ia belajar. (Rohayati, 2010, p.3).

Kesulitan memahami materi yang abstrak dan jauh dari kehidupan sehari-hari selalu menjadi dalih peserta didik dalam mempelajari matematika. Soedjadi (2000, p.42) berpendapat bahwa penyebab kesulitan tersebut bisa bersumber dari dalam diri siswa juga dari luar siswa, misalnya cara penyajian materi pelajaran atau suasana pembelajaran yang dilaksanakan. Untuk mengatasi kesulitan tersebut, Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) dapat menjadi solusi alternatif. Teknologi Informasi dan Komunikasi seperti

komputer, alat peraga, atau media lainnya diharapkan mampu meningkatkan keefektifan pembelajaran. Banyak Negara menganggap bahwa TIK sebagai sebuah kendaraan untuk menaikkan system pendidikan ke derajat yang lebih baik, dan mengartikan TIK sebagai peningkatan dan pengembangan pembelajaran berbasis *e-generation* yang akan membuat efisiensi dalam intruksi kelas. (Khambaei dkk, 2010, p.555).

Winarno (2009, p.35) menyatakan bahwa sajian audio visual atau lebih dikenal dengan multimedia dapat dimanfaatkan untuk mengkonkritkan sesuatu yang abstrak. Stimulus visual membuahkan hasil belajar yang lebih baik untuk tugas-tugas seperti mengingat, mengenali, mengingat kembali, dan menghubungkan fakta dan konsep. Sedangkan, stimulus verbal memberi hasil belajar yang lebih apabila pembelajaran itu melibatkan ingatan yang berurut-urutan (sekuensial).

Macromedia Flash 8 Professional merupakan salah satu *software* pembuat desain animasi. Software ini sangat populer dan sudah diakui kecanggihannya serta kelengkapan fasilitas yang mampu untuk membuat desain animasi, menjadikan software ini paling banyak dipakai oleh para desainer computer (Madcoms, 2008, p.3). Tampilan yang disajikan akan membuat peserta didik lebih leluasa memilih, mensintesa, dan mengelaborasi pengetahuan yang ingin dipahaminya. Dengan demikian, *Macromedia Flash 8 Professional* dapat digunakan untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis multimedia. Multimedia yang dihasilkannya adalah multimedia interaktif. Sebagai multimedia interaktif tentunya dapat mengakomodasi siswa yang cepat menerima pelajaran, dan juga dapat menangani siswa yang lamban dalam menerima pelajaran. Hal ini karena komputer tidak pernah bosan, tidak mengeluh dan sangat sabar dalam menjalankan instruksi, seperti apa yang diminta. Dengan kelebihan yang dimilikinya, *Macromedia Flash 8 Professional* ternyata belum digunakan secara optimal untuk mengembangkan multimedia interaktif untuk kepentingan pembelajaran matematika.

Materi pelajaran matematika dalam kurikulum tidak semuanya bisa menggunakan media komputer, tetapi setidaknya ada media alternatif baru untuk menunjang pembelajaran matematika. Penggunaan komputer membantu guru menjadi lebih efisien dalam menyelesaikan tugas-tugas harian. Dan yang lebih penting, para guru akan mengalami bagaimana komputer membantu mengerjakan pengajaran dengan lebih baik. (Geisert & Futrell, 1995, p.3)

Perlu adanya suatu konsep yang bisa menghubungkan antara perkembangan komputer dan pembelajaran matematika sehingga pembelajaran matematika akan terasa lebih menyenangkan dan siswa bisa menguasai materi pelajaran dengan mudah. Salah satu ide yang dapat diterapkan adalah dengan memanfaatkan media berbasis komputer dalam proses pembelajaran matematika di sekolah (Aminah Ahmada, Tan Sin Yin, Loh Yue Fang, Yap Hui Yen, Khoh Wee How, 2010, pp. 594–599).

Berdasarkan uraian di atas, penulis mengembangkan multimedia interaktif menggunakan *Macromedia Flash 8 Professional* dengan pendekatan kontekstual pada materi bangun ruang sisi lengkung. Penulis memilih pendekatan kontekstual untuk membantu siswa mengkonstruksi pengetahuannya tentang materi tersebut sehingga melalui pembelajaran ini diharapkan dapat membantu mengarahkan siswa untuk memahami dan menguasai konsep bangun ruang dengan baik. Selanjutnya, multimedia interaktif diharapkan mampu menurunkan kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT (TIK). Adapun pemilihan *Macromedia Flash 8 Professional* sebagai *software* pembuat multimedia interaktif dikarenakan masih minimnya pengembang multimedia pembelajaran (guru) yang menggunakannya.

2. Metode Penelitian

Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*Research and Development*). Menurut Borg & Gall, penelitian pengembangan adalah suatu proses yang digunakan untuk mengembangkan atau memvalidasi produk-produk yang digunakan dalam pendidikan dan pembelajaran.

Borg dan Gall (1989) mengembangkan langkah-langkah terperinci yang disusunnya dalam sepuluh langkah, yaitu: (1) *research and information collecting*, (2) *planning*, (3) *develop preliminary form of product*, (4) *preliminary field testing*, (5) *main product revision*, (6) *main field testing*, (7) *operational product revision*, (8) *operational field testing*, (9) *final product revision*, (10) *dissemination and implementasion*.

Subjek Penelitian

Subjek uji coba penelitian ini adalah individu yang secara langsung memberikan respon terhadap produk pengembangan yang telah divalidasi oleh: 1 orang ahli bidang studi pendidikan matematika dari UNY (Drs Sugiyono M. Pd), 1 orang ahli bidang studi pendidikan matematika dari UAD (Drs Ibnu Ngathoillah), 1 orang ahli media dari UNY (Kuswari Hernawati M. Kom), dan 1 orang ahli media dari UAD (Mursyid Wahyu Hananto). Adapun responden penelitian dan pengembangan ini adalah: 3 peserta didik kelas IX SMP Muhammadiyah 1 Minggir yang memiliki kemampuan klasifikasi tinggi, menengah dan rendah; 9 peserta didik kelas IX SMP Muhammadiyah 1 Minggir yang terdiri dari 3 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi tinggi, 3 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi menengah dan 3 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi rendah; 21 peserta didik kelas IX SMP Muhammadiyah 1 Minggir yang terdiri dari 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi tinggi, 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi menengah dan 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi rendah; serta 21 peserta didik kelas IX SMP Muhammadiyah 2 Minggir yang terdiri dari: 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi tinggi, 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi menengah, dan 7 peserta didik yang memiliki kemampuan klasifikasi rendah.

Teknik Analisis Data

Data yang diperoleh dalam penelitian ini akan dianalisis melalui tahapan sebagai berikut: *pertama*, data kualitatif yang diperoleh dari lembar observasi dianalisis secara kualitatif, *kedua*, data yang diperoleh melalui angket untuk ahli dan angket untuk siswa yang berupa huruf diubah menjadi nilai kualitatif CD pembelajaran dengan langkah-langkah: (1) Jenis data yang diambil yang berupa data kualitatif diubah menjadi kuantitatif dengan ketentuan yang dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 1. Aturan Pemberian Skala Butir Instrumen

Keterangan	Skor
SB (sangat baik)	5
B (baik)	4
	3
K (kurang)	2
SK (sangat kurang)	1

(2) Setelah data terkumpul, kita hitung skor rata-rata dengan rumus:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

Keterangan: \bar{X} = Skor rata-rata

$\sum X$ = jumlah skor; N = jumlah penilai

(3) Mengubah nilai tiap aspek CD pembelajaran matematika menjadi nilai kualitatif sesuai dengan kriteria kategori penilaian ideal dengan ketentuan dalam tabel berikut.

Tabel 2. Kriteria Kategori Penilaian Multimedia Pembelajaran

No	Rentang Skor Hasil Perhitungan Penelitian	Kategori Kualitatif
1	$\bar{X} > 218,41$	Sangat Baik
2	$176,80 < \bar{X} \leq 218,41$	Baik
3	$135,19 < \bar{X} \leq 176,80$	Cukup
4	$93,58 < \bar{X} \leq 135,19$	Kurang
5	$\bar{X} \leq 93,58$	Sangat Kurang

Keterangan:

Mi : rata-rata ideal multimedia yang dapat dicari dengan menggunakan rumus

$$M_i = \frac{1}{2} \times (\text{skor maksimal ideal} + \text{skor minimal ideal})$$

SBi: simpangan baku ideal multimedia yang dapat dicari dengan rumus:

$$S_{Bi} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times (\text{skor maksimal ideal} - \text{skor minimal ideal})$$

Skor maksimal ideal = Σ butir kriteria x skor tertinggi.

Skor minimal ideal = Σ butir kriteria x skor terendah

Jenis data kecemasan yang diambil dari siswa berupa data kualitatif diubah menjadi kuantitatif dengan ketentuan yang dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 3. Aturan Pemberian Skala Butir Instrumen Sikap

Keterangan	Skor
Sangat Setuju	5
Setuju	4
Netral	3
Tidak Setuju	2
Sangat Tidak Setuju	1

Setelah data terkumpul, maka dihitung nilai prosentase untuk setiap butir pernyataan kecemasan, dengan rumus:

$$p = \frac{\Sigma X}{N} \times 100\%$$

Keterangan: p = prosentase tiap butir pernyataan

ΣX = banyaknya penilai per butir pernyataan

N = jumlah penilai keseluruhan

Selanjutnya dihitung persentase skor rata-rata kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT pada post-test dengan menggunakan cara sebagai berikut:

$$p = \frac{\text{skor kecemasan siswa}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

Dimana p : presentase skor kecemasan siswa

Selanjutnya data kuantitatif diubah menjadi data kualitatif untuk mengetahui kriteria persentase perolehan skor kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT. Berikut ini merupakan tabel kriteria persentase skor kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT.

Tabel 4. Interval Persentase Skor Kecemasan Siswa terhadap Matematika dan ICT

No	Persentase Ketuntasan	Kriteria Kualitatif
1	$q > 80\%$	Sangat Baik
2	$10\% < q \leq 80\%$	Baik
3	$40\% < q \leq 60\%$	Cukup
4	$20\% < q \leq 40\%$	Kurang
5	$p \leq 20\%$	Sangat Kurang

Dimana q = Persentase skor kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT

Multimedia interaktif dikatakan efektif jika persentase skor aspek kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT pada post test memiliki persentase lebih dari 40% dari siswa menyatakan tidak cemas dengan matematika dan ICT atau minimal memiliki kriteria “cukup”.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil Pengembangan

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan CD pembelajaran matematika dengan pendekatan kontekstual menggunakan *Macromedia Flash 8* sebagai sumber belajar matematika bagi siswa SMP pada kompetensi dasar bangun ruang sisi lengkung, yang meliputi tabung, kerucut dan bola berdasarkan standar isi dan mengacu pada kualitas media yang baik. CD pembelajaran yang dihasilkan terdiri atas 3 submateri, yaitu tabung, kerucut dan bola. Selain itu, di dalam CD pembelajaran tersebut juga terdapat evaluasi atau latihan soal.

Hasil Uji Coba Produk

Penelitian pengembangan ini dilakukan dengan melalui langkah-langkah sebagai berikut:

a. Perencanaan.

Pada tahap perencanaan ini dilakukan dengan cara melakukan studi literatur dan studi lapangan. Studi literatur yang dilakukan adalah dengan cara menganalisis materi yang akan dibuat dalam bentuk CD pembelajaran, dan diperoleh kompetensi dasar bangun ruang sisi lengkung, yang meliputi tabung, kerucut dan bola untuk disampaikan melalui CD pembelajaran untuk siswa SMP. Proses ini meliputi kajian materi matematika yang sesuai dengan Standar Isi. Selanjutnya ditentukan standar kompetensi, kompetensi dasar, dan indikator pencapaian hasil belajar yang diharapkan. Adapun standar kompetensi yang ditentukan adalah: Memahami sifat-sifat tabung, kerucut dan bola, serta menentukan ukurannya. Kompetensi dasarnya adalah: (a) Mengidentifikasi unsur-unsur tabung, kerucut dan bola, (b) Menghitung luas selimut dan volume tabung, kerucut dan bola, serta (c) Memecahkan masalah yang berkaitan dengan tabung, kerucut dan bola. Studi lapangan dilakukan dengan melakukan observasi ke SMP Muhammadiyah 1 Minggir Sleman, dimana dilakukan pengamatan secara langsung di laboratorium computer di sekolah, pengamatan terhadap siswa SMP dalam pembelajaran matematika. Jumlah computer yang dimiliki oleh SMP Muhammadiyah 1 Minggir adalah 30 buah komputer, dan siswa bisa menggunakan satu computer untuk satu siswa, dimana komputer yang tersedia memenuhi spesifikasi minimal (a) menggunakan sistem operasi *Windows XP* sampai dengan yang terbaru, (b) menggunakan minimal *Processor Intel Pentium III 600 MHz* sampai yang terbaru, (c) Menggunakan *RAM* minimal *512 MB*. Selanjutnya (2) Merencanakan dan memilih jenis media pembelajaran yang akan digunakan. Media

pembelajaran yang dipilih yaitu berupa CD (Cakram Digital/*Compact Disk*) pembelajaran yang dapat digunakan dengan perangkat komputer, dan (3) Mengumpulkan referensi. Pada tahap ini peneliti mencari dan mengumpulkan referensi yang mendukung penelitian. Referensi berupa media cetak (buku) maupun digital (e-book). Buku yang dipergunakan antara lain:

- a) Matematika SMP kelas VIII karya Marsigit terbitan Yudhistira tahun 2009.
- b) Matematika untuk SMP kelas VIII karya M. Cholik Adinawan dan Sugijono terbitan Erlangga tahun 2006.
- c) Teori ringkas latihan soal dan pembahasan Matematika SMP kelas VII, VIII dan IX karya Wijanarka Bayu terbitan Intersolusi Pressindo dan Pustaka Pelajar tahun 2010.
- d) *Electronic Book (e-book)* berjudul Matematika: Konsep dan Aplikasinya, karya Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni terbitan Pusat perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.

b. Perancangan

Pada tahap perancangan, langkah langkah yang dilakukan antara lain: (1) Analisis Isi Kurikulum. Pada tahap ini dilakukan pemilahan materi bangun ruang sisi lengkung yang sesuai untuk di sampaikan melalui pembelajaran matematika interaktif dengan pendekatan kontekstual dengan software Macromedia Flash 8 Professional. Materi tersebut dipilih dari sumber buku yang dijadikan acuan oleh peneliti. Materi yang sudah disusun digunakan sebagai rencana isi dari media pembelajaran. Materi pembelajaran terlebih dahulu diketik menggunakan *software Microsoft Word 2007*, kemudian materi dimasukan kedalam media pembelajaran. (2) Penyusunan *Story board* media pembelajaran. *Story board* media pembelajaran disusun untuk mempermudah dalam pembuatan media pembelajaran dan sebagai acuan peruses membuat media pembelajaran. Penyusunan *story board* yang dikembangkan didasarkan pada materi yang akan dimasukan pada media pembelajaran, dan (3) Menyiapkan music, pembuatan video dan pengisi suara pada media pembelajaran. Musik yang digunakan dalam media pembelajaran ini merupakan music instrumentalia pengiring agar siswa tidak merasa jenuh ketika belajar. Volume music memiliki pengaturan tersendiri sehingga dapat disesuaikan dengan kebutuhan siswa. Selain menyiapkan musik, peneliti juga menyiapkan video kontekstual yang berhubungan dengan materi, dimana video ini peneliti buat sendiri sesuai dengan kebutuhan materi. Untuk memperjelas materi, peneliti juga menyediakan suara pengiring pada media pembelajaran.

c. Pengembangan

Pada saat pembuatan CD pembelajaran tidak hanya melibatkan software *Macromedia Flash 8 Professional* saja, tetapi menggunakan software dan hardware lain yang mendukung.

Penentuan kualitas CD pembelajaran matematika didasarkan pada penilaian 2 orang ahli materi dan pembelajaran, 2 orang ahli media, dan 21 siswa pada uji kelas besar. 21 siswa pada uji kelas besar menggunakan instrumen penilaian atau lembar instrumen penelitian kualitas media pembelajaran yang terdiri dari gabungan antara angket dan lembar observasi yang sebelumnya telah divalidasi oleh dosen yang menguasai. Lembar instrumen penelitian tersebut terdiri dari 52 pernyataan, dengan 14 pernyataan pada aspek pendidikan yang dinilai oleh ahli materi dan pembelajaran, 19 pernyataan pada aspek tampilan multimedia yang dinilai oleh ahli media, dan 19 indikator pada aspek teknis yang dinilai oleh siswa baik pada uji kelas kecil maupun pada uji kelas besar. Sedangkan 12 siswa pada uji kelas kecil hanya memberikan penilaian dan masukan yang dijadikan pertimbangan dan perbaikan CD pembelajaran sebelum diujikan pada kelas besar. Data yang diperoleh, dianalisis untuk menentukan kualitas CD pembelajaran tersebut.

Berdasarkan teknik analisis data yang digunakan, maka data yang diperoleh dari penilaian para ahli dan siswa berupa data kualitatif diubah menjadi bentuk kuantitatif. Data kuantitatif yang dihasilkan kemudian ditabulasi dan dianalisis tiap aspek penilaian. Skor terakhir yang diperoleh, dikonversi menjadi tingkat kelayakan produk secara kualitatif dengan menggunakan kriteria penilaian ideal. Berdasarkan kriteria penilaian ideal diperoleh kualitas CD pembelajaran matematika dari setiap aspek penilaian

Berdasarkan kriteria penilaian ideal secara keseluruhan, baik penilaian dari ahli materi dan pembelajaran, ahli media, maupun hasil uji coba lapangan, diperoleh kualitas CD pembelajaran matematika dari semua aspek penilaian yaitu sebesar 209,48. Karena Rata-Rata 209,48 terletak diantara 176,80 sampai 218,41 maka media pembelajaran ini mendapat penilaian BAIK. Secara keseluruhan, CD pembelajaran ini berkualitas baik dan dapat dijadikan sebagai sumber belajar matematika pada kompetensi dasar bangun ruang sisi lengkung, yaitu tabung, kerucut dan bola dengan pendekatan kontekstual untuk siswa SMP. Hal ini tentunya tidak terlepas dari masukan, saran dan tinjauan yang diberikan oleh dosen pembimbing, ahli materi dan pembelajaran, ahli media, serta siswa baik pada uji kelas kecil maupun uji kelas besar / uji lapangan.

Selain untuk mengembangkan multimedia interaktif, penelitian ini juga untuk mengetahui bagaimana kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT sebelum pembelajaran dengan multimedia serta sesudah proses pembelajaran selesai menggunakan multimedia. Instrumen sikap siswa terhadap matematika dan ICT di ambil berdasarkan survey sikap terhadap komputer (Komputer Attitude Survey / CAS) menurut Loyd dan Gressard (1984), dan diperbaiki oleh Dorothy J Laubscher (2010). Kuesioner terdiri dari 42 pernyataan dengan menggunakan skala Likert, yaitu sangat setuju, setuju, netral, tidak setuju, sangat tidak setuju.

Analisis data keefektifan penggunaan multimedia interaktif materi bangun ruang sisi lengkung dengan pendekatan kontekstual terhadap kecemasan siswa pada matematika dan ICT berdasarkan data pada hasil post test siswa, ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 5. Hasil Penilaian kecemasan Siswa terhadap Matematika dan ICT

Sub-Kategori	Prosentase
1.1. Kecemasan pada Komputer	
Pernyataan positif	7.93 %
Pernyataan negatif	22.02%
1.2. Kecemasan pada Matematika	39,28 %
1.3. Faktor Affektif	21.42 %

Tabel di atas merupakan tabel perolehan skor kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT. Berdasarkan tabel tersebut, dapat dilihat bahwa persentase kecemasan siswa terhadap matematika dan ICT sebesar 23.44% dengan makna 76.56% siswa tidak merasakan kecemasan dalam matematika dan ICT atau berada pada kategori “baik”. Dengan demikian multimedia dapat dikatakan efektif.

Selain itu, Literatur mengungkapkan jangkauan atau cakupan dari faktor-faktor yang mempengaruhi prestasi belajar matematika, seperti akses terhadap ICT, penggunaan komputer di rumah ataupun di sekolah dan status social ekonomi seseorang. Hasil penelitian ini mendukung apa yang telah dikemukakan oleh Thomson dalam PISA 2003 (*Programme for International Student Assessment*), bahwa ketika guru menggunakan komputer dalam pembelajaran matematika, siswa akan lebih memahami materi matematika dibandingkan dengan pelajaran lainnya (Thomson & Bortoli, 2007:14).

4. Simpulan dan Saran

Simpulan

Simpulan yang diperoleh: (1) Media yang dihasilkan berupa multimedia interaktif untuk pembelajaran matematika, pada standar kompetensi Memahami sifat-sifat tabung, kerucut dan bola, serta menentukan ukurannya. Media pembelajaran ini dikembangkan dengan menggunakan model pengembangan Borg and Gall yang direvisi berdasarkan masukan ahli materi (aspek pendidikan), Ahli media (aspek tampilan), Siswa (aspek teknis). (2) Kualitas multimedia interaktif untuk pembelajaran matematika: BAIK, sehingga layak untuk digunakan untuk pembelajaran matematika, baik itu dikelas maupun pembelajaran mandiri dan (3) Adanya perubahan sikap siswa terhadap matematika dan ICT, dengan melihat hasil posttest. Perubahan itu meliputi aspek rasa cemas siswa, percaya diri siswa dan rasa suka terhadap matematika dan ICT.

Saran

Penulis menyarankan agar media pembelajaran yang telah dikembangkan perlu digunakan dalam kegiatan pembelajaran bagi siswa SMP/MTs, dipersiapkan perangkat keras yang memadai, baik spesifikasi komputer maupun dari segi banyaknya jumlah komputer di laboratorium, serta dapat dikembangkan pada materi yang lebih luas maupun pada mata pelajaran lain.

Daftar Pustaka

- Agnew, W. P, Kellerman, S. A & Meyer, J. (1997). *Multimedia in the classroom*. New York: Van Nostrand Reinhold Company, Inc.
- Bell, F. H. (1981). *Teaching and learning mathematics (in secondary schools)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers.
- Borg, W.R. dan Gall, M.D. (1983). *Educational reseacher: an introduction, fourth edition*. New York: Longman.
- Chang, S.E. (2005). Computer Anxiety and Perceptions of Task Complexity in Learning Programming-related Skill. *Computer in Human Behavior*. Di ambil pada tanggal 12 Oktober 2013 dari <http://Elsevier.com/locate/comphumbeh..>
- Cretchley, P & Galbraith, P. Mathematics, computers, and umbilical cords. *New Zealand Journal of Mathematics*, volume yy 2003,xx xx.
- Eryslmaz, S. & Aksan, E. (2011). Why don't mathematics teachers use instructional technology and materials in their courses?. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 15, 2471–2475
- Fogarty, J. G. et al. (1999). Validation of a questionnaire to measure mathematics confidence, computer confidence, and attitudes to the use of technology for learning mathematics. University of Southern Queensland. Diambil pada tanggal 12 Agustus 2013 dari http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG2/TG2_nicolaidou_cerme3.pdf
- Geisert, P. G & Futrell, M. K. (1995). *Teachers, computer, and curriculum*. Boston: Allyn and Bacon.
- Heinich, R. et al. (1996). *Instructional media and technology for learning. Englewood Cliffs (4th ed)*. Ne Jersey, Columbus, Ohio: Prentice-Hall, inc., A Simon & Schuster company.
- Jain, S. & Dowson, M. (2009). Mathematics Anxiety as an Function of Multidimensional Self Regulation and Self-Efficacy. *Contemporary Educational Psychology*. Di ambil pada tanggal 13 Oktober 2013, dari <http://Elsevier.com/locate/cedopsych>.
- James & James. (1976). *Mathematic dictionary (4th ed)*. New York: Van Nostrand Reinhold.

- Kemp, J. E. & Dayton, D.K. (1985). *Planning and producting instructional media* (4th. Ed). New York: Harper and Row, Publisher inc.
- Khambari, M. N, Luan, W. S, Ayub, A, F. (2010). Technology in Mathematics Teaching: The Pros and Cons. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 8, 555–560
- Laubscher, J. D. 2010. Mathematics Teacher-Students' Attitude toward Information and Communication Technology across Three Country. Potchefstroom Campus of the North-West University. Di ambil pada tanggal 12 Agustus 2013 dari <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&ved=0CDgQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.pgce.soton.ac.uk%2Fict%2FSecondaryICT%2FPDFs%2FteacherattitudesEFLSyria.pdf&ei=euDAUs9DxImtB8OmgNAK&usg=AFQjCNGApPSMi7dliQOebkAIPjYJn3K0Zg&sig2=tYWNzOfR2nYHD8-TZNEm6A&bvm=bv.58187178,d.bmk>
- NCTM. (1973). *Instructional aids in mathematics*. Washington: NCTM
- Neuman, W. L. (1997). *Social research methods qualitative and quantitative approaches*. Third ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Pietersen, J & Maree, K. (2007). *Overview of statistical techniques*. Pretoria: Van Schaiks.
- Roblyer, D. M. (2003). *Integrating educational technology into teaching*. New Jersey: Merrill Prentice Hall
- Smaldino, E. S, Lowther, L. D & Russell, D. J. (2011). *Instructional technology and media for learning*. (Terjemahan Arif Rahman).
- Suryabrata, S. (1995). *Psikologi pendidikan*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- William, K. B & Sawyer, C. S. (2007). *Using information technology*. (Terjemahan Nur Wijayaning Rahayu & Arie Prabawati). London: McGraw Hill. (Buku asli diterbitkan tahun 2007).
- Yin, T. S, Ahmada, A, Fang, L. Y, Yen, Y. H, How. K. W. (2010) . Incorporating Multimedia as a Tool into Mathematics Education: A Case Study on Diploma Students in Multimedia University. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 8, 594–599

PENGARUH PENGGUNAAN BAHAN AJAR BERBASIS TIK DALAM PENINGKATAN KEMAMPUAN SPASIAL SISWA SMP

Luh Putu Ida Harini¹, I Gede Santi Astawa²

¹Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Udayana, ballidah@gmail.com

²Jurusan Ilmu Komputer Fakultas MIPA Universitas Udayana, santiastawa@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah penggunaan suatu bahan ajar berbasis Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) berpengaruh pada peningkatan motivasi belajar dan peningkatan kemampuan spasial siswa. Media pembelajaran berbasis TIK yang digunakan dalam penelitian ini adalah media yang dibuat dengan bantuan program Geogebra, Power Point, dan Makromedia Flash. Berdasarkan hasil observasi awal yang dilakukan terhadap guru dan siswa maka bahasan yang diambil sebagai materi yang akan disampaikan di kelas adalah materi dimensi tiga. Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas (*quasi eksperiment*) yang dilaksanakan di SMP Negeri 1 Semarapura, Kelungkung. Adapun langkah dalam penelitian ini meliputi (1) perencanaan tindakan, (2) pelaksanaan tindakan, (3) observasi dan evaluasi. Penelitian ini menggunakan model rancangan penelitian eksperimental faktorial (2x2) dengan hipotesis yang diajukan dapat diuji sekaligus, yaitu pengujian pengaruh pemberian metode pembelajaran menggunakan bahan ajar berbasis TIK dan interaksi antara kedua variable tersebut. Analisis data yang digunakan adalah Analisis Varians (ANOVA) dua jalur, Uji “t” dan Uji NPar Tests (Non Parametrik Tes). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan bahan ajar berbasis TIK berpengaruh dalam meningkatkan motivasi belajar siswa dan meningkatkan kemampuan spasial siswa. Selain itu dari hasil evaluasi proses pembelajaran dapat diketahui pula bahwa media pembelajaran yang dibuat dengan bantuan Geogebra paling disukai dan paling mudah dimengerti oleh siswa.

Kata kunci: geometri keruangan, kemampuan spasial, media pembelajaran, TIK.

1. Pendahuluan

Keterpurukan pembelajaran matematika terutama dalam hal pembelajaran geometri yang terkait dengan kemampuan spasial (pandang ruang) ternyata tidak hanya dialami di Indonesia. Situasi seperti ini juga terjadi di banyak negara lain. Menurut Perry (1992) dalam [7] banyak universitas di Amerika Serikat yang juga memiliki masalah yang sama dan kecenderungan penurunan minat terhadap geometri. Pada dasarnya jauh sebelum anak memasuki sekolah, kemampuan spasial sudah terbentuk dalam dirinya [4]. Akan tetapi berdasarkan hasil evaluasi terhadap terhadap siswa-siswa sekolah menengah seringkali terjadi kegagalan dalam mempelajari konsep dasar geometri dan ini berdampak pada kegagalan mengembangkan kemampuan spasial pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi [3]. Selain itu fakta dilapangan menyatakan bahwa banyak guru matematika yang merasa kurang “aman” dan kurang “siap” jika mengajarkan geometri, karena merasa bahwa penguasaannya atas materi-materi geometri kurang memadai khususnya ketika mengajar tentang bangun datar dan bangun ruang [7].

Perkembangan di bidang Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) yang mampu mengolah, menampilkan, mengemas, dan memperluas informasi secara cepat dan menarik dapat dijadikan suatu alternatif yang dipilih untuk membantu proses pembelajaran geometri. Model pembelajaran virtual dapat mengemas produk pembelajaran yang lebih menarik dan memberikan pengkondisian secara psikologis adaptif kepada si pembelajar dimanapun mereka berada. Pembelajaran geometri melalui komputer dapat memotivasi siswa untuk mempelajari konsep dan menyelesaikan masalah geometri yang abstrak dan sulit, bukan saja hanya melalui sajian analitik tetapi juga dapat melalui sajian visual [3]. Dengan demikian diharapkan dengan bahan pembelajaran yang berbasis TIK akan meningkatkan kemampuan visualisasi ruang yang dapat diartikan sebagai kemampuan memahami sifat-sifat keruangan, dan menafsirkan gambar-gambar dua dimensi yang mewakili benda tiga dimensi sehingga berdampak pada meningkatkan kemampuan spasial dari siswa.

2. Tinjauan Pustaka

Geometri adalah cabang ilmu dalam matematika yang merupakan penyajian abstraksi dari pengalaman visual dan spasial. Titik berat dalam pembelajaran geometri adalah mempelajari pola-pola visual serta menghubungkan matematika dengan dunia fisik atau dunia nyata. Tujuan pembelajaran geometri adalah untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, mengembangkan intuisi keruangan, menanamkan pengetahuan untuk menunjang materi yang lain, dan dapat membaca serta menginterpretasikan argumen-argumen matematik [2]. Salah satu alasan mengapa geometri sangat penting untuk dipelajari menurut [9] adalah geometri membantu manusia memiliki apresiasi yang utuh tentang dunianya, geometri dapat dijumpai dalam sistem tata surya, formasi geologi, kristal, tumbuhan dan tanaman, binatang sampai pada karya seni arsitektur dan hasil kerja mesin dan eksplorasi geometrik dapat membantu mengembangkan keterampilan pemecahan masalah. Walaupun ide-ide geometri sudah dikenal oleh siswa sejak sebelum mereka masuk sekolah, akan tetapi pada kenyataannya materi geometri kurang dikuasai dan sering dianggap sulit oleh sebagian besar siswa. Diantara berbagai cabang matematika, geometri menempati posisi yang paling memprihatinkan karena prestasi semua siswa dalam masalah yang berkaitan dengan geometri dan pengukuran masih rendah [1]. Hal ini dipertajam lagi oleh [6] yang menyatakan bahwa kesulitan siswa dalam memahami konsep-konsep geometri terutama pada konsep bangun ruang. Selain itu diperoleh fakta bahwa dari tujuh siswa berbakat matematika yang ditelitinya, lima diantaranya mengalami kesulitan membayangkan obyek tiga dimensi dalam ruang yang digambarkan pada bidang datar. Hal ini menandakan bahwa kemampuan geometri khususnya kemampuan spasial siswa masih sangat rendah.

Berdasarkan [5] salah satu standar diberikannya materi geometri di sekolah dari tingkat dasar sampai perguruan tinggi adalah agar anak dapat menggunakan visualisasi, mempunyai kemampuan penalaran spasial dan pemodelan geometri untuk menyelesaikan masalah. Adapun definisi dari kemampuan spasial (pandang ruang) yaitu

1. kemampuan untuk mempersepsi yakni menangkap dan memahami sesuatu melalui panca indra,
2. kemampuan mata khususnya warna dan ruang,
3. kemampuan untuk mentransformasikan yakni mengalihbentukkan hal yang ditangkap mata kedalam bentuk wujud lain, misalnya mencermati, merekam, menginterpretasikan dalam pikiran lalu menuangkan rekaman dan interpretasi tersebut kedalam bentuk lukisan, sketsa dan kolase.

Salah satu alternatif yang ditempuh untuk menumbuhkan kemampuan spasial adalah dengan menggunakan media pembelajaran matematika yang lebih interaktif. Banyak media yang dapat dimanfaatkan untuk mendemonstrasikan atau memvisualisasikan serta

sebagai alat bantu mengkonstruksi konsep-konsep dasar yang merangsang perkembangan kemampuan spasial.

Bahan ajar, menurut Pannen dan Purwanto dalam [8] adalah bahan-bahan atau materi pelajaran yang disusun secara sistematis yang digunakan oleh pendidik dan peserta didik dalam proses pembelajaran. Sedangkan Teknologi informasi dan Komunikasi (TIK) mencakup dua aspek, yaitu teknologi informasi dan teknologi komunikasi. Berdasarkan definisi teknologi informasi dan teknologi komunikasi adalah suatu kesatuan yang tidak terpisahkan yang mengandung pengertian luas tentang segala kegiatan yang terkait dengan pemrosesan, manipulasi, pengelolaan dan transfer/pemindahan informasi antar media. Sedangkan, arti TIK bagi dunia pendidikan adalah tersedianya saluran atau sarana yang dapat dipakai untuk menyiarkan program pendidikan yang nantinya dapat menunjang proses pembelajaran. Salah satu pemanfaatan TIK dalam pembelajaran diantaranya adalah memanfaatkan fasilitas multimedia yang sudah tersedia untuk mempermudah kegiatan yang dilakukan selama proses pembelajaran. misalnya dengan menampilkan berbagai konten multimedia, seperti gambar, video, suara, dan sebagainya. Aplikasi TIK dalam bahan ajar dapat memberikan beberapa manfaat diantaranya pembelajaran menjadi lebih interaktif, simulatif, dan menarik, dapat menjelaskan sesuatu yang sulit / kompleks, mempercepat proses yang lama, menghadirkan peristiwa yang jarang terjadi serta dapat menunjukkan peristiwa yang berbahaya atau di luar jangkauan. Dengan demikian diharapkan bahwa dengan penerapan TIK dalam proses pembelajaran terutama dalam penyajian bahan ajar akan mempunyai pengaruh yang signifikan dengan peningkatan mutu pendidikan di Indonesia.

3. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan di SMP Negeri 1 Semarapura, Kelungkung. Pada penelitian ini juga dikembangkan bahan ajar berbasis TIK terkait dengan materi yang menyangkut konsep kemampuan spasial. Bahan ajar ini disusun agar lebih menarik dengan media pembelajaran berbasis TIK dengan bantuan program Geogebra, Power Point, dan Makromedia Flash. Adapun langkah dalam penelitian ini meliputi (1) perencanaan tindakan, (2) pelaksanaan tindakan, (3) observasi dan evaluasi. Penelitian ini menggunakan model rancangan penelitian eksperimental faktorial (2×2) dengan hipotesis yang diajukan dapat diuji sekaligus, yaitu pengujian pengaruh pemberian metode pembelajaran menggunakan bahan ajar berbasis TIK dan interaksi antara kedua variable tersebut. Analisis data yang digunakan adalah Analisis Varians (ANOVA) dua jalur, Uji " t " dan Uji NPar Tests (Non Parametrik Tes).

4. Hasil dan Pembahasan

Langkah pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah menyusun instrument penelitian diantaranya berupa pedoman observasi dan pedoman wawancara, cek list, angket, tes, bahan ajar berbasis TIK yang akan dipergunakan pada tindakan kelas. Kegiatan observasi dan wawancara awal dilakukan terhadap guru dan beberapa siswa untuk mendapatkan gambaran awal mengenai kondisi dan situasi secara keseluruhan di sekolah tersebut. Dari hasil olah data isian lembar observasi peringkat kesulitan guru dalam menyampaikan materi diperoleh bahwa materi bangun ruang sisi lengkung (Tabung, Kerucut, Bola) dan Bangun Ruang Sisi Datar (kubus, balok, prisma, dan limas) merupakan pokok bahasan yang paling sulit disampaikan oleh guru di kelas. Sedangkan dari isian lembar observasi peringkat keberhasilan guru dalam menyampaikan materi berdasarkan prestasi belajar siswa diperoleh bahwa peringkat terburuk dari kesuksesan dalam mengajar sub bahasan yang terkait geometri berdasarkan prestasi belajar siswa juga terletak pada bangun ruang sisi lengkung (Tabung, Kerucut, Bola) dan bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas) karena memperoleh score peringkat terbesar

dalam data observasi. Lebih lanjut dari hasil isian alasan kenapa hal itu terjadi diantaranya disebabkan oleh:

1. sulitnya menjelaskan bangun ruang ke siswa dikelas mengingat materi hanya tersaji dalam gambar dua dimensi.
2. Sulitnya menyajikan gambar bangun ruang pejal ataupun berongga dalam gambar dua dimensi apalagi kalau terkait dengan bangun ruang yang terpancung.
3. Kesulitan menggambarkan di kelas secara konkret terkait selimut suatu bangun ruang sisi lengkung.
4. Siswa tidak antusias dalam menerima materi yang diberikan.

Dari isian lembar observasi/wawancara siswa juga diperoleh data bahwa pokok bahasan ruang sisi lengkung (Tabung, Kerucut, Bola) dan bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas) juga menjadi momok dalam pembelajaran Geometri. Sedangkan dari data wawancara diperoleh bahwa alasan para siswa tidak memiliki prestasi yang baik dalam pokok bahasan ruang (dimensi tiga) adalah:

1. Materi tidak menarik
2. Penjelasan membingungkan karena sulit dibayangkan
3. Soal latihannya sulit dimengerti
4. Hafal rumus tapi kurang bias memakai/menggunakan
5. Mengantuk setiap ada pelajaran matematika apalagi kalau materinya geometri
6. Pelajaran disominasi guru dan kurang komunikatif
7. Pembelajaran tidak berorientasi kepada kehidupan nyata sehingga sulit dibayangkan

Dari beberapa analisa data tersebut dapat disimpulkan bahwa bahwa diantara pokok bahasan yang terkait dengan kemampuan spatial ternyata kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal bangun ruang (dimensi tiga) masih rendah walaupun materi ini telah diajarkan sejak di SD. Hal ini ternyata senada dengan hasil survey Programme for International Student Assessment (PISA) 2000/2001 yang menunjukkan bahwa siswa lemah dalam geometri, khususnya dalam pemahaman ruang dan bentuk. Sebagai ilustrasi, siswa menghadapi kesukaran dalam membayangkan suatu balok yang berongga di dalamnya.

Sehubungan dengan hasil yang diperoleh dari observasi awal tersebut maka dipilih materi bangun ruang sebagai materi pokok dalam penelitian ini. Materi pengayaan bangun ruang yang tingkat kesulitannya lebih tinggi juga akan disajikan dalam materi/bahan ajar. Bahan ajar yang akan disiapkan dua tipe yaitu bahan ajar bangun ruang yang bersifat konvensional dan bahan ajar yang berbasis TIK. Pada saat proses pembelajaran akan diberikan dua perlakuan pemberian pembelajaran secara konvensional (metode klasik yang selama ini sudah berjalan) dan pemberian pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar berbasis TIK. Hal ini dilakukan agar dapat dilihat hasil belajar siswa, baik dengan metode konvensional dan dengan bahan ajar berbasis TIK tersebut. Setelah itu akan dianalisa pengaruh kedua metode pembelajaran tersebut terhadap peningkatan perolehan hasil belajar siswa, berdasarkan hipotesis yang akan diuji kebenarannya. Prosedur pelaksanaan eksperimen penelitian ini terdiri dari rangkaian kegiatan berupa pelaksanaan *pre tes*, pemberian perlakuan, dan pelaksanaan *post tes* perolehan belajar, sesuai dengan prosedur pelaksanaan rancangan faktorial, sebagaimana telah dijelaskan pada metodologi penelitian.

Deskripsi dan Analisis Data

Data untuk mengetahui pengaruh penggunaan bahan ajar berbasis TIK dalam pemanfaatan kemampuan spasial siswa SMP, dikumpulkan dengan instrumen tes. Data terdiri dari data *pre tes* dan *post tes*, tes sikap siswa, dan tes motivasi belajar siswa. Penelitian merupakan penelitian *quasi eksperiment* dengan satu kelompok sebagai kelas eksperimen (20 orang) yang akan diberikan materi dengan bahan ajar berbasis TIK dan satu kelompok sebagai kelas kontrol (20 orang) yang akan diberikan bahan ajar

konvensional. Berdasarkan data yang diperoleh dari hasil *Pre Test-Post Test* diperoleh hasil berikut:

Tabel 1. Distribusi Frekuensi dan Tabulasi Silang Hasil Belajar Siswa untuk Kelas Kontrol dan Kelas Eksperimen.

Hasi Evaluasi		Kelas				Total	
		Kontrol		Eksperimen			
		<i>f</i>	%	<i>F</i>	%	<i>f</i>	%
Pre Test	Tinggi (71-100)	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Sedang (40-70)	7	35	7	35	14	35
	Rendah (0-39)	13	65	13	65	26	65
Total		20	100	20	100	40	100
Post Test	Tinggi (71-100)	9	45	15	75	24	60
	Sedang (40-70)	11	55	5	25	16	40
	Rendah (0-39)	0	0	0	0	0	0
Total		20	100	20	100	40	100

Dari Tabel 1. terlihat bahwa kemampuan siswa sebelum perlakuan pada kelas kontrol maupun kelas eksperimen mayoritas berada pada kategori rendah dengan prosentase 65%. Kondisi awal siswa sebelum dikenai perlakuan, seperti disajikan pada Tabel 1 menunjukkan bahwa pada kelompok yang akan dikenai perlakuan pembelajaran konvensional, dari 20 orang siswa terdapat 65% berprestasi rendah, 35% siswa dengan kategori sedang dan tidak ada siswa dengan kategori prestasi tinggi. Pada kelompok perlakuan pembelajaran dengan bahan ajar TIK, ternyata juga didapat hal yang sama. Persentase siswa dalam kedua kategori prestasi untuk kedua kelompok perlakuan memiliki persentasi yang sama. Selanjutnya hasil analisis statistik deskriptif untuk kedua kelas tersebut disajikan pada Tabel 2 dan Tabel 3.

Tabel 2. Hasil Analisis Statistik Deskriptif untuk Kelas Kontrol.

Descriptive Statistics					
	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
PreTest	20	40,50	12,344	20	60
PostTest	20	73,25	11,035	50	90

Tabel 3. Hasil Analisis Statistik Deskriptif untuk Kelas Eksperimen.

Descriptive Statistics					
	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
PreTest	20	44,50	17,911	20	70
PostTest	20	80,50	7,592	70	90

Dilihat dari rerata pre test dan standar deviasi pada Tabel 2. dan Tabel 3. diperoleh bahwa kemampuan siswa pada kelas eksperimen lebih beragam daripada kemampuan siswa pada kelas kontrol, dengan kemampuan rata-rata tergolong pada kategori sedang dengan nilai rata-rata 40,50 pada kelas kontrol dan rata-rata 44,50 untuk kelas eksperimen.

Analisis Data Kuantitatif juga dilakukan terhadap data yang diperoleh dari hasil *pre test* dan *post test*. Hal ini dilakukan untuk mengetahui peningkatan dan prestasi belajar siswa baik terhadap kelompok siswa dengan perlakuan konvensional maupun kelompok siswa dengan perlakuan menggunakan bahan ajar berbasis TIK. Persentase peningkatan dihitung menggunakan rumus berikut

$$PA = \frac{Post\ Rate - Base\ Rate}{Base\ Rate} \times 100\%$$

dengan:

PA = Persentase Peningkatan

$$\text{Post Rate} = \frac{\text{Skor Setelah Tindakan (Skor Post Test)}}{\text{Skor Sebelum Tindakan (Skor Pre Test)}}$$

Dari hasil perhitungan diperoleh deskripsi bahwa setelah diberikan perlakuan terhadap kedua kelas, rata-rata hasil *post test* untuk kelas kontrol menjadi 73,25 sedangkan rata-rata hasil *post tes* untuk kelas eksperimen sebesar 80,5. Persentase peningkatan hasil belajar setelah diberikan pelatihan, menunjukkan peningkatan rata-rata sebesar 93,5% untuk kelas kontrol dan sebesar 111% untuk kelas eksperimen. Hal tersebut menunjukkan bahwa terjadi peningkatan persentase penguasaan peserta pelatihan terhadap penguasaan konsep yang diberikan. Akan tetapi sampai analisis ini dilakukan belum dapat dipastikan apakah ada perbedaan yang signifikan antara hasil perlakuan pada kelas kontrol dibandingkan dengan hasil perlakuan pada kelas eksperimen. Pengujian hipotesis tindakan kelas untuk melihat bahwa penggunaan bahan ajar berbasis TIK mampu meningkatkan penguasaan siswa terhadap kemampuan spatial diawali dengan melakukan uji hipotesis beda dua mean untuk observasi berpasangan, yaitu uji *t* (*t test*), mengingat banyaknya sampel pada masing-masing perlakuan <30 orang. Tujuan pengujian adalah untuk menyimpulkan apakah ada pengaruh yang signifikan dari pemberian perlakuan pada setiap kelas, ataukah tidak. Hipotesis uji hipotesis beda dua mean untuk observasi berpasangan dalam kasus ini dapat diuraikan dalam hipotesis berikut:

H_0 : Tidak terdapat perbedaan rerata (mean) hasil Pre Tes dan hasil Post Test

H_1 : Terdapat perbedaan rerata (mean) hasil Pre Tes dan hasil Post Test

Dalam pengujian hipotesis dengan menggunakan uji hipotesis beda dua mean untuk observasi berpasangan (*Paired – Sample t test*) berlaku ketentuan bahwa apabila harga *t* – hitung lebih kecil atau sama dengan harga *t* – tabel maka H_0 diterima. Dalam hal ini harga *t* – hitung adalah harga mutlak, jadi tidak dilihat dari nilai (-) atau (+) dari *t* hasil penghitungan. Hasil analisis data yang diolah dengan bantuan *SPSS 20.0 for windows* diberikan pada Tabel 4. berikut.

Tabel 4. Hasil Analisis Uji Hipotesis Beda Dua Mean untuk Observasi Berpasangan

Paired Samples Test Kelas Kontrol									
		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	PreTest - PostTest	-32,750	9,386	2,099	-37,143	-28,357	-15,605	19	,000

Paired Samples Test Kelas Eksperimen

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	PreTest - PostTest	-36,000	13,534	3,026	-42,334	-29,666	-11,896	19	,000

Dari Tabel 4. diperoleh bahwa derajat bebas dari data bernilai 19 dengan menggunakan taraf kesalahan 0,05, sehingga dapat diperoleh nilai *t* – tabel = 2,093. Dari hasil pengujian juga menunjukkan bahwa koefisien *t* hitung baik pada kelas kontrol maupun kelas eksperimen selalu lebih besar dari koefisien *t* tabel. Dengan demikian dapat disimpulkan untuk hipotesis tersebut, H_0 ditolak sehingga H_1 diterima yang berarti terdapat perbedaan rerata (mean) hasil pre test dan post test untuk setiap kelas perlakuan.

Walaupun sudah diketahui bahwa hasil evaluasi setiap pasangan yang dianalisa menunjukkan bahwa terdapat perbedaan rerata (mean), akan tetapi belum dapat disimpulkan apakah pengetahuan dari peserta pelatihan secara umum meningkat ataukah tidak. Untuk mengetahui hal tersebut digunakan Uji NPar Tests (Non Parametrik Tes) digunakan untuk melihat kondisi perubahan antara dua sampel yang berhubungan saat sebelum dan sesudah diberi perlakuan. Hipotesis uji Non Parametrik Tes untuk observasi berpasangan dalam kasus ini dapat diuraikan dalam hipotesis berikut:

Hipotesis untuk Kelas Kontrol

H_0 : Tidak terdapat perbedaan tingkat kemampuan spatial siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran konvensional

H_1 : Terdapat perbedaan tingkat kemampuan spatial siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran konvensional

Hipotesis untuk Kelas Eksperimen

H_0 : Tidak terdapat perbedaan tingkat kemampuan spatial siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran dengan bahan ajar berbasis TIK

H_1 : Terdapat perbedaan tingkat kemampuan spatial siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran dengan bahan ajar berbasis TIK

Kriteria pengambilan kesimpulan untuk uji Non Parametrik Tes untuk observasi berpasangan untuk taraf kesalahan 0,05 adalah apabila sig hitung $< 0,05$ maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Sedangkan apabila sig hitung $> 0,05$ maka H_0 diterima dan H_1 ditolak. Dari analisis data uji non parametrik tes untuk kelas kontrol diperoleh hasil pada Tabel 5. berikut.

Tabel 5. Hasil Uji Non Parametrik Tes untuk Kelas Kontrol

Frequencies		N
PostTest - PreTest	Negative Differences ^a	0
	Positive Differences ^b	20
	Ties ^c	0
	Total	20

a. PostTest < PreTest

b. PostTest > PreTest

c. PostTest = PreTest

Test Statistics ^a	
	PostTest - PreTest
Exact Sig. (2-tailed)	,000 ^b

a. Sign Test

b. Binomial distribution used.

Berdasarkan Tabel 5. dapat diperoleh bahwa hasil sig hitung $< 0,05$ ($0,000 < 0,05$). Jadi H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan tingkat hasil belajar siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran dengan bahan ajar konvensional pada kelas kontrol. Karena nilai positive ranks (Posttest > Pretest) lebih banyak dari pada negative ranksnya maka dapat disimpulkan bahwa hasil belajar siswa meningkat setelah diberikan perlakuan. Sedangkan dari analisis data uji non parametrik tes untuk kelas eksperimen diperoleh hasil pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil uji Non Parametrik Tes Untuk Kelas Eksperimen

Frequencies		N
PostTest - PreTest	Negative Differences ^a	0
	Positive Differences ^b	20
	Ties ^c	0
	Total	20

a. PostTest < PreTest

b. PostTest > PreTest

c. PostTest = PreTest

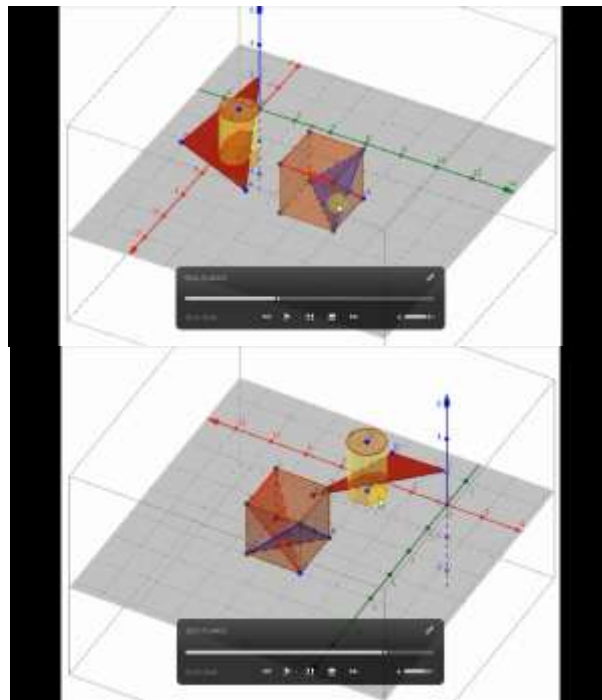
Test Statistics ^a	
	PostTest - PreTest
Exact Sig. (2-tailed)	,000 ^b

a. Sign Test

b. Binomial distribution used.

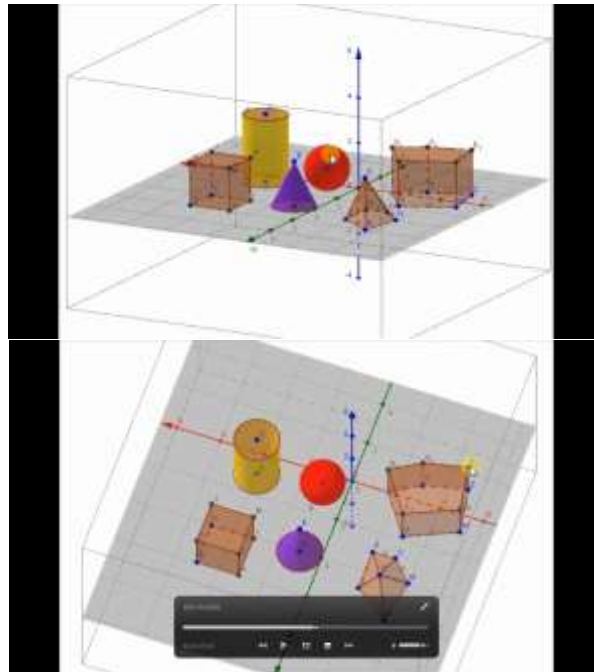
Berdasarkan Tabel 6. dapat diperoleh bahwa hasil sig hitung $< 0,05$ ($0,000 < 0,05$). Jadi H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa Terdapat perbedaan tingkat kemampuan spatial siswa dari sebelum dan sesudah mendapat pembelajaran dengan bahan ajar berbasis TIK pada kelas eksperimen. Karena nilai positive ranks (Posttest > Pretest) lebih banyak dari pada negative ranks nya maka dapat disimpulkan bahwa hasil belajar siswa pada kelas eksperimen meningkat setelah diberikan perlakuan.

Selain itu dari hasil evaluasi proses pembelajaran dapat diketahui bahwa dari 20 orang siswa pada kelas eksperimen, semuanya memilih bahan ajar yang dibuat dengan bantuan *GeoGebra* menjadi bahan ajar favorit. Alasan mereka beragam diantaranya karena lebih menarik dan mudah dimengerti. Keberadaan tampilan windows 3-D pada *GeoGebra* yang dapat dirotasikan dirasa sangat membantu dalam membayangkan materi yang diberikan sehingga memudahkan mereka dalam belajar geometri. Berikut adalah gambar potongan video bahan ajar yang dianggap menarik bagi siswa.



Gambar 1. Contoh Tampilan Bahan Ajar Materi Bangun Ruang Terpancung

dengan bantuan *GeoGebra* yang dapat ditampilkan dalam berbagai sudut pandang sehingga sangat membantu siswa dalam memahami materi.



Gambar 2. Contoh Tampilan Bahan Ajar Materi Bangun Ruang dengan Bantuan *GeoGebra* yang Dapat Dirotasikan

Dengan menggunakan bahan ajar yang dapat dirotasikan sangat membantu siswa terutama dalam hal membayangkan objek bangun ruang yang cukup rumit. Dengan bahan ajar ini, siswa dimungkinkan untuk melihat keberadaan langsung objek yang akan dipelajari dalam berbagai sudut pandang yang mereka inginkan. Siswa sangat antusias dan sangat tertarik dengan adanya bahan ajar berbasis TIK.

Berdasarkan hasil observasi terhadap proses pembelajaran dikelas diperoleh bahwa ada perbedaan kondisi kelas pada saat dilakukan eksperimen (disajikan pada Tabel 7).

Tabel 7. Tabel Perbandingan Pembelajaran dengan Metode Konvensional dan Pembelajaran Menggunakan Bahan Ajar Berbasis TIK

No.	Pembelajaran dengan Metode Konvensional	Pembelajaran Menggunakan Bahan Ajar Berbasis TIK
1.	Kelas terkesan pasif	Kelas lebih aktif
2.	Banyak siswa lain-lain/tidak fokus	Siswa Lebih fokus.
3.	Boros waktu (Alokasi waktu tidak dapat diprediksi dengan tepat)	Menghemat waktu di kelas.
4.	Kurangnya perhatian pengajar terhadap potensi dan gagasan mahasiswa sebagai sumber daya karena terlalu sibuk dalam mengejar penyampaian materi.	Memberi kesempatan yang lebih banyak bagi pengajar untuk melakukan bimbingan individu ataupun kelompok.
5.	Pembelajaran kurang terarah terutama dalam hal latihan soal.	Pembelajaran lebih terarah mengingat materi sudah terancang dengan baik
6.	Pembelajaran terkesan kaku dan kurang mengasyikkan	Pembelajaran lebih menyenangkan
7.	Siswa kurang memiliki motivasi belajar sendiri.	Dapat menumbuhkan kemandirian siswa
8.	Kurang dapat menumbuhkan aktivitas, kreativitas, serta motivasi belajar siswa	Dapat menumbuhkan aktivitas, kreativitas, serta motivasi belajar siswa

Kondisi ini juga diperkuat oleh hasil angket sikap yang diisi oleh siswa pada saat akhir pembelajaran yang datanya disajikan dalam Table 8. dan Tabel 9.

Tabel 8. Hasil Olah Data Anket Sikap Siswa untuk Kelas Eksperimen

RESP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	Total
1	5	3	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4	5	4	4	5	4	4	4	77
2	4	5	3	4	4	5	4	3	4	4	5	5	4	4	4	5	4	5	4	5	85
3	4	3	3	4	3	3	4	4	3	3	5	4	5	5	4	5	3	4	5	4	78
4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	5	4	4	5	4	3	4	4	4	5	4	79
5	5	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	3	3	4	78
6	5	4	4	5	4	4	1	2	4	5	3	4	5	5	4	4	4	5	4	3	79
7	5	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	5	4	5	4	4	4	4	5	4	91
8	5	5	2	1	5	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	87
9	4	5	3	5	4	5	4	4	4	5	4	5	4	4	4	3	4	5	4	4	84
10	4	5	5	3	5	4	5	4	4	5	4	4	5	5	5	4	5	4	4	5	89
11	4	3	4	4	4	4	4	3	4	5	3	2	5	4	4	5	4	4	3	5	78
12	4	3	4	4	3	4	4	4	4	5	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	71
13	4	4	3	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	5	4	5	76
14	4	3	2	4	4	4	4	3	3	4	3	4	4	4	4	3	3	3	4	3	70
15	5	3	4	4	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	76
16	5	4	4	3	5	5	5	4	5	4	4	5	5	4	5	5	4	3	4	4	87
17	4	3	4	3	3	3	4	4	3	4	4	3	4	5	3	4	4	4	3	4	73
18	4	3	3	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	3	3	3	3	4	4	72
19	4	3	3	4	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	69
20	4	3	5	4	3	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	75
Total	87	74	70	71	76	80	78	76	79	83	81	82	83	86	78	78	77	77	79	79	1574
%	87	74	70	71	76	80	78	76	79	83	81	82	83	86	78	78	77	77	79	79	78,7

Tabel 9. Hasil Olah Data Anket Sikap Siswa untuk Kelas Kontrol

RESP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	Total
1	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	4	5	5	4	5	4	3	3	4	3	88
2	4	3	3	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	3	3	4	72
3	4	4	3	3	4	5	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	78
4	4	3	4	4	3	4	4	5	4	5	4	3	4	5	5	4	4	4	4	4	81
5	3	4	3	2	4	3	4	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	4	3	3	68
6	3	3	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	3	73
7	4	5	2	5	4	3	3	3	4	4	3	4	3	4	4	4	4	3	4	4	74
8	4	4	3	4	4	4	4	4	2	3	3	4	5	4	4	3	3	3	3	3	71
9	5	4	3	4	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	5	4	4	3	4	5	83
10	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	80
11	5	5	4	3	4	4	2	4	2	4	4	4	5	4	4	4	4	4	3	4	77
12	5	4	5	1	5	4	5	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	91
13	4	5	5	5	4	5	4	4	5	4	4	3	2	3	4	4	5	4	4	3	81
14	4	3	3	4	3	4	5	4	3	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	74
15	4	5	4	1	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	70
16	3	5	5	5	5	5	5	3	1	3	1	1	1	3	1	4	5	3	1	4	64
17	4	4	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3	5	5	5	92
18	4	4	4	3	4	4	5	3	4	4	5	4	3	4	4	4	4	4	4	4	79
19	3	2	4	5	4	4	2	5	5	3	4	2	2	3	2	3	3	2	3	4	65
20	4	4	3	3	3	4	4	3	3	4	2	4	2	4	3	4	5	3	2	4	68
Total	80	80	72	73	79	82	82	79	73	79	73	74	72	78	76	78	77	72	72	78	1529
%	80	80	72	73	79	82	82	79	73	79	73	74	72	78	76	78	77	72	72	78	76,45

Dari Tabel 8. dan Tabel 9. diperoleh bahwa respon terkait sikap siswa dalam pembelajaran geometri pada kelas eksperimen lebih bagus dari pada respon siswa pada kelas kontrol. Hal ini ditunjukkan dengan hasil prosentase kelas eksperimen yang lebih besar dibandingkan hasil analisa angket pada kelas kontrol, yaitu 78,70 % berbanding 76,45.% Namun berdasarkan kriteria interpretasi skor pada skala Likert (dalam hal ini angka 0%-20% terkategori sangat lemah; 20%-40% terkategori Lemah; 40%-60% terkategori Cukup; 60%-80% terkategori Kuat; 80%-100% terkategori sangat kuat) dapat diperoleh bahwa keduanya masih dalam kategori yang sama yaitu sama-sama kuat.

Sedangkan hasil angket motivasi yang diisi oleh siswa pada saat akhir pembelajaran disajikan pada Tabel 10. dan Tabel 11.

Tabel 10. Hasil Olah Data Anket Motivasi Siswa untuk Kelas Kontrol

RESP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	Total
1	4	4	3	4	2	2	2	2	4	5	2	2	4	5	3	4	5	4	4	4	69
2	4	5	4	4	3	4	2	3	5	5	2	2	5	3	4	5	3	3	2	4	72
3	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	3	4	4	4	3	4	74
4	4	4	3	4	3	5	3	4	4	4	3	3	4	4	3	4	4	4	3	4	74
5	2	3	2	5	4	4	4	4	5	5	5	3	5	4	5	4	3	5	5	4	81
6	3	4	4	4	4	2	3	3	4	5	3	4	5	5	3	4	4	3	5	4	76
7	4	3	4	5	5	2	4	4	5	4	4	3	5	5	2	4	5	4	5	4	81
8	3	5	3	2	4	3	3	3	4	4	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	61
9	5	5	5	5	4	1	3	3	4	5	2	2	5	5	2	2	3	4	1	1	67
10	5	4	3	5	5	2	2	4	5	4	3	4	5	5	2	2	5	4	1	1	71
11	4	3	4	4	3	4	3	5	5	4	5	4	3	4	1	2	4	3	3	4	72
12	3	3	3	3	4	2	3	3	4	4	2	3	4	4	4	5	5	5	5	4	73
13	3	3	3	5	4	4	4	4	5	3	3	4	5	4	2	4	3	4	4	4	75
14	5	5	5	1	3	5	5	4	3	2	3	3	5	3	3	1	4	1	4	1	66
15	5	5	5	1	1	5	3	3	3	2	5	5	3	1	5	5	2	4	1	1	65
16	2	5	5	5	4	5	2	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	92
17	3	4	3	4	4	2	4	5	4	5	3	3	5	5	4	4	4	3	4	3	76
18	3	4	3	5	4	2	4	4	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	82
19	3	2	3	4	4	1	4	3	3	4	3	2	5	4	4	5	3	3	4	4	68
20	4	5	4	5	4	5	3	3	5	5	4	3	5	5	5	5	4	5	5	5	89
Total	73	80	72	79	73	64	65	72	85	84	66	64	87	83	68	77	77	75	72	68	1484
%	73	80	72	79	73	64	65	72	85	84	66	64	87	83	68	77	77	75	72	68	74,2

Tabel 11. Hasil Olah Data Anket Motivasi Siswa untuk Kelas Eksperimen

RESP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	Total
1	5	3	5	4	4	4	3	5	5	5	5	3	4	4	3	3	4	5	5	5	84
2	4	4	5	5	4	5	4	4	5	5	5	4	5	5	5	4	4	4	4	4	89
3	4	5	5	5	4	5	3	4	5	5	5	4	4	5	5	4	4	4	5	5	90
4	3	4	4	5	4	5	4	3	5	5	4	3	4	4	4	4	5	5	5	4	84
5	2	4	3	5	3	3	3	4	4	5	3	4	2	3	5	5	3	2	3	4	70
6	3	4	4	5	4	4	4	3	5	3	4	3	5	4	3	5	4	5	4	2	78
7	3	3	3	4	5	4	4	3	4	5	3	4	4	4	5	5	4	5	4	3	79
8	2	5	2	5	3	5	4	4	3	1	5	3	5	5	5	5	5	4	5	1	77
9	5	2	4	3	4	3	1	5	5	5	3	5	3	3	4	4	4	4	5	1	73
10	4	2	5	5	4	5	5	4	5	5	5	5	5	4	2	5	4	5	5	5	89
11	3	4	4	4	3	4	3	3	4	4	4	4	3	3	3	3	5	4	3	3	71
12	3	4	4	4	3	3	3	5	4	4	4	3	5	4	3	5	4	3	4	3	75
13	3	4	4	4	5	4	4	3	4	4	4	2	5	4	5	5	5	5	5	5	84
14	5	4	4	5	5	5	3	4	5	4	3	3	5	4	4	5	5	3	3	4	83
15	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	3	4	4	4	3	5	4	4	5	5	82
16	3	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	3	4	4	4	5	4	4	3	3	78
17	3	4	4	4	3	2	3	3	3	4	3	3	3	4	3	5	4	4	4	5	69
18	2	4	4	4	4	4	4	4	3	5	2	3	5	4	3	5	4	4	5	4	80
19	4	4	4	5	5	4	3	4	4	4	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	88
20	4	3	1	5	5	3	3	3	3	3	5	4	5	5	4	3	5	5	5	4	78
Total	69	75	77	89	80	80	69	76	88	84	79	71	85	82	78	88	85	84	87	75	1601
%	69	75	77	89	80	80	69	76	88	84	79	71	85	82	78	88	85	84	87	75	80,05

Sedangkan dari hasil olah data pada Tabel 10. dan Tabel 11. diperoleh bahwa respon terkait motivasi siswa dalam pembelajaran geometri pada kelas eksperimen lebih bagus dari pada respon siswa pada kelas kontrol. Hal ini ditunjukkan dengan hasil prosentase kelas eksperimen yang lebih besar dibandingkan hasil analisa angket pada kelas kontrol, yaitu 74,20% berbanding 80,05%. Dengan demikian diperoleh bahwa respon motivasi pada kelas eksperimen terkategori sangat kuat, yang artinya siswa lebih termotivasi dalam belajar geometri apabila menggunakan bahan ajar berbasis TIK.

5. Kesimpulan

Hasil analisis tabulasi silang antara nilai *pre test* dan *post test* menunjukkan bahwa pemberian pembelajaran dengan kedua metode mempunyai perbedaan peningkatan kemampuan spasial siswa pada bidang pelajaran geometri. Hasil pengujian hipotesis menunjukkan bahwa pemberian pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar berbasis TIK berpengaruh secara signifikan terhadap peningkatan kemampuan spasial siswa SMP. Selain itu, berdasarkan hasil analisa angket evaluasi pembelajaran diketahui bahwa penggunaan bahan ajar berbasis TIK membawa siswa bersikap lebih positif dan lebih termotivasi dalam belajar dibandingkan dengan penggunaan bahan ajar konvensional. Dengan demikian secara umum dapat disimpulkan bahwa penggunaan bahan ajar berbasis TIK berpengaruh dalam meningkatkan kemampuan spasial siswa. Selain itu dari hasil evaluasi proses pembelajaran dapat diketahui pula bahwa media pembelajaran yang dibuat dengan bantuan *GeoGebra* paling disukai dan paling mudah dimengerti oleh siswa.

6. Ucapan Terima Kasih

Atas dipublikasikannya hasil penelitian ini, maka pada kesempatan ini kami mengucapkan terima kasih kepada Universitas Udayana atas bantuan dana yang diberikan melalui hibah penelitian skim Dosen Muda tahun 2014, dibiayai dari Dana PNBP Universitas Udayana dengan Surat Penugasan Penelitian Nomor: 237-47/UN14.2/PNL.01.03.00/2014, tanggal 14 Mei 2014

Daftar Pustaka

- [1] Bobango, J.C.. 1993. *Geometry for All Student: Phase-Based Instruction*. Dalam Cuevas (Eds). *Reaching All Students With Mathematics*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- [2] Budiarto, Mega T., 2000. Pembelajaran Geometri dan Berpikir Geometri. Makalah disajikan dalam *Seminar Nasional Matematika*, Jurusan Matematika. FMIPA ITS, Surabaya, 2 Nopember.
- [3] Clements, Douglas H. & Battista, Michael T. 1990. *Geometry and Spatial Reasoning. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York : MacMillan Publisher Company.
- [4] D'Augustine, C. & Smith, C.W. 1992. *Teaching Elementary School Mathematics*. Boston : Harpe Collins Publisher Inc.
- [5] NCTM (2000). *Defining Problem Solving*. [Online]. Tersedia: http://www.learner.org/channel/courses/teachingmath/gradesk_2/session_03/sectio_03_a.html
- [6] Purnomo, A.. 1999. Penguasaan Konsep Geometri dalam Hubungannya dengan Teori Perkembangan Berpikir van Hiele pada Siswa Kelas II SLTP Negeri 6 Kodya Malang. *Tesis* tidak diterbitkan. Malang: PPS IKIP Malang.
- [7] Suwarsono, St. 2005. Pembelajaran Geometri di Sekolah Dewasa ini : Permasalahan-permasalahannya, dan Pemikiran tentang Upaya-upaya untuk Mengatasinya. Makalah disajikan dalam forum *Kuliah Program Pascasarjana Pendidikan Matematika UNNES*, Semarang, 8 Mei.
- [8] Tegeh, I Made dan Kirna, I Made. 2010. *Pengembangan Bahan Ajar Metode Penelitian Pengembangan Pendidikan dengan ADDIE Model*. Singaraja: Undiksha.
- [9] Van de Walle, John A. 1994. *Elementary School Mathematics* . New York: Longman.

PEMETAAN DAN ANALISIS *SELF-DIRECTED LEARNING* SISWA SMP DI KOTA KUPANG

Maria Agustina Kleden

Jurusan Matematiks FST Undana Kupang, mariakleden@yahoo.com

Abstrak

Sistim pendidikan di Indonesia, belum memberi ruang pada siswa untuk memiliki disposisi *self-directed learning* yang tinggi. Siswa terbiasa belajar karena faktor eksternal. Siswa tidak mampu memahami sejauhmana kemampuan kognitifnya, menetapkan tujuan belajar, mengevaluasi, dan mereview apa yang telah mereka pelajari. Terdapat tujuh aspek dalam *self-directed learning* yaitu menciptakan lingkungan belajar yang produktif, membuat jadwal dan mengatur kegiatan belajar, menetapkan tujuan belajar, memiliki inisiatif untuk belajar, mencari sumber belajar, ulet, dan mengevaluasi kelebihan dan kekurangan belajar. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi *self-directed learning* siswa SMP di Kota Kupang, dan menentukan aspek-aspek mana dari *self-directed learning* siswa SMP yang paling rendah dan paling tinggi. Metode penelitian yang digunakan adalah metode *survey sampling*. Penelitian ini dilakukan di 3 SMPN di kota Kupang dengan sampel berjumlah 78 siswa. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa sebanyak 20.51% siswa yang memiliki *self-directed learning* rendah, sebanyak 30.77% siswa yang memiliki *self-directed learning* cukup, dan *self-directed learning* tinggi sebanyak 24,35%. Sedangkan siswa yang berada pada kategori *self-directed learning* sangat tinggi sebanyak 24.37% siswa. Dari tujuh aspek *self-directed learning*, aspek mencari sumber belajar merupakan aspek yang paling rendah dimiliki siswa SMP, diikuti aspek menetapkan tujuan dan memiliki inisiatif. Sedangkan aspek tertinggi adalah menciptakan lingkungan belajar.

Keywords: self-directed, learning, self-directed learning siswa SMP

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Keabstrakan dan kekompleksan mata pelajaran matematika menyebabkan ketidaksenangan sebagian besar siswa untuk mempelajarinya. Mereka menganggap bahwa matematika merupakan pelajaran yang rumit dan sulit dipahami. Bahkan ada yang berusaha menghindari dari pelajaran matematika. Hal ini pasti berakibat pada kemampuan pemahaman mereka terhadap matematika yang pada akhirnya memperburuk kualitas pembelajaran matematika.

Untuk itu mereka harus dimotivasi dan dilatih agar memiliki kemampuan-kemampuan dan sikap-sikap yang dibutuhkan dalam mempelajari matematika. Peserta didik membutuhkan kemampuan untuk menyadari dan mengolah pikirannya agar apa yang dipelajari dapat dipahami. Hal ini dipertegas dalam *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) bahwa dalam pembelajaran matematika terdapat lima kemampuan matematis yang harus dicapai oleh siswa yaitu pemahaman matematika, penalaran matematis, koneksi matematika, pemecahan masalah matematis, dan komunikasi matematis.

Selain kemampuan matematis di atas yang merupakan kemampuan kognitif, peserta didik juga harus memiliki kemampuan disposisi seperti *self-directed learning*. *Self-directed learning* merupakan disposisi yang meliputi: memiliki inisiatif untuk memulai belajar, mengatur jadwal belajar, mendiagnosis kebutuhan belajar, merumuskan tujuan pembelajaran, mengidentifikasi sumber daya dan material untuk belajar, memilih dan menerapkan strategi pembelajaran yang tepat, dan mengevaluasi hasil pembelajaran. Sikap ini merupakan aspek-aspek penting dalam belajar matematika.

Siswa akan berupaya keras dalam belajar karena mereka yang merencanakan sendiri apa yang akan mereka pelajari. Melalui kegiatan menentukan sendiri tujuan pembelajaran, siswa akan berupaya secara optimal untuk mencapainya. Mereka akan bertanggungjawab atas apa yang telah mereka tetapkan dan berusaha sekuat tenaga untuk mencapainya. Dalam proses pembelajaran, mereka secara bebas dan bertanggungjawab menemukan informasi-informasi yang diinginkan untuk mempermudah mereka mencapai tujuannya.

Melalui aktivitas merencanakan, memonitor dan mengevaluasi, mereka memanfaatkan pengetahuan baru dan menggali pengetahuan yang pernah dimiliki untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi. Proses pembelajaran yang dilakukan selalu dipantau dan dievaluasi. Apakah pembelajaran yang dilakukan telah mencapai tujuan yang ditentukan? Apakah proses penyelesaian suatu masalah telah dilakukan secara benar? Apabila proses penyelesaian suatu masalah tidak sesuai dengan tuntutan maka perlu dilakukan proses penyelesaian yang benar.

Aktivitas memonitor dan mengevaluasi proses berpikir dapat memunculkan kesadaran terhadap apa yang dipikirkan. Hal ini memungkinkan siswa untuk mengajukan pertanyaan sendiri tentang apa yang mereka lakukan dan menciptakan lingkungan belajar yang tepat, dan mengajukan pertanyaan yang efektif. Pertanyaan yang efektif berkontribusi terhadap pemecahan masalah, memicu proses berpikir dan merangsang imajinasi.

Rendahnya *self-directed learning* mahasiswa diungkapkan dalam hasil penelitian McCauley dan McClelland [1] bahwa mayoritas mahasiswa Fisika memiliki *self-directed learning* rata-rata atau rendah. Walaupun penelitian dilakukan pada mahasiswa Fisika, dapat dikatakan bahwa berlaku juga di mahasiswa matematika. Hal ini karena matematika dan fisika berada pada rumpun ilmu yang sama dan memiliki tingkat kesulitan yang hampir sama.

Selain itu, studi yang dilakukan Kleden [2] melaporkan bahwa *self-directed learning* mahasiswa matematika masih rendah. Hal ini ditunjukkan dengan terdapat 58,3% mahasiswa yang jarang menciptakan lingkungan belajar yang produktif. Sedangkan 25% mahasiswa menyatakan bahwa kadang-kadang menciptakan lingkungan belajar yang produktif. Berkaitan dengan mengatur kegiatan belajar, sebanyak 66,67% mahasiswa menyatakan jarang melakukan itu. Sedangkan sebanyak 25% mahasiswa mengatakan jarang sekali mengatur kegiatan belajar. Berkaitan dengan mencari sumber-sumber belajar, hanya 16,67% yang sering melakukannya. Sedangkan 58% mengatakan jarang mencari sumber-sumber lain selain yang diberikan oleh dosen.

Untuk membuat jadwal belajar, 50% mahasiswa mengatakan jarang membuat jadwal belajar dan sebanyak 66,67% mahasiswa yang tidak konsisten dengan jadwal belajar yang dibuat. Sebanyak 75% mahasiswa yang jarang mengevaluasi kelebihan dan kekurangannya dalam belajar, diikuti sebanyak 16,67% yang jarang sekali melakukan evaluasi terhadap hasil kerjanya. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pada umumnya jarang mempunyai inisiatif menentukan tujuan belajar, menciptakan lingkungan belajar yang baik, dan jarang mengevaluasi hasil pekerjaan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa *self-directed learning* mahasiswa masih rendah.

Mengingat pentingnya *self-directed learning* dalam belajar, maka penulis ingin mengkaji bagaimana *self-directed learning* pada siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) di Kota Kupang. Menurut teori kognitif Piaget Siswa SMP yang pada umumnya

berusia di atas 11 tahun berada pada tahap operasi formal. Pada tahap ini, anak mulai berpikir abstrak dan hipotesis. Untuk itu sebaiknya pada usia ini, siswa dilatih agar memiliki *self-directed learning*. Hal ini dilakukan agar sejak dini anak dilatih dan diajarkan untuk memiliki *self-directed learning*, sehingga semakin bagus mempersiapkan mereka untuk belajar ke tingkat yang lebih lanjut.

Dikaitkan dengan materi matematika yang sulit dipelajari dan diajarkan, maka seharusnya siswa dilatih untuk memiliki *self-directed learning*. Aspek-aspek dalam *self-directed learning* akan membantu peserta didik menyadari apa yang mereka pikirkan serta bagaimana mengkomunikasikan pemikiran mereka tersebut. Melalui kegiatan-kegiatan ini, siswa memiliki alur berpikir yang logis sehingga mendorong mereka mengkomunikasikan ide-ide matematisnya. Hal ini sekaligus mempersiapkan mereka untuk mempelajari konsep matematika yang lebih tinggi. Untuk itu, penulis merasa perlu mengkaji *self-directed learning* siswa SMP agar dalam pembelajaran matematika diterapkan strategi pembelajaran yang tepat dalam upaya menumbuhkembangkan *self-directed learning* dalam upaya meningkatkan mutu pembelajaran matematika.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

- Bagaimana *self-directed learning* siswa SMP dalam belajar matematika?
- Aspek *self-directed learning* mana saja yang paling tinggi dimiliki siswa SMP dalam belajar matematika?
- Aspek *self-directed learning* mana saja yang paling rendah dimiliki siswa SMP dalam belajar matematika?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui:

- Kategori *self-directed learning* siswa SMP dalam belajar matematika.
- Aspek *self-directed learning* yang paling tinggi pada siswa SMP dalam belajar matematika.
- aspek *self-directed learning* yang paling rendah pada siswa SMP dalam belajar matematika.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi pihak-pihak terkait seperti:

- Siswa.
Bagi siswa SMP, penelitian ini diharapkan memberi gambaran pada siswa tentang *self-directed learning* yang mereka miliki sehingga dapat mengetahui kelemahan mereka dalam belajar matematika dan berupaya untuk merubah diri.
- Guru.
Memberikan masukan bagi guru berkaitan dengan *self-directed learning* sehingga dapat menerapkan metode mengajar yang tepat dalam menumbuhkembangkan *self-directed learning* siswa.
- Peneliti.
Mengembangkan diri dan menjadikan sebagai acuan untuk penelitian lebih lanjut.
- Lembaga pendidikan.
Sesuai dengan penelitian ini, diharapkan lembaga terkait membuat kebijakan dalam upaya meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia secara umum dan secara khusus di daerah penelitian.

1.5 Definisi Operasional

Agar terhindar dari kesalahan penafsiran variabel dalam penelitian ini maka berikut ini diberikan definisi operasional *self-directed learning*. *Self-directed learning* adalah disposisi individu dalam mengambil inisiatif, dengan atau tanpa bantuan orang

lain, mendiagnosa kebutuhan belajar, merumuskan tujuan pembelajaran, membuat jadwal belajar dan konsisten melaksanakan, mengidentifikasi sumber daya dan materi untuk belajar, memilih dan menerapkan strategi pembelajaran yang tepat, dan mengevaluasi hasil pembelajaran. Semua sikap ini diukur melalui skala disposisi *self-directed learning*.

1.6 Kajian Teori

Van Briesen [3] mendefinisikan *self-directed learning* sebagai sikap individu memiliki inisiatif dan tanggung jawab untuk belajar, memilih, mengelola, dan menilai kegiatan belajar mereka sendiri, memiliki motivasi dan minat, memiliki kebebasan dalam menetapkan tujuan dan menentukan apa yang paling tepat untuk belajar. Menurut Grow (McCauley and McClelland, [1]) *self-directed learning* sulit didefinisikan sebagai suatu konsep tunggal karena mencakup berbagai elemen seperti perilaku, persepsi, pemikiran, pengalaman, dan komunikasi. Knowles (Hoban & Hoban, [4]), mendefinisikan *self-directed learning* sebagai proses dimana individu mengambil inisiatif untuk mengidentifikasi kebutuhan belajar mereka, merumuskan tujuan pembelajaran, mengidentifikasi sumber daya untuk belajar, memilih dan menerapkan strategi pembelajaran dan mengevaluasi hasil pembelajaran. Hoban & Hoban [4] mengatakan bahwa terdapat dimensi utama dan dimensi sekunder dalam mendefinisikan *self-directed learning*. Dimensi utama meliputi motivasi, metakognisi, dan *self-regulation*. Sementara dimensi sekunder adalah pilihan, kompetensi, kontrol, dan kepercayaan diri.

Semua pendapat di atas menekankan pada adanya inisiatif dari siswa untuk mengatur belajarnya. Dalam hal ini, keinginan belajar siswa tidak tergantung pada orang lain. Inisiatif siswa untuk menentukan tujuan belajar, memilih sumber belajar yang berkaitan, membuat jadwal belajar dan konsisten terhadap jadwal belajar yang dibuat, memilih strategi yang menurutnya lebih efektif, dan mengevaluasi hasil belajarnya. Apabila siswa memiliki sikap-sikap ini, maka dapat disimpulkan siswa tersebut memiliki *self-directed learning* yang tinggi. Dalam hal ini, guru berperan memberikan *scaffolding*, memonitor dan membimbing.

Miller [5] mengelompokkan *self-directed learning* dalam dua kategori besar yaitu: kognitif dan sikap. Aktivitas sikap disebut juga sebagai aktivitas pengelolaan diri (*self-management activities*). *Self-management activities* meliputi motivasi dan kemauan (niat), manajemen waktu dan mempertahankan usaha (ulet dan tekun). Sedangkan aktivitas kognitif meliputi proses mental dalam memilih, mengelaborasi, mengatur, memonitor informasi yang diterima.

Dalam pembelajaran, kegiatan pengelolaan diri menjadi perhatian guru dan siswa. Siswa yang mampu mengatur waktu, mengikuti jadwal, berupaya menemukan sumber belajar yang dibutuhkan, dan tekun menyelesaikan tugas hingga memperoleh hasil akan memperoleh keberhasilan dalam belajar mereka. Guru berupaya menciptakan lingkungan belajar yang mendorong bertumbuh dan berkembangnya keterampilan ini. Memiliki *self-directed learning* memudahkan siswa dan guru menciptakan lingkungan belajar yang lebih efektif. Salah satu manfaat dari peningkatan *self-directed learning* adalah peningkatan waktu belajar yang pasti berimplikasi pada peningkatan prestasi belajar.

Self-directed learning juga bermanfaat untuk mendorong siswa untuk memiliki kemampuan mengontrol yang lebih besar atas keefektifan pembelajaran mereka. Hal ini akan meningkatkan motivasi untuk belajar. Ini mendukung keberhasilan pendidikan tahap berikutnya karena dibutuhkan tanggung jawab pribadi dalam belajar.

Thomas *et al* (Miller, [5]) mengidentifikasi empat komponen umum kegiatan pembelajaran yang meningkatkan *self-directed learning*:

1. Tuntutan akademik yang sesuai

Tuntutan akademik harus terstruktur sehingga menantang tetapi tidak membuat frustrasi. Harapan harus eksplisit dan spesifik. Artinya, siswa/mahasiswa harus membangun keterampilan baru berdasarkan keterampilan yang sudah dikuasai, dan memaksa atau mendorong mereka untuk mencoba keterampilan yang baru yang lebih

maju. Sebuah tugas akademik yang memiliki tuntutan terbatas atau tidak ada tuntutan yang lebih, tidak akan memperkuat *self-directed learning*.

2. Daya dukung pembelajaran yang memadai
Daya dukung pembelajaran adalah kegiatan atau materi yang memberikan umpan balik dan evaluasi kemajuan atau membimbing siswa menuju suatu tujuan akademis. Dukungan ini tidak harus mengganti aktivitas *self-directed learning* siswa, melainkan harus menjadi kerangka kerja bagi siswa sendiri. Sebagai contoh, memberikan siswa daftar ide-ide utama dari suatu bab materi perkuliahan tidak mendukung terjadinya *self-directed learning* siswa, tetapi memberikan siswa karakteristik dari ide utama akan sangat membantu mereka meningkatkan *self-directed learning*. Mereka berupaya menemukan sendiri ide-ide utama bab tersebut dan ini akan memperkuat kemampuan kognitif mereka.
3. Kesempatan untuk belajar dan berlatih secara efektif aktivitas *self-directed learning*.
Semakin banyak kesempatan yang diberikan kepada siswa untuk berlatih *self-directed learning*, semakin besar kemungkinan mereka untuk memperoleh keterampilan *self-directed learning*. Suasana kelas yang menekankan *self-directed learning* sangat baik untuk mencapai tujuan pembelajaran. Artinya, siswa mengharapkan untuk memantau perkembangan mereka sendiri, menyadari tingkat keterampilan mereka sendiri, dan mampu mengidentifikasi dan mengumpulkan sumber daya yang dibutuhkan untuk menyelesaikan tugas-tugas akademik yang lebih menantang.
4. Struktur tujuan kelas yang sesuai
Dalam pembelajaran di kelas, guru harus menciptakan suasana yang koperatif bukan suasana kompetitif. *Self-directed learning* akan muncul dalam lingkungan dimana belajar dipandang sebagai suatu keharusan untuk semua bukan hadiah untuk yang berbakat.

Keempat komponen *self-directed learning* harus dilakukan dalam pembelajaran agar *self-directed learning* berhasil baik. Tuntutan tanpa dukungan, atau kelebihan dukungan tanpa tuntutan secara bersamaan, tidak akan berhasil.

Aktivitas-aktivitas untuk Meningkatkan *Self-directed Learning*

Miller [5] mengatakan bahwa dalam pembelajaran di kelas untuk mengoptimalkan tumbuh-kembangnya *self-directed learning* diperlukan kondisi-kondisi berikut:

1. *Reward* diberikan tergantung pada hasil tertentu;
2. Tujuan dan sistem pemberian hadiah harus diketahui umum;
3. Pemberian umpan balik yang sering, langsung, dan menyatu pada kinerja;
4. Individualistik, lingkungan yang tidak kompetitif;
5. Evaluasi didasarkan pada kriteria yang spesifik dan obyektif;
6. Evaluasi bersifat pribadi, tidak terbuka untuk umum;
7. *Reward* diberikan juga untuk usaha bukan hanya untuk kemampuan yang diperoleh;
8. Kemandirian dalam belajar termasuk kesempatan menjadwalkan sendiri dan memberi penguatan;
9. Keberhasilan dalam usaha bukan kemampuan alamiah.

Mengingat bahwa *self-directed learning* memiliki manfaat yang besar bagi siswa dan guru, maka perlu adanya aktivitas atau strategi yang dilakukan agar mereka memiliki *self-directed learning*. Miller [5] mengatakan bahwa pemberian tugas dan kegiatan terstruktur secara bertahap membuat siswa memperoleh keterampilan untuk bekerja secara independen. Thuy-Kim (dalam Miller, [5]) menggambarkan serangkaian kegiatan siswa dan guru untuk membantu siswa melakukan transisi dari *teacher-directed learning* ke *self-directed learning*. Meskipun banyak dari kegiatan ini dirancang untuk siswa SMA, namun dapat dengan mudah diterapkan pada tingkat sekolah yang lain. Tabel 1 menyajikan aktivitas yang dirancang untuk guru, dan Tabel 2 menyajikan aktivitas yang dirancang untuk siswa.

Tabel 1. Aktivitas Belajar Guru untuk Meningkatkan *Self-Directed Learning* Siswa

No	Aktivitas
1.	Membantu siswa memvisualisasikan pengalaman <i>self-direction</i> .
2.	Mengajar siswa untuk menilai <i>self-directed learning</i> melalui komunikasi bahwa betapa berharganya itu untuk guru
3.	Berikan pada setiap siswa untuk menciptakan <i>self-fulfilling prophecy</i> (melakukan sesuatu dengan kekuatan sendiri). Bantuan berupa wawancara, percakapan, perencanaan, dan diskusi tentang kemajuan, memperkuat pertumbuhan <i>self-direction</i> .
4.	Mengatur proses struktur waktu dan usaha. Tetapkan harapan dan batasannya. Membantu siswa mengeksplorasi kegiatan alternatif.
5.	Ajarkan siswa keterampilan baru yang diperlukan, seperti penetapan tujuan, manajemen waktu, dan memilih informasi.
6.	Memberikan kesempatan bagi siswa untuk menunjukkan prestasi mereka. Berikan juga <i>reward</i> bagi usaha mereka.

Tabel 2. Aktivitas Belajar Siswa untuk Meningkatkan *Self-Directed Learning*

No	Aktivitas
1.	Menyusun daftar pembelajaran mandiri dan kemudian daftar karakteristik pribadi seperti: cara belajar dan keterampilan umum. Ini Menghasilkan suatu profil keberhasilan <i>self-directed learning</i> .
2.	Menetapkan tujuan yang diinginkan agar menjadi lebih terarah. Daftarkan sikap-sikap yang akan menunjukkan kemajuan dalam belajar.
3.	Menilai kemajuan dari tujuan yang hendak dicapai
4.	Gunakan kelompok kecil yang heterogen yang memungkinkan model kepemimpinan dalam aktivitas <i>self-directed learning</i> .
5.	Menilai diri dalam hal manajemen waktu, pengorganisasian, prestasi dan pengidentifikasian sumber.

Dari penjelasan di atas, dapat dikatakan bahwa *self-directed learning* sangat penting dalam pembelajaran di kelas. Siswa yang dapat bekerja secara mandiri, menetapkan tujuan, mengelola sendiri waktu mereka, dan menemukan sumber daya yang dibutuhkan akan sangat membantu mereka dalam belajar. Namun, mengembangkan *self-directed learning* sulit dan membutuhkan lingkungan belajar yang berbeda dari pembelajaran tradisional yaitu *teacher-directed learning*. *Self-directed learning* dapat ditumbuhkembangkan dengan karakteristik seperti kemandirian, *self-management*, dan kerjasama. Lingkungan tersebut juga dibentuk dengan ekspektasi guru, penetapan tujuan pribadi, penyelesaian tugas yang sempurna.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat survey deskriptif-kuantitatif dengan sumber data berasal dari para siswa SMP di kabupaten Kota Kupang yang dipilih secara *Purposive Sampling*. Sampel dari penelitian ini sebanyak 78 orang dari 3 SMP Negeri yaitu SMPN 6, SMPN 8, dan SMPN 12 di Kota Kupang, Provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT).

Analisis *self-directed learning* pada setiap indikator memudahkan dalam memetakan secara komprehensif *self-directed learning* siswa SMP dalam belajar Matematika. Data diperoleh dari siswa SMP di Kota Kupang Provinsi NTT yang diambil melalui kuesioner.

3. Hasil dan Pembahasan

Profil *Self-Directed Learning* Siswa SMP di Kota Kupang

Hasil survey menunjukkan bahwa sebagian besar (20,51%) siswa SMP di Kota Kupang memiliki *self-direceted learning* yang rendah. Sebanyak 30,77% siswa SMP di Kota Kupang mempunyai *self-direceted learning* yang cukup tinggi. Sedangkan 24,35%

siswa SMP berada pada tinggi dan 24,37% para siswa SMP berada pada kategori sangat tinggi.

Siswa yang memiliki *Self-directed learning* yang rendah adalah siswa yang tidak memiliki inisiatif untuk belajar. Kegiatan belajar tergantung pada guru. Siswa akan belajar apabila ada tugas yang diberikan guru. Mereka hanya menggunakan satu sumber belajar yaitu guru. Belum ada upaya dari siswa untuk menambah sumber belajar. Mereka juga mengalami kesulitan untuk berdiskusi dengan teman-teman mereka, karena keterbatasan pemahaman mereka.

Penerapan strategi pembelajaran yang tepat merupakan alternatif solusi jangka pendek untuk mengatasi rendahnya *self-directed learning* siswa di Kota Kupang. Alternatif kegiatan bagi para siswa yang berada pada kategori cukup tinggi adalah memotivasi siswa untuk berinisiatif melakukan kegiatan belajar. Selain itu, pemberian tugas yang menantang agar siswa berupaya mencari sumber belajar lain dan tidak hanya berharap guru sebagai satu-satunya sumber belajar. Kegiatan-kegiatan ini akan sangat bermanfaat bagi siswa dalam meningkatkan *self-directed learning*.

Profil Self-Directed Learning Siswa SMP di Kota Kupang Berdasarkan Aspek Self-Directed Learning

Self-directed learning dalam penelitian ini meliputi beberapa aspek yaitu menciptakan lingkungan belajar yang produktif, membuat jadwal dan mengatur kegiatan belajar, menetapkan tujuan belajar, memiliki inisiatif untuk belajar, mencari sumber belajar, ulet, dan mengevaluasi kelebihan dan kekurangan belajar. Dari ketujuh aspek *self-directed learning* ini, aspek mencari sumber belajar merupakan aspek yang paling rendah dimiliki oleh siswa SMP. Sedangkan aspek yang paling tinggi dimiliki siswa SMP adalah aspek menciptakan lingkungan belajar.

Aspek mencari sumber belajar meliputi beberapa indikator yaitu mempelajari konsep-konsep dalam matematika dari berbagai sumber belajar atas kemauan sendiri, menyelesaikan soal-soal matematika dari berbagai sumber belajar atas inisiatif sendiri, membandingkan uraian materi matematika dari beberapa sumber.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa keinginan siswa untuk mencari sumber belajar yang lain selain yang diberikan guru dan guru itu sendiri sangat rendah. Mereka sangat bergantung pada guru yang mengajar. Mereka kurang memiliki inisiatif mencari sumber belajar yang lain untuk mempelajari konsep-konsep matematika, menyelesaikan soal-soal matematika dari berbagai sumber. Hal ini akan membuat mereka mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika.

Selain faktor-faktor internal di atas, rendahnya aspek mencari sumber belajar juga disebabkan oleh terbatasnya akses untuk mendapatkan sumber belajar yang lain. Keterbatasan mengakses internet karena mahal dan juga sulitnya jaringan internet. Siswa SMP di Kota Kupang juga kesulitan mendapatkan buku-buku yang berkaitan dengan materi matematika yang dipelajari.

Hasil penelitian menunjukkan juga bahwa aspek menciptakan lingkungan belajar paling tinggi dimiliki oleh siswa SMP. Aspek ini meliputi berpartisipasi dalam kelompok belajar, menerima pendapat orang, menerima kritikan orang lain, berani mengungkapkan pendapat. Hasil ini menunjukkan bahwa siswa SMP berperan aktif dalam diskusi baik di sekolah maupun di luar sekolah. Mereka berupaya untuk menjadikan teman sebagai sumber belajar walaupun dalam keterbatasan. Lingkungan belajar yang diciptakan ini membantu siswa untuk memahami konsep-konsep matematika yang dipelajari.

Selain aspek mencari sumber belajar, aspek yang rendah dimiliki siswa SMP adalah aspek menetapkan tujuan belajar dan memiliki inisiatif. Hal ini menunjukkan bahwa siswa jarang menetapkan target belajar. Mereka belajar tanpa satu tujuan yang jelas. Mereka sekedar menyelesaikan apa yang diinginkan oleh gurunya bukan keinginan mereka sendiri. Siswa SMP juga kurang memiliki keinginan sendiri untuk belajar. Kegiatan belajar dilakukan apabila ada tugas dari guru. Hal ini tentu berdampak pada

rendahnya kualitas hasil belajar mereka. Mereka tidak mempunyai konsep yang baik tentang materi yang dipelajari dan mungkin tidak memiliki alternative penyelesaian soal-soal yang mereka selesaikan. Hal ini disebabkan karena mereka hanya meniru apa yang dilakukan oleh guru mereka.

4. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan di atas dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Profil *self-directed learning* siswa SMP di Kota Kupang adalah sebagai berikut: sebagian besar (20,51%) siswa SMP memiliki *self-directed learning* rendah. Sebanyak 30,77% siswa berada pada kategori mempunyai *self-direceted learning* yang cukup tinggi. Sedangkan 24,35% siswa SMP berada pada tinggi dan 24,37% para siswa SMP berada pada *self-directed learning* kategori sangat tinggi.
2. Aspek mencari sumber belajar pada *self-directed learning* merupakan aspek terendah yang dimiliki siswa SMP di Kota Kupang, diikuti aspek menetapkan tujuan belajar, dan memiliki inisiatif.
3. Sedangkan aspek yang paling tinggi dimiliki siswa SMP adalah aspek menciptakan lingkungan belajar.

2. Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini diberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Bagi para siswa SMP, agar dalam pembelajaran matematika berupaya memotivasi diri memiliki inisiatif untuk melakukan kegiatan belajar dengan cara mencari beberapa sumber belajar, menciptakan lingkungan belajar yang kondusif, dan menetapkan tujuan belajar, mengevaluasi apa yang telah dipelajari. Kegiatan-kegiatan ini sangat membantu dalam keberhasilan memahami konsep-konsep matematika.
2. Bagi para guru matematika, disarankan untuk menerapkan metode atau mengajar yang dapat menumbuhkembangkan *self-directed learning*. Strategi atau metode mengajar yang menantang siswa untuk berupaya menentukan target belajarnya dan leluasa mencari informasi yang berkaitan dengan materi yang mereka pelajari.

Daftar Pustaka

- [1] McCauley, V. and McClelland, G. (2004). Further Studies in Self-Directed Learning in Physics at the University of Limerick, Ireland. *International Journal of Self-Directed Learning, Volume 1, Number 2, Fall 2004*. [online]. Tersedia: [http : //www. sdlglobal. com /IJSDL/ IJSDL1.2-2004. pdf](http://www.sdlglobal.com/IJSDL/IJSDL1.2-2004.pdf). [2 September 2013].
- [2] Kleden, Maria A. (2013). Kemampuan Komunikasi Matematis dan *Self- Directed Learning* Mahasiswa, *Jurnal Delta-Pi, Vol. 2, No. 2, Oktober 2013*, ISSN: 2089-855X.
- [3] VanBriesen J. M. *Self-Directed Learning*. Department of Civil and Environmental Engineering Carnegie Mellon University. [online]. Tersedia: [http://www. selfdirectedlearning.com](http://www.selfdirectedlearning.com). [2 September 2013].
- [4] Hoban, S. and Hoban, G. (2004). *Self-Esteem, Self-Efficacy, and Self-Directed Learning: Separate, but Interrelated*. *International Journal of Self-Directed Learning, Volume 1, Number 2, Fall-2004*.
- [5] Miller, B. A. (1999). *The Mutigrade Classroom: A Resource Handbook for Small, Rural School. Book 6: Self-Directed Learning*. Northwest Regional Educational Laboratory 101 S.W. Main Street, Suite 500 Portland, Oregon 97204. [online]. Tersedia: [http://educationnorthwest. org/webfm_send/1155](http://educationnorthwest.org/webfm_send/1155). [16 Oktober 2013].

HUBUNGAN KEMAMPUAN AWAL DAN NILAI FORMATIF TERHADAP NILAI SUMATIF SEMESTER GANJIL KELAS VII SMP N 8 BATAM

Tubagus Pamungkas¹, Sakinah Putri Rezeki²

¹FKIP Unrika Batam, tebestat@yahoo.co.id

²FKIP Unrika Batam

Abstrak

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk membuktikan (1) apakah terdapat hubungan yang signifikan antara kemampuan awal terhadap nilai sumatif bidang studi matematika, (2) apakah terdapat hubungan yang signifikan antara nilai formatif terhadap nilai sumatif bidang studi matematika, dan (3) apakah terdapat hubungan yang signifikan antara kemampuan awal dan nilai formatif terhadap nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam Tahun Pelajaran 2013/2014. Berdasarkan jenis pendekatannya, penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan menggunakan metode penelitian korelasional. Populasi pada penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VII SMP Negeri 8 Batam Tahun Pelajaran 2013/2014 dan yang menjadi sampel dalam penelitian ini adalah siswa kelas VII yang berjumlah 120 orang. Instrumen pengumpulan data dengan menggunakan dokumentasi. Berdasarkan hasil analisis statistik, (1) diperoleh koefisien korelasi (r_{x_1y}) = 0,448 dengan kontribusi sebesar 20,07% terhadap nilai sumatif matematika dan signifikan pada $t = 5,444$ dengan, (2) diperoleh koefisien korelasi (r_{x_2y}) = 0,462 dengan kontribusi sebesar 21,34% terhadap nilai sumatif matematika dan signifikan pada $t = 5,658$, dan (3) diperoleh koefisien korelasi ($R_{y x_1 x_2}$) = 0,525 dengan kontribusi sebesar 27,56% dan signifikan pada $F = 23$.

Kata Kunci: Kemampuan Awal, Nilai Formatif, Nilai Sumatif Matematika

1. Pendahuluan

Pada dasarnya, belajar itu tidak hanya sekedar belajar tetapi juga memerlukan evaluasi pembelajaran dari apa yang telah dipelajari. Evaluasi pembelajaran bisa dilakukan pada saat pembelajaran berlangsung atau pada akhir pembelajaran atau akhir program pembelajaran. Oleh karena itu, guru wajib melakukan penilaian selama dan setelah proses pembelajaran, agar guru mendapat gambaran sudah sejauh mana peserta didik dapat menerima pembelajaran yang telah diberikan.

Pembelajaran matematika di SMP Negeri 8 Batam secara umum relatif rendah. Saat proses pembelajaran berlangsung, peserta didik pasif dalam menerima pembelajaran. Berdasarkan penuturan guru mata pelajaran matematika SMP Negeri 8 Batam kelas VII, menyatakan bahwa masih banyak peserta didik yang mendapatkan nilai khususnya ulangan harian matematika di bawah dari nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). Namun hal ini belum bisa kita jadikan tolak ukur baik atau tidaknya perolehan

nilai sumatif nantinya. Nilai KKM yang dimaksud adalah 65 untuk mata pelajaran matematika pada kelas VII. Data dapat dilihat pada tabel 1 di bawah ini :

Tabel 1. Presentase Ketuntasan Rata-rata Ulangan Harian Matematika Siswa Kelas VII Tahun Pelajaran 2013/2014

No	Kelas	Jumlah Siswa	KKM	Ketuntasan (%)
1	VII 1	33	65	66,67 %
2	VII 2	32	65	68,75%
3	VII 3	33	65	63,64%
4	VII 4	33	65	69,69%
5	VII 5	34	65	67,65%

Sumber : Guru Bidang Studi Matematika Kelas VII

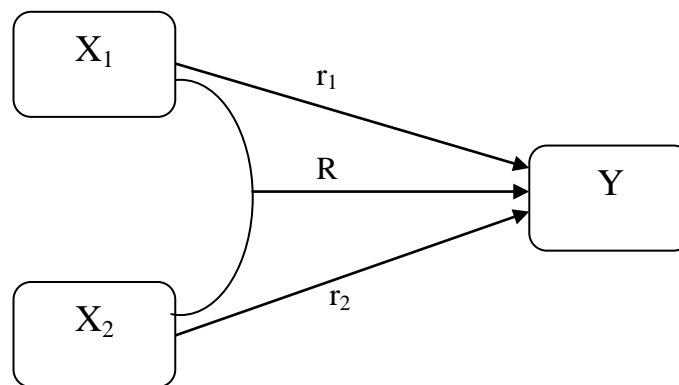
Melihat hasil belajar mata pelajaran matematika yang masih rendah, untuk itu perlu adanya kesadaran dari peserta didik untuk memperbaiki nilai yang didapatkan, agar mendapat peluang untuk perolehan nilai sumatif nantinya akan mendapatkan nilai yang baik. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui seberapa besar hubungan antara kemampuan awal terhadap nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam tahun pelajaran 2013/2014, untuk mengetahui seberapa besar hubungan antara nilai formatif terhadap nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam tahun pelajaran 2013/2014, dan untuk mengetahui seberapa besar hubungan antara kemampuan awal dan nilai formatif terhadap nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam tahun pelajaran 2013/2014.

Menurut Mardapi (2012) Ujian Nasional pada dasarnya bertujuan untuk mendorong peningkatan kompetensi guru, mendorong guru agar melaksanakan pembelajaran dengan baik, dan menggunakan sistem asesmen yang tepat. Apabila kompetensi minimal guru telah tercapai, proses pembelajaran dikelas telah dilaksanakan dengan baik maka tidak ada kekhawatiran terhadap pelaksanaan ujian nasional. Dalam Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 pasal 1 ayat 26 menyatakan bahwa ulangan harian adalah proses yang dilakukan untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik secara berkelanjutan dalam proses pembelajaran, untuk memantau kemajuan dan perbaikan hasil belajar peserta didik. Dari pelaksanaan ulangan harian ini akan menggambarkan ada tidaknya kemajuan belajar dari peserta didik dalam proses pembelajaran.

Dalam proses belajar mengajar, Ujian Akhir Semester (UAS) merupakan evaluasi yang dilakukan pada akhir pembelajaran secara keseluruhan. Pelaksanaan UAS merupakan evaluasi sumatif. Nilai sumatif merupakan nilai yang didapatkan dari hasil pelaksanaan evaluasi sumatif. Sutikno (2013) menjelaskan bahwa Evaluasi sumatif ini dimaksudkan untuk memberikan nilai yang dijadikan dasar penentuan kelulusan dan/atau pemberian sertifikat bagi yang telah menyelesaikan pelajaran dengan hasil baik. Karena umumnya merupakan evaluasi akhir tahun atau akhir jenjang pendidikan, ruang lingkupnya pun sangat luas meliputi seluruh bahan pelajaran yang telah disajikan sepanjang tahun atau sepanjang jenjang pendidikan.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian korelasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengemukakan ada tidaknya hubungan, dan apabila ada seberapa erat hubungan tersebut. Dalam penelitian ini ada dua variabel bebas yaitu kemampuan awal (X_1) dan nilai formatif (X_2) dan satu variabel terikat yaitu nilai sumatif bidang studi matematika. Secara skematis dapat digambarkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema Keterkaitan Variabel Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014. Sampel penelitian adalah siswa kelas VII SMP Negeri 8 Batam yang berjumlah 120 orang. Sampel penelitian dipilih menggunakan teknik *simple random sampling* dan menentukan ukuran sampel menggunakan rumus Taro Yamane. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah dokumentasi yang diambil dari guru bidang studi matematika kelas VII dan staf tata usaha.

3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini bertujuan untuk menguji hubungan antara kemampuan awal dan nilai formatif terhadap nilai sumatif bidang studi matematika. Berdasarkan data penelitian yang dianalisis maka dilakukan pembahasan tentang hasil penelitian sebagai berikut :

- Hubungan antara kemampuan awal dengan nilai sumatif matematika
Berdasarkan hasil analisis data dan pengujian hipotesis 1, dapat dilihat bahwa kemampuan awal mempunyai hubungan yang positif dengan nilai sumatif bidang studi matematika yang ditunjukkan dengan nilai koefisien korelasi (r_{X_1Y}) sebesar 0,448 dan diperoleh t_{hitung} sebesar 5,444 dengan $n = 120$, taraf signifikan 5%, $dk = n - 2$, maka diperoleh t_{tabel} sebesar 1,980. Hal ini menunjukkan harga t_{hitung} bernilai positif dan lebih besar dari pada t_{tabel} ($5,444 \geq 1,980$), sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara kemampuan awal (X_1) dengan nilai sumatif bidang studi matematika (Y). Dari koefisien determinasi ($r_{X_1Y}^2$) sebesar $(0,448)^2 = 0,2007$ dan dipersentasekan menjadi 20,07%, sedangkan sisanya sebesar 79,93% ditentukan oleh variabel lain yang tidak dibahas dalam penelitian ini.
- Hubungan antara nilai formatif dengan nilai sumatif matematika
Berdasarkan hasil analisis data dan pengujian hipotesis 2, dapat dilihat bahwa nilai formatif mempunyai hubungan yang positif dengan nilai sumatif bidang studi matematika yang ditunjukkan dengan nilai koefisien korelasi (r_{X_2Y}) sebesar 0,462 dan diperoleh t_{hitung} sebesar 5,658 dengan $n = 120$, taraf signifikan 5%, $dk = n - 2$, maka diperoleh t_{tabel} sebesar 1,980. Hal ini menunjukkan harga t_{hitung} bernilai positif dan lebih besar dari pada t_{tabel} ($5,658 \geq 1,980$), sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara nilai formatif (X_2) dengan nilai sumatif bidang studi matematika (Y). Dari koefisien determinasi ($r_{X_2Y}^2$) sebesar $(0,462)^2 = 0,2134$ dan dipersentasekan menjadi 21,34%, sedangkan sisanya sebesar 78,66% ditentukan oleh variabel lain yang tidak dibahas dalam penelitian ini.
- Berdasarkan hasil analisis data dan pengujian hipotesis 3, dapat dilihat bahwa kemampuan awal dan nilai formatif secara bersama-sama mempunyai hubungan yang positif dengan nilai sumatif bidang studi matematika yang ditunjukkan dengan nilai

koefisien korelasi ganda (R) sebesar 0,525 dan diperoleh F_{hitung} sebesar 23 dengan $n = 120$, taraf signifikan 5%, dk pembilang = k dan dk penyebut = $(n - k - 1)$, maka diperoleh F_{tabel} sebesar 1,357. Hal ini menunjukkan harga F_{hitung} bernilai positif dan lebih besar dari pada F_{tabel} ($23 \geq 1,357$), sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara kemampuan awal (X_1) dan nilai formatif (X_2) secara bersama-sama dengan nilai sumatif bidang studi matematika (Y). Dari koefisien determinasi (R^2) sebesar $(0,525)^2 = 0,2756$ dan dipersentasekan menjadi 27,56%, sedangkan sisanya sebesar 72,44% ditentukan oleh variabel lain yang tidak dibahas dalam penelitian ini.

Dari hasil hipotesis tersebut dapat dikatakan bahwa data dan koefisien yang diperoleh dalam sampel tersebut dapat digeneralisasikan pada populasi atau data tersebut mencerminkan keadaan populasi.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara kemampuan awal dengan nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam Tahun Pelajaran 2013/2014, diperoleh koefisien korelasi (r_{x_1y}) = 0,448 dengan kontribusi sebesar 20,07% terhadap nilai sumatif matematika dan signifikan pada $t = 5,444$. Hal ini berarti apabila tingkat kemampuan awal peserta didik semakin tinggi, maka nilai sumatif bidang studi matematika yang dicapai juga akan semakin tinggi. Sebaliknya jika tingkat kemampuan awal peserta didik rendah, maka nilai sumatif bidang studi matematika yang dicapai juga akan rendah.
2. Terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara nilai formatif dengan nilai sumatif bidang studi matematika semester ganjil pada kelas VII SMP Negeri 8 Batam Tahun Pelajaran 2013/2014 diperoleh koefisien korelasi (r_{x_2y}) = 0,462 dengan kontribusi sebesar 21,34% terhadap nilai sumatif matematika dan signifikan pada $t = 5,658$. Hal ini berarti apabila nilai formatif semakin tinggi, maka nilai sumatif bidang studi matematika yang dicapai juga akan semakin tinggi. Sebaliknya jika nilai formatif semakin rendah, maka nilai sumatif bidang studi matematika yang dicapai juga akan semakin rendah.
3. Terdapat hubungan yang positif dan signifikan antara kemampuan awal dan nilai formatif secara bersama-sama dengan nilai sumatif bidang studi matematika pada kelas kelas VII (Tujuh) SMP Negeri 8 Batam Tahun Pelajaran 2013/2014 diperoleh koefisien korelasi ($R_{y_{x_1x_2}}$) = 0,525 dengan kontribusi sebesar 27,56% dan signifikan pada $F = 23$. Hal ini berarti apabila tingkat kemampuan awal semakin tinggi dan nilai formatif semakin baik, maka nilai sumatif bidang studi matematika yang dicapai juga akan semakin tinggi.

Oleh karena itu, kemampuan awal dan nilai formatif sangat diharapkan mencapai nilai sebaik mungkin dalam belajar sebagai upaya untuk meningkatkan nilai sumatif bidang studi matematika siswa, walaupun masih banyak faktor-faktor lain yang mempengaruhinya.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak Yayasan Universitas Riau Kepulauan Batam yang telah memberi dukungan financial terhadap penelitian/makalah ini.

Daftar Pustaka

- Arikunto, S. 2012. *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Lubis, S. 2011. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Padang: Sukabina Press.
- Mardapi, D. 2012. *Pengukuran Penilaian dan Evaluasi Pendidikan*. Yogyakarta: Nuha Litera.
- Margono. 2010. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Mudyahardjo, R. 2001. *Pengantar Pendidikan*. Jakarta: RajaGrafindo Persada.
- Riduwan. 2011. *Dasar-dasar Statistika*. Bandung: Alfabeta.
- Setiawan, B. 2013. *Statistik Bisnis Ekonomi*. Yogyakarta: Andi.
- Slameto. 2010. *Belajar dan Faktor-faktor Yang Mempengaruhinya*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Sudjana, N. 2013. *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Sugiyono. 2013. *Statistika Untuk Penelitian*. Bandung: Alfabeta.
- _____. 2012. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Alfabeta.
- Sukardi. 2011. *Evaluasi Pendidikan Prinsip dan Operasionalnya*. Jakarta: Bumi Aksara.
- _____. 2012. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Sulistiyorini, F. 2007. Hubungan antara nilai ujian akhir sekolah dasar dengan prestasi belajar matematika pada kelas VII di MTs. Tarbiyatul Islam Soko Kabupaten Tuban Tahun Pelajaran 2006/2007. Tuban : FMIPA IKIP PGRI Bojonegoro.
- Seydel, Rudiger. 2002. *Tools for Computational Finance*. Berlin: Springer

KONTRIBUSI PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MENUNJANG TERWUJUDNYA PARIWISATA YANG BERKELANJUTAN

Tri Djoko Setyono

FKIP UNMAS Denpasar, tridjokosetyono@gmail.com

Abstrak

Matematika sangat diperlukan dalam usaha mewujudkan pariwisata yang berkelanjutan, baik dari sudut manajemen, inovasi, dan dugaan masa depan kepariwisataan. Materi pelajaran matematika yang terkait dengan usaha untuk mewujudkan pariwisata berkelanjutan antara lain dalam hal pengumpulan, penyajian, serta analisis data tentang kepariwisataan, khususnya tentang interpolasi dan ekstrapolasi. Pembelajaran matematika yang sejalan dengan pelaksanaan Kurikulum 2013 khususnya dalam pencapaian Kompetensi Inti baik Kompetensi Inti 2 (KI-2) tentang Sikap, Kompetensi Inti 3 (KI-3) tentang Pengetahuan, dan Kompetensi Inti 4 (KI-4) tentang Keterampilan, dapat dikemas sedemikian hingga menunjang terwujudnya pariwisata berkelanjutan.

Kata kunci: pendidikan matematika, pariwisata, pariwisata berkelanjutan

1. Pendahuluan

Pembangunan pariwisata berkelanjutan (*Sustainable Tourism Development*) merupakan pembangunan yang memenuhi kebutuhan wisatawan saat ini sambil melindungi dan mendorong kesempatan untuk waktu yang akan datang. Pengelolannya harus menyatu dengan lingkungan memaksimalkan dampak positif dan meminimalkan dampak negatif serta menjamin agar sumber daya alam, sosial dan budaya yang dimanfaatkan untuk pembangunan pariwisata pada generasi sekarang dapat juga dinikmati untuk generasi mendatang. Inisiatif sektor publik harus mengarah agar kepariwisataan lebih baik, dapat menempatkan masalah *Sustainable Tourism* pada prioritas utama dalam usaha dan bisnis namun tetap melindungi sumber-sumber atau aset, tidak hanya untuk sekarang tetapi juga untuk masa depan. Untuk hal tersebut perlu dipikirkan upaya terpadu dan terorganisir dalam mewujudkan *Sustainable Tourism* agar dapat mengembangkan kualitas hidup dengan cara mengatur penyediaan, pengembangan, pemanfaatan, dan pemeliharaan sumber daya agar lestari secara berkelanjutan. Hal tersebut hanya akan terlaksana jika sistem penyelenggaraan pemerintahan baik dan melibatkan partisipasi aktif secara seimbang antara pemerintah, swasta, dan masyarakat.

Selanjutnya apa yang bisa dilakukan matematika dalam upaya menunjang terwujudnya pariwisata yang berkelanjutan? Untuk hal tersebut bisa diawali dengan pembahasan bagian mana dalam pengelolaan pariwisata yang memerlukan matematika sehingga akan ditemukan materi matematika mana yang diperlukan dalam mewujudkan pariwisata yang berkelanjutan. Matematika merupakan materi pelajaran yang diberikan sejak sekolah dasar yang saat ini pelaksanaan pembelajarannya mengacu pada Kurikulum 2013. Melalui jalur pembelajaran perlu dipikirkan juga bagaimana mengemas

pembelajaran matematika sesuai Kurikulum 2013 yang dapat menunjang terwujudnya pariwisata yang berkelanjutan.

Berdasarkan uraian di atas rumusan masalah yang dikemukakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut.

1. Pada bagian mana dalam usaha mewujudkan pariwisata yang berkelanjutan memerlukan matematika?
2. Materi pelajaran matematika mana yang terkait dengan usaha mewujudkan pariwisata berkelanjutan?
3. Bagaimanakah mengemas pembelajaran matematika yang sejalan dengan pencapaian Kompetensi Inti pada Kurikulum 2013 yang dapat menunjang terwujudnya pariwisata berkelanjutan.

2. Pembahasan

Akan dibahas tentang pariwisata berkelanjutan, kontribusi matematika dan pembelajaran matematika yang menunjang terwujudnya pariwisata yang berkelanjutan

A. Pariwisata yang Berkelanjutan

Pariwisata berkelanjutan merupakan konsep yang komprehensif, mencakup segala macam usaha pariwisata baik di daerah perkotaan maupun di daerah perdesaan, skala besar dan kecil, swasta maupun pemerintah. Praktek pariwisata berkelanjutan tidak hanya berarti mengkonsumsi sumberdaya alami dan budaya saja, melainkan juga mengonservasikannya, tidak hanya bermanfaat bagi sedikit orang, akan tetapi bertujuan mendistribusikan keuntungan secara lebih luas di antara para pemangku kepentingan dan komunitas.

Pariwisata berkelanjutan hendaknya memanfaatkan sumberdaya lingkungan yang menjadi elemen kunci, menghormati keotentikan sosio-budaya dan komunitas tuan rumah, dan memastikan berlangsungnya operasi jangka panjang yang memberikan manfaat sosio-ekonomi kepada semua pemangku kepentingan, berdistribusi secara adil dan stabil dalam lapangan kerja, pendapatan, pelayanan sosial, serta berkontribusi terhadap penghapusan kemiskinan.

Mewujudkan pariwisata berkelanjutan merupakan proses yang berkesinambungan, memerlukan pemantauan dampak secara konstan, melakukan tindakan pencegahan dan tindakan korektif bilamana diperlukan. Pariwisata berkelanjutan juga harus menjaga tingkat kepuasan wisatawan yang tinggi dan menjamin pengalaman yang penuh makna bagi wisatawan, menumbuhkan kesadaran tentang isu-isu keberlanjutan dan mempromosikan praktek-praktek pariwisata berkelanjutan di antara mereka. Pembangunan pariwisata yang berkelanjutan dapat dikenali melalui prinsip-prinsipnya antara lain partisipasi, keikutsertaan para pelaku (*stakeholder*), kepemilikan lokal, penggunaan sumberdaya secara berkelanjutan, mewujudkan tujuan-tujuan masyarakat, perhatian terhadapdaya dukung, monitor dan evaluasi, akuntabilitas, pelatihan serta promosi. Pembangunan pariwisata berkelanjutan pada intinya berkaitan dengan usaha menjamin agar sumber daya alam, sosial dan budaya yang dimanfaatkan untuk pembangunan pariwisata pada generasi ini agar dapat dinikmati untuk generasi yang akan datang. Pembangunan pariwisata harus didasarkan pada kriteria keberlanjutan dan kesinambungan berbagai aspek kehidupan yang mencakup: keberlanjutan ekologis, ekonomi, sosial budaya, politik, serta keberlanjutan pertahanan dan keamanan.

Kriteria berkelanjutan merupakan ide yang dapat dihubungkan dengan matematika, yaitu terkait dengan konsep interpolasi dan ekstrapolasi dalam metode numerik yang merupakan bagian dari matematika. Sedangkan konsep interpolasi dan ekstrapolasi terkait erat dengan pengumpulan, penyajian, dan analisis data yang merupakan bagian dari statistika.

Menurut Kurniawati (2013) prinsip-prinsip yang menjadi acuan dalam pengembangan pariwisata berkelanjutan (*sustainable tourism development*) adalah:

1. Pembangunan pariwisata harus dibangun dengan melibatkan masyarakat lokal.
2. Menciptakan keseimbangan antara kebutuhan wisatawan dan masyarakat.
3. Pembangunan pariwisata harus melibatkan para pemangku kepentingan.
4. Memberikan kemudahan kepada para pengusaha lokal dalam skala kecil, dan menengah.
5. Pariwisata harus dikondisikan untuk tujuan membangkitkan bisnis lainnya dalam masyarakat.
6. Adanya kerjasama antara masyarakat lokal sebagai creator atraksi wisata dengan para operator penjual paket wisata.
7. Pembangunan pariwisata harus dapat memperhatikan perjanjian, peraturan, perundang-undangan baik tingkat nasional maupun internasional sehingga pembangunan pariwisata dapat berjalan dengan lancar tanpa kendala.
8. Pembangunan pariwisata harus mampu menjamin keberlanjutan, memberikan keuntungan bagi masyarakat saat ini dan tidak merugikan generasi yang akan datang.
9. Pariwisata harus bertumbuh dalam prinsip optimalisasi bukan pada eksploitasi.
10. Harus ada monitoring dan evaluasi secara periodik untuk memastikan pembangunan pariwisata tetap berjalan dalam konsep pembangunan berkelanjutan.
11. Harus ada keterbukaan terhadap penggunaan sumber daya seperti penggunaan air bawah tanah, penggunaan lahan, dan penggunaan sumber daya lainnya harus dapat dipastikan tidak disalah gunakan.
12. Melakukan program peningkatan sumber daya manusia dalam bentuk pendidikan, pelatihan, dan sertifikasi untuk bidang keahlian pariwisata agar para pekerja ahli dalam bidangnya masing-masing.
13. Terwujudnya tiga kualitas, yakni pariwisata harus mampu mewujudkan kualitas hidup "*quality of life*" masyarakat lokal, kualitas berusaha "*quality of opportunity*" para penyedia jasa, dan kualitas pengalaman wisata "*quality of experience*".

B. Statistika dan Matematika dalam Pariwisata yang Berkelanjutan

Akan di bahas tentang statistika dan metode numerik khususnya tentang interpolasi, ekstrapolasi.

1. Statistika

Statistika bisa diartikan sebagai ilmu yang mempelajari/mendasari tentang bagaimana cara pengumpulan data, pengolahan data, penganalisaan data sampai dengan penarikan kesimpulan yang benar, sedangkan statistik merupakan kumpulan dari data – data yang sering dinyatakan atau disajikan dalam bentuk daftar/tabel, diagram garis, diagram batang, diagram lingkaran, histogram, polygon frekuensi dan ogive yang menggambarkan suatu persoalan tertentu.

Menurut fungsinya, statistika dibedakan menjadi dua jenis, yaitu statistika deskriptif dan statistika induktif (inferensial). Statistika deskriptif adalah bagian statistika yang mempelajari cara penyusunan dan penyajian data yang dikumpulkan. Penyusunan data dimaksudkan untuk memberikan gambaran mengenai urutan data atau kelompok data, sehingga pengguna data dapat mengenalinya dengan mudah. Statistika induktif atau inferensial adalah bagian statistika yang mempelajari tata cara penarikan kesimpulan yang valid mengenai populasi berdasarkan data pada sampel. Dalam menarik kesimpulan pada statistika inferensial biasanya digunakan unsur peluang.

2. Penyajian Data

Diagram Garis

Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data statistik yang diperoleh berdasarkan pengamatan dari waktu ke waktu secara berurutan. Sumbu-X menunjukkan waktu-waktu pengamatan, sedangkan sumbu-Y menunjukkan nilai data pengamatan untuk suatu waktu tertentu.

Contoh soal

Fluktuasi nilai tukar rupiah terhadap dolar AS dari tanggal 18 Februari 2008 sampai dengan tanggal 22 Februari 2008 ditunjukkan oleh tabel sebagai berikut.

Tanggal	18/2	19/2	20/2	21/2	22/2
Kurs Beli	Rp. 9.091	Rp. 9.093	Rp. 9.128	Rp. 9.123	Rp. 9.129
Kurs Jual	Rp. 9.181	Rp. 9.185	Rp. 9.220	Rp. 9.215	Rp. 9.221

Nyatakan data di atas dalam bentuk diagram garis.

Penyelesaian

Jika digambar dengan menggunakan diagram garis adalah sebagai berikut.

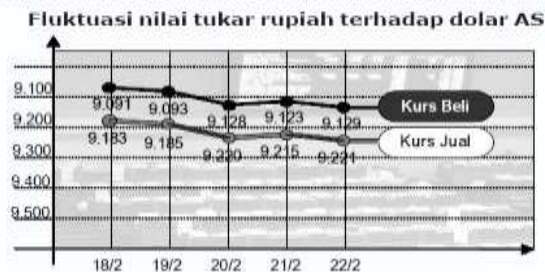


Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran adalah penyajian data statistik dengan menggunakan gambar yang berbentuk lingkaran. Bagian-bagian dari daerah lingkaran menunjukkan bagian bagian atau persen dari keseluruhan. Untuk membuat diagram lingkaran, terlebih dahulu ditentukan besarnya persentase tiap objek terhadap keseluruhan data dan besarnya sudut pusat sektor lingkaran.

Contoh

Ranah privat (pengaduan) dari koran Solo Pos pada tanggal 22 Februari 2008 ditunjukkan seperti tabel berikut.

No	Ranah Privat	Persentase
1.	CPNS/Honda/GTT	5 %
2.	Perbaikan/pembangunan/gangguan jalan	9 %
3.	Masalah lingkungan/ kebersihan	6 %
4.	Kesehatan/PKMS/Askeskin	3 %
5.	Lalu lintas/penertiban jalan	6 %
6.	Revitalisasi/budaya Jawa	20 %
7.	Parkir	3 %
8.	Pekit/penipuan/preman	7 %
9.	Persis/olahraga	10 %
10.	PKL/bangunan liar	2 %
11.	PLN dan PDAM	2 %
12.	Provider HP	7 %
13.	Tayangan TV/radio/koran	3 %
14.	Lain-lain	17 %
Jumlah		100 %

Nyatakan data di atas dalam bentuk diagram lingkaran.

Penyelesaian

Sebelum data pada tabel di atas disajikan dengan diagram lingkaran, terlebih dahulu ditentukan besarnya sudut dalam lingkaran dari data tersebut.

1. CPNS/Honda/GTT = $5/100 \times 360^\circ = 18^\circ$ dst...

Diagram lingkarannya adalah sebagai berikut.

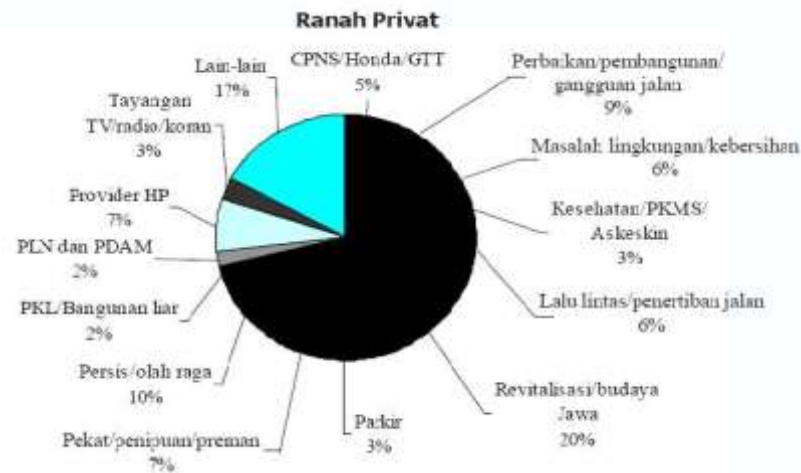


Diagram Batang

Diagram batang umumnya digunakan untuk menggambarkan perkembangan nilai suatu objek penelitian dalam kurun waktu tertentu.

Contoh

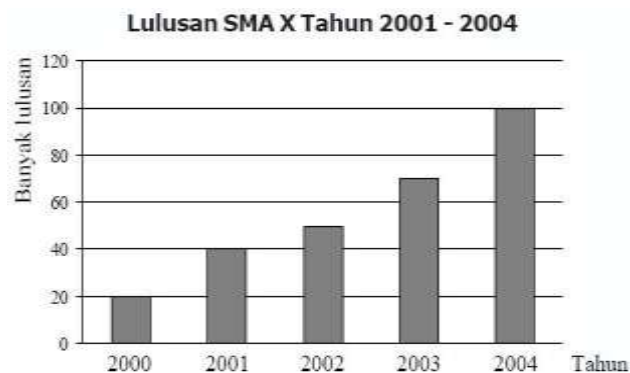
Jumlah lulusan SMA X di suatu daerah dari tahun 2001 sampai tahun 2004 adalah sebagai berikut.

Tahun	Jumlah
2000	20
2001	40
2002	50
2003	70
2004	100

Nyatakan data di atas dalam bentuk diagram batang.

Penyelesaian

Data tersebut dapat disajikan dengan diagram batang sebagai berikut.



Penyajian Data dalam Bentuk Tabel Distribusi Frekuensi

Data hasil nilai pengerjaan tugas Matematikadari 40 siswa kelas XI berikut ini.

66 75 74 72 79 78 75 75 79 71
 75 76 74 73 71 72 74 74 71 70
 74 77 73 73 70 74 72 72 80 70
 73 67 72 72 75 74 74 68 69 80

dari data diatas, dapat dibuat tabel distribusi frekuensi sebagai berikut:

Hasil Tugas	Titik Tengah	Turus	Frekuensi
65 – 67	66		2
68 – 70	69		5
71 – 73	72		13
74 – 76	75		14
77 – 79	78		4
80 – 82	81		2
		Jumlah	40

Istilah-istilah yang banyak digunakan dalam pembahasan distribusi frekuensi bergolong atau distribusi frekuensi berkelompok antara lain adalah interval kelas, batas kelas, tepi kelas, lebar kelas, titik tengah, distribusi frekuensi kumulatif kurang dari dan lebih dari.

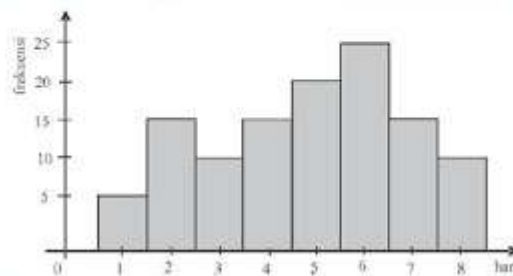
Histogram

Dari suatu data yang diperoleh dapat disusun dalam tabel distribusi frekuensi dan disajikan dalam bentuk diagram yang disebut histogram.

Data banyaknya siswa kelas XI IPA yang tidak masuk sekolah dalam 8 hari berurutan sebagai berikut.

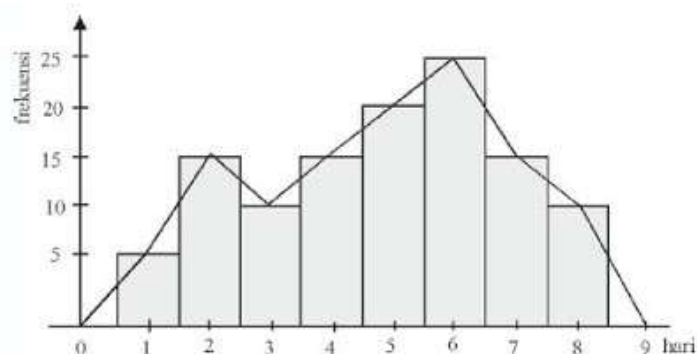
Hari	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyaknya siswa absen	5	15	10	15	20	25	15	10

Berdasarkan data diatas dapat dibentuk histogramnya seperti berikut dengan membuat tabel distribusi frekuensi tunggal terlebih dahulu.



Poligon Frekuensi

Apabila pada titik-titik tengah dari histogram dihubungkan dengan garis dan batang-batangnyadihapus, maka akan diperoleh poligon frekuensi. Berdasarkan contoh di atasdapat dibuat poligon frekuensinya seperti gambar berikut ini.



Poligon Frekuensi Kumulatif

Dari distribusi frekuensi kumulatif dapat dibuat grafik garis yang disebut poligon frekuensi kumulatif. Jika poligon frekuensi kumulatif dihaluskan, diperoleh kurva yang disebut kurva ogive. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini.

Hasil tes ulangan Matematika terhadap 40 siswa kelas XI IPA digambarkan dalam tabel berikut.

Hasil Ulangan	Frekuensi
65 – 67	2
68 – 70	5
71 – 73	13
74 – 76	14
77 – 79	4
80 – 82	2
	40

- Buatlah daftar frekuensi kumulatif kurang dari dan lebih dari.
- Gambarlah ogive naik dan ogive turun.

Penyelesaian

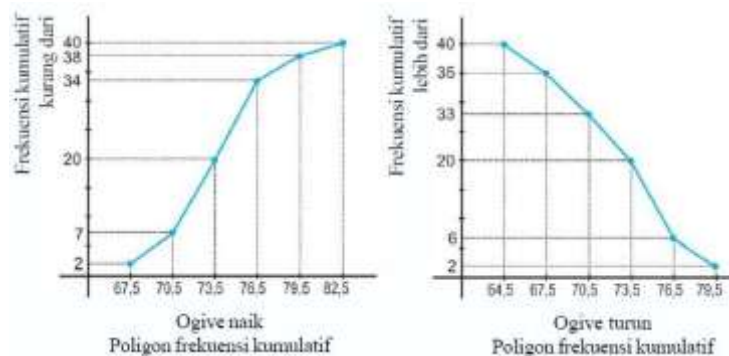
- Daftar frekuensi kumulatif kurang dari dan lebih dari adalah sebagai berikut.

Data	Frekuensi Kumulatif Kurang Dari	Data	Frekuensi Kumulatif Lebih Dari
$\leq 67,5$	2	$\geq 64,5$	40
$\leq 70,5$	7	$\geq 67,5$	38
$\leq 73,5$	20	$\geq 70,5$	33
$\leq 76,5$	34	$\geq 73,5$	20
$\leq 79,5$	38	$\geq 76,5$	6
$\leq 82,5$	40	$\geq 79,5$	2

- Ogive naik dan ogive turun

Daftar frekuensi kumulatif kurang dari dan lebih dari dapat disajikan dalam bidang Cartesius. Tepi atas (67,5; 70,5; ...; 82,5) atau tepi bawah (64,5; 67,5; ...; 79,5) diletakkan pada sumbu X sedangkan frekuensi kumulatif kurang dari atau frekuensi kumulatif lebih dari diletakkan pada sumbu Y. Apabila titik-titik yang diperlukan dihubungkan, maka terbentuk kurva yang disebut ogive. Ada dua macam ogive, yaitu ogive naik dan ogive turun. Ogive naik apabila grafik disusun berdasarkan distribusi frekuensi kumulatif kurang dari. Sedangkan ogive turun apabila berdasarkan distribusi frekuensi kumulatif lebih dari.

Ogive naik dan ogive turun data di atas adalah sebagai berikut.



3. Metode Numerik

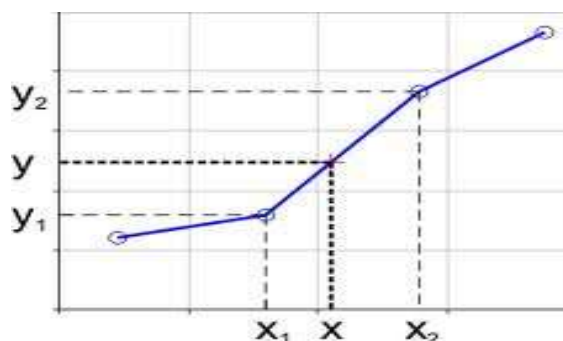
Secara harfiah metode numerik berarti cara berhitung dengan menggunakan angka-angka. Metode numerik merupakan alat untuk memecahkan masalah matematika yang sangat handal, mengembangkan program dan merupakan suatu sarana yang efisien untuk mempelajari penggunaan komputer. Metode numerik adalah teknik-teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah-masalah matematika agar dapat diselesaikan dengan operasi-operasi aritmatika (hitungan) biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi).

Terdapat dua macam penyelesaian masalah matematika, pertama secara analisis yaitu dengan menggunakan kaidah-kaidah operasi matematika secara formal dan kedua secara numerik yaitu dengan menggunakan metode numerik untuk memperoleh nilai solusi hampiran dari solusi eksak. Cara ini biasanya dilakukan jika nilai eksak sukar dicari dengan cara analisis. Tahap-tahap dalam menyelesaikan masalah matematika secara numerik dengan memakai alat bantu komputer, secara umum adalah: pemodelan, pemilihan metode (algoritma) numerik, pemrograman (koding), dokumentasi dan penafsiran hasil.

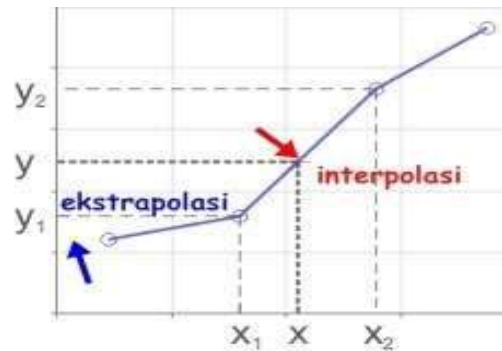
4. Interpolasi dan Ekstrapolasi

Interpolasi adalah sebuah proses untuk mendapatkan data di antara point data yang sudah didapatkan, sedangkan ekstrapolasi adalah proses untuk mendapatkan data di luar data yang kita dapat dengan cara memperhatikan *trend lines* dari data-data yang didapatkan. Didalam pengertian matematika dasar, interpolasi adalah perkiraan suatu nilai tengah dari satu set nilai yang diketahui. Interpolasi dalam arti luas merupakan upaya mendefinisikan suatu fungsi dekat suatu fungsi analitik yang tidak diketahui atau pengganti fungsi rumit yang tak mungkin diperoleh persamaannya analitiknya. Nilai suatu fungsi $y = f(x)$ diketahui berupa ordinat titik-titik $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ yang diskontinu (*discontinue*) atau diskrit (*discret*). Ekspresi analitik $y = f(x)$ tidak diketahui.

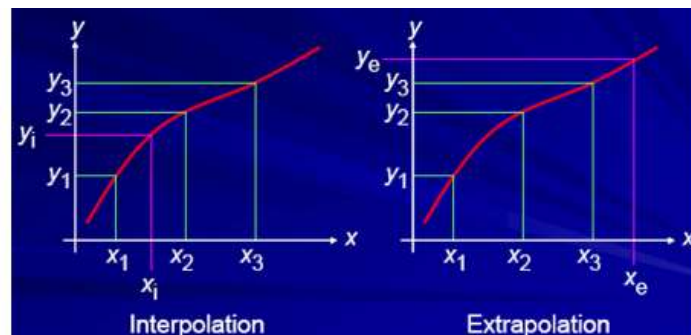
Interpolasi merupakan garis hasil menghubungkan semua data yang ada, jadi semua data yang ada harus dihubungkan. Atau juga merupakan metode yang digunakan untuk mengetahui nilai dari sesuatu yang berada didalam sebuah interval (diantara dua buah titik yang segaris). Interpolasi adalah suatu cara untuk mencari nilai di antara beberapa titik data yang telah diketahui. Dalam kehidupan sehari-hari interpolasi dapat digunakan untuk memperkirakan suatu fungsi dimana fungsi tersebut tidak terdefinisi dengan suatu formula, tetapi didefinisikan hanya dengan data-data atau tabel yang tersedia. Ada berbagai macam interpolasi berdasarkan fungsinya, di antaranya adalah interpolasi linier, interpolasi kuadrat, dan interpolasi polinomial. Di bawah ini merupakan gambaran grafik interpolasi.



Ekstrapolasi merupakan prediksi data atau *trend* dari data-data sebelumnya (prediksi untuk meneruskan data), atau merupakan metode menentukan sesuatu yang berada diluar sebuah interval. Di bawah ini merupakan gambaran grafik ekstrapolasi.



Untuk grafik perbedaan interpolasi dan ekstrapolasi sebagai berikut.



Salah satunya yang menggunakan metode ekstrapolasi adalah dalam memprediksikan naik turunnya kurs mata uang. Namun tidak semua kejadian di alam semesta ini bisa diprediksikan oleh metode yang memanfaatkan interpolasi dan ekstrapolasi. Fenomena yang tidak bisa kita selesaikan dengan memanfaatkan metode interpolasi dan ekstrapolasi adalah sesuatu yang *Chaotik (chaos)*, contohnya adalah fenomena alam.

C. Pembelajaran Matematika yang Menunjang Pariwisata

Matematika merupakan ide-ide abstrak yang ada di dalam pikiran manusia dan merupakan ilmu yang deduktif aksiomatik, dengan sasaran yang dipelajari adalah fakta, konsep, dalil/teorema dan keterampilan matematika. Dengan demikian untuk mempelajari matematika diperlukan strategi ataupun pendekatan yang sangat berbeda dibanding ilmu lain.

Ujung tombak keberhasilan pembentukan kompetensi siswa yang telah dirumuskan dalam kurikulum di setiap jenjang pendidikan adalah berhasilnya sebuah pembelajaran melalui pengalaman belajar yang terpilih. Masalahnya sekarang adalah bagaimana membuat sebuah pembelajaran berhasil? Melalui Kurikulum 2013 yang menghendaki setiap pembelajaran harus menggunakan pendekatan ilmiah (*scientific approach*) diharapkan dapat terwujud siswa yang produktif, kreatif, inovatif, afektif melalui penguatan sikap, pengetahuan dan keterampilan.

Perolehan pengetahuan dan keterampilan oleh siswa dalam pembelajaran matematika pada umumnya berlangsung berurutan dan siswa juga mempelajari sikap. Proses belajar sikap tidak berlangsung secara eksplisit, namun terintegrasi dalam belajar pengetahuan dan keterampilan matematika, sehingga pembinaan sikap dalam pembelajaran matematika sangat ditentukan oleh muatan bahan ajar yang dipelajari siswa dan desain kegiatan pembelajaran yang difasilitasi guru. Bila guru menghendaki siswa bersikap kritis, maka bahan ajar ketika mempelajari pengetahuan dan keterampilan matematika hendaknya memuat tugas atau pertanyaan yang melatih siswa agar kritis. Bila guru menghendaki siswa bersikap seperti prinsip-prinsip dalam mewujudkan pariwisata yang berkelanjutan maka bahan ajar ketika mempelajari pengetahuan dan keterampilan

matematika memuat tugas yang melatih siswa agar bersikap seperti prinsip-prinsip tersebut.

Sebagai contoh ketika mempelajari pengetahuan dan keterampilan matematika bahan ajar tentang interpolasi dan ekstrapolasi yang menghendaki siswa mempunyai sikap bahwa “Pembangunan pariwisata harus mampu menjamin keberlanjutan, memberikan keuntungan bagi masyarakat saat ini dan tidak merugikan generasi yang akan datang” (salah satu prinsip menuju pariwisata berkelanjutan), maka data statistik yang diberikan untuk dicari interpolasi dan ekstrapolasinya haruslah data yang berkaitan dengan pertumbuhan pariwisata yang memberikan keuntungan bagi masyarakat.

3. Simpulan dan Saran

Simpulan

1. Pembangunan pariwisata berkelanjutan berkaitan erat dengan usaha menjamin agar sumber daya alam, sosial dan budaya yang dimanfaatkan untuk pembangunan pariwisata pada generasi ini agar dapat dinikmati untuk generasi yang akan datang, tidak membawa dampak buruk dan dapat menyatu dengan lingkungan. Matematika sangat diperlukan dalam usaha mewujudkan pariwisata yang berkelanjutan, baik dari sudut manajemen, inovasi, dan dugaan masa depan kepariwisataan.
2. Materi pelajaran matematika yang terkait dengan usaha untuk mewujudkan pariwisata berkelanjutan antara lain dalam hal pengumpulan, penyajian, serta analisis data tentang kepariwisataan, khususnya tentang interpolasi dan ekstrapolasi.
3. Pembelajaran matematika yang sejalan dengan pelaksanaan Kurikulum 2013 khususnya dalam pencapaian Kompetensi Inti baik Kompetensi Inti 2 (KI-2) tentang Sikap, Kompetensi Inti 3 (KI-3) tentang Pengetahuan, dan Kompetensi Inti 4 (KI-4) tentang Keterampilan, dapat di kemas sedemikian hingga menunjang terwujudnya pariwisata berkelanjutan.

Saran

1. Kepada pengelola pariwisata diharapkan lebih mendalami materi matematika yang dapat digunakan untuk menunjang terwujudnya kepariwisataan yang berkelanjutan.
2. Para guru di sekolah hendaknya mampu mengemas pembelajaran matematika sesuai dengan kurikulum sehingga lebih menunjang terwujudnya kepariwisataan yang berkelanjutan.
3. Kepada ahli matematika diharapkan dapat menyampaikan penerapan konsep dan teori matematika yang lebih tinggi yang dapat digunakan untuk menduga kelanjutan bisnis pariwisata tetapi tidak merusak budaya bangsa.

Daftar Pustaka

- Adams, W. M., *Green Development Environment and Sustainability in the Third World* (London:Routledge, 1990).
- Anonim, *Agenda 21 Sektor Agenda Pariwisata untuk Pengembangan Kualitas Hidup Secara Berkelanjutan* (Jakarta: Proyek Agenda 21 Sektor Kerjasama Kantor Menteri Negara Lingkungan Hidup dan UNDP, 2000).
- Kemdikbud.2013. *Materi pelatihan Guru Implementasi Kurikulum 2013*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kemdikbud.2013. *Permendikbud Nomor 81A tentang Implementasi Kurikulum*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Richard Sharpley, “*Tourism and Sustainable Development: Exploring the Theoretical Divide*,” *Journal Of Sustainable Tourism*, VIII (1), 2000: 1-19.
- Kurniawati, Rina.2013. *Modul Pariwisata Berkelanjutan*. <https://rinakurniawati.files.wordpress.com/2013/modul-pariwisata-berkelanjutan.pdf>.
- Siswanto, “*Pariwisata Dan Pelestarian Warisan Budaya*”, Balai Arkeologi Yogyakarta, 2007

AKTIVITAS LABORATORIUM STATISTIKA VIRTUAL BERBASIS WEB DENGAN R-SHINY

I Made Tirta

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember,
email: itirta.fmipa@unej.ac.id; tirtaimade@gmail.com

Abstrak

Open Source Software (OSS)-R semakin populer dan diterima di kalangan para statistikawan di seluruh dunia. Selain karena mudah diperoleh, kemampuannya juga berkembang pesat dalam berbagai bidang ilmu (didukung buku referensi berkualitas dari penerbit ternama), serta bisa diakses baik lewat komputer *stand alone*, jaringan ataupun web. Kemampuan visualisasi grafik adalah salah satu kemampuan R yang mengungguli kemampuan *software* komersial sekalipun. Kemampuan grafik ini selain sangat bermanfaat untuk melengkapi hasil analisis data, juga bisa dipergunakan dalam pembelajaran untuk mengilustrasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep statistika yang abstrak. Jika dirancang dengan baik, hal ini diyakini dapat meningkatkan minat, motivasi dan pemahaman dalam belajar statistika baik teori maupun aplikasi. Dalam artikel ini dibahas dan diilustrasikan visualisasi konsep dan aplikasi statistika terutama yang berbasis web (melalui paket R-shiny). Visualisasi berbasis web dalam jangka menengah dan panjang berpotensi dikembangkan sebagai laboratorium statistika virtual berbasis web sebagai pusat analisis data dan belajar statistika.

Kata kunci: visualisasi, simulasi, grafik, pembelajaran statistika, berbasis web, R

1. Pendahuluan

Statistika berhubungan dengan dua aspek yang sangat penting yaitu aspek teori matematika (khususnya peluang, terutama terkait dengan teori sebaran) dan aspek aplikasi terkait ukuran dan kompleksitas data yang dihadapi. Kondisi ini menuntut para pengguna statistika selain harus memahami konsep dari teori yang mendasarinya juga harus terampil mengaplikasikannya dengan tepat sesuai kondisi data, serta memaknai hasil yang diperoleh. Data yang dihadapi mungkin saja bersifat kompleks (multivariat dengan skala yang berbeda), sehingga dalam prakteknya pengguna statistika perlu memiliki kemampuan dan keterampilan mengeksplorasi data, memilih teknik/ metode statistika terbaik yang sesuai dan menginterpretasikan hasilnya. Untuk melakukan kegiatan ini dengan baik dan cepat penggunaan *software* komputer menjadi mutlak, namun pemanfaatannya harus didukung dengan pemahaman yang memadai.

Terkait pembelajaran statistika, sebelum berkembangnya komputer, ilustrasi pengajaran peluang sebagian besar dilakukan dengan lempar koin dan dadu dan sejak kemajuan komputer yang pesat, visualisasi dan ilustrasi bisa digantikan dengan simulasi komputer yang banyak tersedia secara online (Blejec [1]). Secara khusus American Statistical Association dalam laporannya laporan yang terkenal dengan GAISE” for *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* pada tahun 2000 (Dalam Kahle [2]) merekomendasikan 6 hal terkait pembelajaran statistika. Laporan

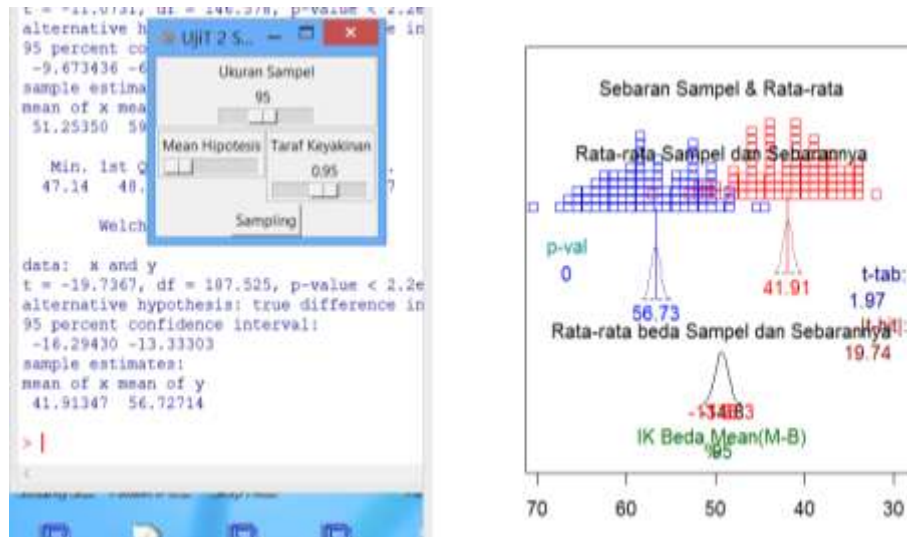
ini megindikasikan perlunya pemanfaatan teknologi dalam pembelajaran statistika yang dapat mendorong siswa menjadi pembelajar aktif, membantu mereka lebih memahami konsep dan tidak sekedar mendapat pengetahuan dan keterampilan menghitung.

Pemanfaatan teknologi (khususnya *software* komputer, bahkan secara online) dalam mendukung pembelajaran statistika telah dimulai sejak satu dekade yang lalu (Chance & Rossman [3], Mills dan Raju [4]). Dalam pemanfaatan simulasi dan visualisasi komputer, program ini harus dirancang dengan sebaik-baiknya (dalam penyusunan perangkat maupun dalam pemanfaatannya di kelas). Namun Lane [5] mengingatkan bahkan *software* yang dirancang dengan baik sekalipun jika pemanfaatannya tidak tepat hanya akan membuat mahasiswa menjadi pembelajar pasif (*passive learners*) sehingga pembelajaran menjadi tidak efektif untuk meningkatkan pemahaman. Namun, ilustrasi, visualisasi dan simulasi dalam pembelajaran statistika, jika dirancang dengan baik, diyakini dapat meningkatkan minat, motivasi dan pemahaman dalam belajar statistika baik teori maupun aplikasi yang dalam pendekatan tradisional dirasa sangat teoritis dan membosankan (Neumann *et al.* [6]).

2. OSS-R sebagai Software Analisis Data dan Media Pembelajaran Statistika

Salah satu *software* yang semakin populer dan banyak diterima di kalangan para statistikawan di seluruh dunia adalah *Open Source Software* (OSS)-R. Alasan utama populernya R adalah karena mudah diperoleh (ada jaminan selalu tersedia dimanapun seseorang bekerja). Selain itu kemampuannya juga berkembang pesat dalam berbagai bidang ilmu dengan dukungan banyak statistikawan dunia sebagaimana dikatakan oleh banyak statistikawan diantaranya McCullogh [7] dan Sanchez [9]. Sampai saat ini dengan versi 3.1.1 tidak kurang dari 4900 paket statistika untuk berbagai bidang resmi tersedia di situs mirror CRAN (Comprehensive R-Archive Network) salah satunya yang terdekat adalah yang ada di Universitas Jember (<http://cran.unej.ac.id>). Selain itu masih ada lagi paket khusus terkait bidang bioinformatika tidak kurang dari 800 paket program di situs Bioconductor (<http://www.bioconductor.org>). Saat ini aplikasi R dalam berbagai bidang sudah dituangkan dalam berbagai buku teks, yang sebagian besar tersedia dalam bentuk e-book (lihat <http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>) atau library genesis (<http://gen.lib.rus.ec/>).

Kemampuan visualisasi grafik adalah salah satu kemampuan R yang diakui bahkan mengungguli kemampuan *software* komersial sekalipun. Kemampuan grafik ini di satu sisi sangat bermanfaat untuk melengkapi hasil analisis data (dalam mengeksplorasi data dan memvisualisasikan hasil). Di sisi lain, kemampuan grafik ini juga bisa dimanfaatkan dalam pembelajaran untuk mengilustrasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep statistika yang abstrak. Kemampuan visualisasi dan animasi grafik dari R belum banyak dieksplorasi atau dimanfaatkan untuk menunjang pembelajaran statistika. Ada beberapa paket R yang secara khusus dibuat untuk membantu visualisasi konsep-konsep statistika seperti TeachingDemos (Snow [9]), StatDemos (Tirta [10]), animation (Xie [11]). Namun media tersebut pada umumnya memanfaatkan paket GUI seperti tcltk dan tkr-plot, lebih diperuntukkan untuk komputer *stand alone*, dimana untuk memanfaatkannya pengguna harus membuka R dan mengaktifkan paket-paket tersebut. Dengan kata lain, pengguna harus memiliki komputer yang didalamnya terinstal program R dan paket terkait. Dengan cara ini, jendela kontrol, jendela hasil dan grafik berada pada jendela yang terpisah sehingga tidak mudah memperoleh gambaran menyeluruh dengan cepat dan praktis (lihat Gambar 1)

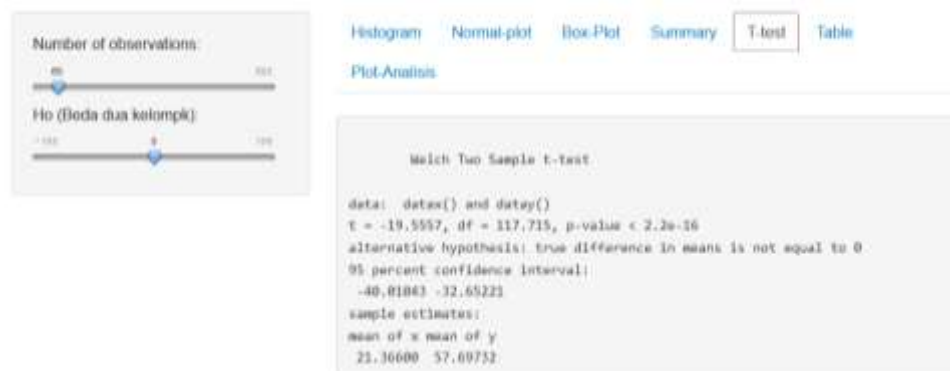


Gambar 1. Jendela kontrol (dengan tcltk), jendela grafik (dengan tkrplot) dan jendela hasil pada Rconsole dalam tiga jendela yang terpisah sehingga kurang praktis dan sulit mendapat gambaran dengan cepat.

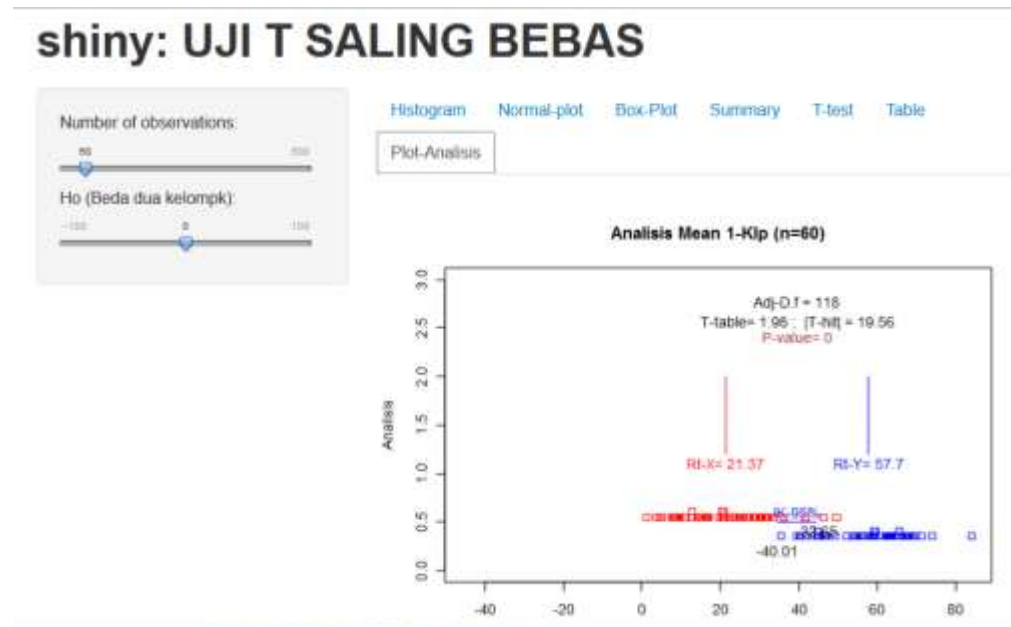
3. Aplikasi Berbasis Web dengan R-shiny

Sejak diperkenalkannya paket shiny (Rstudio and Inc [12]) terbuka peluang untuk membuat media pembelajaran berbasis web menggunakan R. Kelebihan dengan cara ini adalah seseorang dapat mengakses web (untuk melihat visualisasi dan simulasi statistika dalam rangka meningkatkan pemahamannya) tanpa harus menggunakan komputer yang berisi R sepanjang dia bisa akses ke web yang menyediakan web tersebut. Selain itu tampilan jendela kontrol dan hasil (baik teks maupun grafik) berada dalam satu tampilan web sehingga lebih mudah dibandingkan. Dengan model web ini dimungkinkan akses pembelajaran menjadi lebih fleksibel baik menggunakan tablet maupun smartphone. Namun bagi penyedia jasa hal ini membutuhkan usaha dan fasilitas yang lebih yaitu berupa server R-Studio dan Server-Rshiny. Pada Gambar 2 ditunjukkan salah satu tampilan R-shiny dengan output hasil uji (p-value, mean masing-masing dan interval beda mean). Sedangkan pada Gambar 3 dengan memilih tabset yang sesuai kita bisa melihat tampilan yang sama secara visual grafik.

shiny: UJI T SALING BEBAS



Gambar 2. Tampilan visualisasi dengan Shiny, Kontrol dan hasil berada pada laman yang sama dan bisa dipilih bergantian dengan tabset (normalplot, boxplot, hasil uji T dan grafik ilustrasi sebaran data). Pada Gambar ini ditampilkan luaran hasil uji T.



Gambar 3. Tampilan visualisasi dengan Shiny, Kontrol dan hasil berada pada laman yang sama dan bisa dipilih bergantian dengan tabset (normalplot, boxplot, hasil uji T dan grafik ilustrasi sebaran data). Pada Gambar ini ditampilkan sebaran data dan rata-ratanya.

Merancang Visualisasi dengan R-shiny

Agar visualiasi bermanfaat dalam meningkatkan pemahaman konsep statistika dan pemilihan metode yang dianggap paling sesuai dengan kondisi data maka beberapa hal yang harus diketahui dengan jelas.

1. **Persyaratan/asumsi** yang harus dipenuhi oleh data agar bisa dianalisis dengan metode tertentu. Dengan kata lain asumsi yang diperlukan oleh suatu metode agar bisa diaplikasikan dengan valid, misalnya persyaratan tentang jenis skala (misalnya interval, ordinal, nominal/kelompok) dan sebaran data (misalnya Gaussian, Poisson, Binomial).
2. **Kriteria inferensi dan goodness of fit- (GOF)** yang dijadikan acuan untuk melihat terpenuhi tidaknya asumsi dan kriteria yang bisa dijadikan acuan bahwa metode yang dipilih sudah merupakan metode yang terbaik (misalnya signifikan tidaknya estimasi yang dihasilkan, dan sebagainya).
3. **Alternatif-alternatif yang bisa dilakukan** agar pilihan metode yang diambil dapat lebih menjelaskan kondisi data yang sebenarnya. Dengan kata lain eksplorasi dan inovasi apa saja yang bisa dilakukan untuk memperbaiki model sehingga kriteria yang dijadikan acuan terpenuhi.

Berikut adalah contoh beberapa ilustrasi dengan komponen-komponen yang harus disiapkan

Tabel 1. Contoh Persiapan Eksplorasi Teori

No	Nama Uji	Asumsi	Kriteria Asumsi	Inferensi Penolakan Ho	Kesimpulan (GOF)
1	Uji T-1 kelompok	Data bersebaran Gaussian	1. Qqplot berbentuk garis lurus 2. Histogram relatif simetris 3. Boxplot relatif simetris tidak ada outlier 4. Uji normalitas tidak signifikan	1. Nilai T, 2. p-val <5% 3. Estimasi interval tidak memuahkan Ho	
2	Regresi Biasa	Respon Y bersebaran Gaussian	Idem	P-val Uji t Koefisien regresi <5% P-val untuk uji F <5%	R-square relatif besar (>0,5) AIC relatif kecil
3	Regresi biasa (+ Dummy)	Kemungkinan hubungan X dan Y tergantung pada kelompok G	Hubungan X dan Y linier Sebaran data pada diagram pencar membentuk garis lurus Keseragaman sebaran data dan Garis regresi masing-masing kelompok pada Diagram Pencar	Signifikansi koefisien dummy (p-val <5%)	Perubahan signifikansi Kenaikan R-square Penurunan AIC
4	GLM: Regresi dengan Respon tidak Normal (Cacahan atau Nominal)		Data tidak kontinu atau hubungan tidak linier	Signifikansi koefisien regresi Indikasi overdispersi	AIC terendah

Seiring dengan kebutuhan dasar di atas, komponen program Shiny dibedakan menjadi dua kelompok besar yaitu seperti berikut ini.

1. *User Interface*. Bagian ini yang bermanfaat untuk
 - a. **Panel Kontrol** adalah panel untuk mengontrol input berupa data, variabel, model, tergantung kompleksitas modul. Tampilan kontrol dapat berupa slider, radio button, check-box dan lain-lain. Berbagai contoh tampilan kontrol (seperti checkbox, radiobutton, slider, dan lain-lain) bisa dilihat pada Rstudio [12]
 - b. **Pemasukan nilai input** (data dengan berbagai jenis variabel yang diperlukan, pemilihan model)
 - c. **penyajian output** terkait hasil analisis/uji. Hasil output dapat berupa
 - i. grafik (histogram, diagram pencar, dan lain-lain)

- ii. bentuk angka/teks bisa berbentuk asli (verbatim) maupun dalam bentuk tabel.
- iii. Teks khusus dengan notasi matematika dengan format LaTeX.

Untuk mengakomodasi berbagai jenis keluaran tadi, shiny juga menyediakan berbagai format output seperti `plotOutput`, `textOutput`, `verbatimTextOutput`, `tableOutput` dan lain-lainnya.

Format output komputer dapat diatur sama dengan format hasil analisis yang sebenarnya, sehingga kemampuan menginterpretasikan sama persis dengan ketika mereka melakukan analisis data yang sebenarnya.

2. *Server*. Bagian ini merupakan otak dari program yang bertugas melakukan simulasi berbagai analisis data sesuai pilihan pengguna dan selanjutnya mengirim hasilnya ke bagian output. Bagian ini yang didukung oleh berbagai prosedur dan analisis data yang pada umumnya telah tersedia pada berbagai paket R.

Cara penyajian file ui dan file server ada dua macam yaitu

1. Membuat file `server.r` dan `ui.r` secara terpisah lalu diletakkan pada satu direktori yang diberi nama sesuai dengan topiknya. Selanjutnya yang dipanggil adalah nama direktorinya

Direktori: `shiny1`

File:

`-server.r`

`-ui.r`

Cara memanggil: `runApp("shiny1")`.

2. Menggabungkan file server dan ui dalam satu fungsi. Selanjutnya pemanggilan dilakukan dengan memanggil nama fungsinya.

```
fungsi.shiny1<-function(){
  ui=,
  server=
}
```

Cara memanggil: `fungsi.shiny1()`

3. R-shiny juga dilengkapi kemampuan untuk menampilkan rumus-rumus matematika dengan memanfaatkan MathJax yang memiliki sintaks mirip LaTeX.

```
withMathJax(
  helpText("Teks biasa $$simbol matematika $$"))
```

Untuk menjaga agar pengguna media tetap aktif (sehingga bermanfaat dalam meningkatkan pemahamannya dalam rangka memilih metode yang lebih baik serta memaknai hasilnya), maka media tersebut harus dilengkapi dengan petunjuk maupun pertanyaan yang harus didiskusikan dan dijawab oleh pengguna, tentang apa yang harus dia kerjakan, dibagian mana dia harus mencari, dan bagaimana menyimpulkan hasil akhirnya. Berikut adalah contoh mengeksplorasi uji regresi (sederhana, dengan dummy, GLM dan regresi Poisson dengan *overdispersion*).

Beberapa pertanyaan yang harus dijawab melalui eksplorasi ini adalah

Tujuan utama: adalah mengeksplorasi hubungan antara dua variabel apakah ada hubungan yang signifikan secara fungsional (bukan sekedar kecenderungan/korelasi)? Untuk itu mahasiswa harus melakukan eksplorasi (menjawab pertanyaan-pertanyaan) sebagai berikut ini.

1. Memilih dua variabel yang berpotensi memiliki hubungan linier sederhana dengan ciri-ciri merupakan variabel kontinu
2. Dilihat dari diagram pencar apakah ada indikasi hubungan linier yang signifikan?

3. Apakah persyaratan normalitas untuk respon terpenuhi (baik dilihat sekilas melalui grafik maupun uji statistik)?
4. Apakah koefisien regresi signifikan?
5. Apakah R-square cukup berarti?
6. Apakah data mengandung variabel kelompok ?
7. Apakah ada indikasi hubungan dua variabel diatas dipengaruhi oleh variabel kelompok?
8. Bagaimana hasil uji regresinya?
9. Adakah model yang dihasilkan lebih baik (ada peningkatan nilai GOF, baik dengan AIC maupun R)

Tingkat menengah (GLM) Bagaimana jika uji normalitas respon sebenarnya tidak terpenuhi?

10. Apakah pemilihan glm dengan salah satu jenis sebaran akan memberikan hasil yang lebih baik?
11. (Untuk data cacahan) apakah dengan sebaran Poisson memberikan hasil yang lebih baik dari pada regresi biasa?
12. Adakah indikasi overdispersion ?
13. Apakah kecocokan model masih bisa ditingkatkan?
14. Model mana yang dianggap terbaik?
15. Dapatkah menghitung hasil prediksi rata-rata Y untuk suatu nilai x tertentu (misalnya $x=50$, atau $x=100$)?

Dengan membuat input data secara acak, maka kemungkinan besar setiap mahasiswa yang memanfaatkan web ini akan menghadapi data yang berbeda, sehingga dapat ditekan kemungkinan hanya menyalin pekerjaan temannya. Apabila perangkat-perangkat ini dirancang dengan baik, maka layanan web ini dapat berfungsi sebagai laboratorium *virtual (online)* yang mempunyai berfungsi utama yaitu sebagai pusat pembelajaran untuk melatih/ meningkatkan pemahaman terhadap statistika. Apabila userinterface yang dibuat mampu membaca data dan menggunakan data dari pengguna maka layanan web ini juga dapat berfungsi sebagai pusat layanan analisis data *online*. Prototipe dari web ini dapat dilihat pada alamat sementara <http://103.241.207.58/>. Contoh tampilan web ini dapat dilihat pada Lampiran

Kelebihan dan Kekurangan Media Melalui R-shiny

Ada beberapa kelebihan simulasi dan simulasi statistika dengan R-shiny diantaranya adalah seperti berikut ini.

1. Bersifat modular, sehingga orang bisa membuat visualisasi untuk substansi/ topik tertentu yang selanjutnya dikumpulkan di satu situs.
2. Berbasis web, sehingga penelusuran/ eksplorasi dapat dilakukan tanpa perlu memiliki atau membuka R
3. Dapat diakses secara lebih luas (dari mana saja yang bisa mengakses web) dan lebih fleksibel (alat apa saja yang bisa akses internet).
4. Hasil lebih spontan dibandingkan dengan membuka menu berbagai pilihan analisis untuk satu data yang sama.
5. Menggunakan program statistika R yang juga banyak dipakai untuk analisis data. Dengan demikian apa yang dilihat atau disaksikan dalam simulasi tidak akan jauh berbeda dengan proses analisis data yang sebenarnya.
6. Dapat disajikan melalui web server ataupun didistribusikan seperti paket R lainnya.

Selain memiliki kelebihan di atas R-shiny juga memiliki kekurangan.

1. Visualiasi lebih ditekankan pada usaha pemahaman konsep yang lebih baik, bukan keterampilan melakukan analisis data, sehingga untuk bisa melakukan analisis data, mereka harus belajar secara khusus cara mengoperasikan R
2. Untuk menghasilkan paket media yang efektif dibutuhkan pemahaman yang memadai terhadap konsep statistika yang dibahas dan keterampilan pemrograman R-shiny.

Pemanfaatan Virtual Lab dan Sinkronisasi dengan Plugin RCommander

Untuk program reguler, keberadaan virtual laboratorium ini dapat dimanfaatkan untuk memperdalam atau memperkaya pemahaman terhadap konsep dan prosedur statistika secara mandiri, selain praktikum yang mungkin dilaksanakan secara reguler (tebimbing). Sebaliknya untuk program kelas jauh (seperti Universitas Terbuka dan sejenisnya), maka keberadaan virtual laboratorium ini justru dapat dimanfaatkan sebagai kegiatan pendahuluan sebelum kegiatan terbimbing. Agar kegiatan mandiri dan terbimbing lebih sinkron maka melalui kemampuan plugin, pada Rcommander perlu dibuatkan menu khusus untuk menampung pilihan yang belum ada pada Rcommander standar.

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

1. R memiliki kemampuan visualisasi yang sangat baik yang dapat dimanfaatkan untuk menyusun perangkat media pembelajaran statistika. Kemampuan ini kedepan akan semakin meningkat sehingga akan semakin memenuhi kebutuhan pengguna dan mahasiswa yang bervariasi.
2. Media yang berbasis web memiliki beberapa keunggulan diantaranya bisa diakses dengan lebih fleksibel, kontrol dan luaran yang lebih spontan.
3. Pemanfaatan media statistika harus dilengkapi dengan lembar tugas sehingga mahasiswa tetap menjadi pembelajar aktif dan kritis.
4. Pengembangan media berbasis web jika dirancang dengan baik berpotensi menjadi lab virtual sebagai pusat belajar statistika yang bermakna dan menarik.
5. Aplikasi berbasis web dengan R-shiny bersifat modular, topik statistik bisa dibuat visualisasinya secara independen

Saran

Statistikawan sekaligus pendidik Statistika Pengguna R dapat berkolaborasi untuk membuat modul berbasis web yang dilengkapi visualisasi R-shiny yang dikumpulkan bersama-sama sehingga membentuk pusat belajar statistika/ lab virtual.

Daftar Pustaka

- [1] Blejec, A. 2003. Teaching Statistics by Using Simulations on The Internet. *IASE/ISI Satellite*.
- [2] David Kahle. 2014. Animating Statistics: A New Kind of Applet for Exploring Probability Distributions. *Journal of Statistics Education* Volume 22, Number 2.
- [3] Chance, B and Rossman A. 2006. *Using Simulations to Teach and Learn Statistics*. ICOTS-7.
- [4] Mills, J.D., & Raju, D. 2011. Teaching Statistics Online: A Decade's Review of the Literature About What Works *Journal of Statistics Education* Volume 19, Number 2.

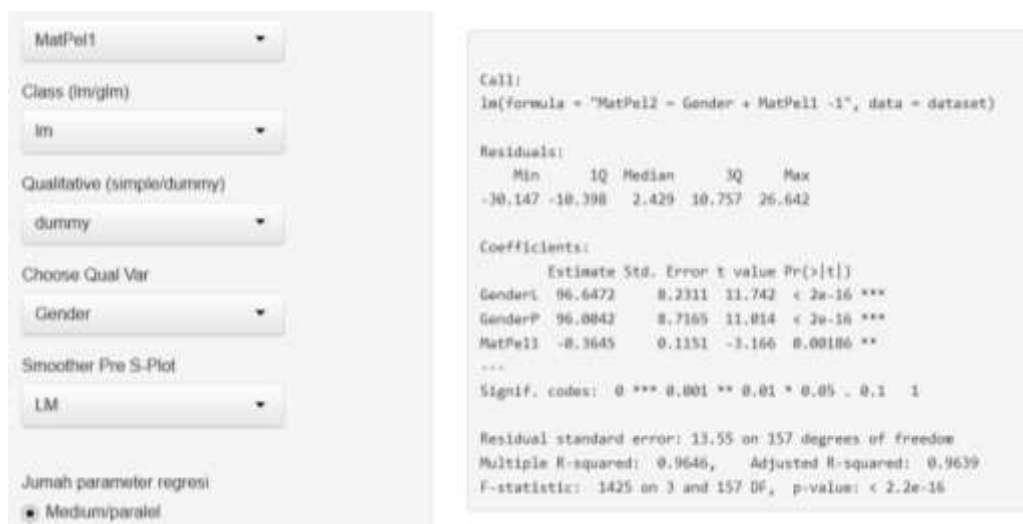
- [5] Lane, D.M. 2006. *Interactive Simulations In The Teaching Of Statistics: Promise And Pitfalls*. ICOTS-7.
- [6] Neumann, D.L., Neumann, M.M., & Hood, M. 2011. Evaluating computer-based simulations, multimedia and animations that help integrate blended learning with lectures in first year statistics. *Australasian Journal of Educational Technology* 27(2): 274-289
- [7] McCullogh, MD. 2010. Chapter 1 Econometric Computing with R. Dalam Vinod (Editor) *Advance in Social Science Research Using R*. Springer
- [8] Sanchez, G. 2013 *PLS Path Modeling with R*. Trowchez Editions. Berkeley, 2013. <http://www.gastonsanchez.com/PLS Path Modeling with R.pdf>
- [9] Snow. G. 2013. *TeachingDemos: Demonstration for teaching and learning*. R package version 2.9. <http://CRAN.R-project.org/package=TeachingDemos>
- [10] Tirta. IM. 2014. *Presentasi dan Analisis Data dengan R*. Jember University Press.
- [11] Xie, Y. 2013. animation: An R Package for Creating Animations and Demonstrating Statistical Methods. *Journal of Statistical Software*, 53(1): 1-27. URL <http://www.jstatsoft.org/v53/i01/>
- [12] RStudio and Inc. 2013. *shiny: Web Application Framework for R*. Rpackage version 0.8.1. <http://CRAN.R-project.org/package=shiny>
- [13] RStudio and Inc. Shiny Widget Gallery. <http://shiny.rstudio.com/gallery/widget-gallery.html> [September 2014]

Lampiran

Contoh Tampilan Web (<http://103.241.207.58/RProg/Glm/>)



Gambar 4. Contoh Tampilan Pilihan Scatter Plot (Pra Analisis Data)



Gambar 5. Contoh Tampilan Pilihan Menu “Summary-Reg” Regresi Biasa (LM, *Linear Model*), dengan variabel Gender sebagai *dummy*.

KAJIAN METODE QUANTUM LEARNING DAN METODE DEMONSTRASI TERHADAP HASIL BELAJAR KALKULUS

Ni Made Asih

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Udayana, asihmath77@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini ditujukan untuk mengevaluasi kinerja metode Quantum Learning dan metode Demonstrasi pada proses pembelajaran mata kuliah Kalkulus. Rancangan penelitian menggunakan *pre experimental Quantum Learning* dan Demonstrasi, diaplikasikan pada mahasiswa Jurusan Matematika yang memprogram mata kuliah Kalkulus II, sebagai sampel dari populasi adalah mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Udayana. Sampel berukuran 58 dipilih secara *purposive*, kemudian sampel diberikan pembelajaran Kalkulus II dengan tahapan metode yang berbeda. Hipotesis penelitian diuji dengan uji Wilcoxon. Hasil penelitian menunjukkan bahwa menerima H_0 karena tidak ada perbedaan hasil belajar dari kedua metode yaitu metode *Quantum Learning* dengan metode Demonstrasi, terlihat dari P value 0,216. Hal ini menunjukkan bahwa kedua metode dapat dilaksanakan dengan baik, ditunjukkan dari hasil belajar yang sama baik pada kelas Kalkulus II di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana.

Kata kunci: Metode *Quantum Learning*, Metode Demonstrasi, Kalkulus II, Hasil Belajar, Uji Wilcoxon

1. Pendahuluan

Pembelajaran yang diadakan dikelas kadangkala mengalami suasana yang menyenangkan dan membosankan, tergantung dari keadaan penunjang pembelajaran seperti saranaprasarana yang lengkap, pengajarnya atau dosennya, teman sekelas, materi yang dibahas dan metode pembelajaran yang dipakai pada saat pembelajaran berlangsung. Pada saat ini masih ada model pembelajaran di kelas menggunakan metode konvensional, akan tetapi memang metode ini masih tidak bisa lepas dari dunia pendidikan. Dewasa ini trend pendidikan matematika yang berkembang dapat diklasifikasikan salah satunya sebagai berikut (Fadjar Shadiq (1999): Peralihan dari teori pemindahan pengetahuan (*transfer of knowledge*) ke bentuk interaktif, investigasi, eksploratif, kegiatan terbuka, keterampilan proses, modeling dan pemecahan masalah. Kelas Kalkulus II di Jurusan matematika, terlihat hasil belajar siswa yang masih rendah untuk tahun belakangan ini, yang dilaksanakan dengan metode konvensional. Menurut Cockraft Report, lingkup tugas pengajar berkaitan dengan pemilihan pembelajaran yang seharusnya dikembangkan dikelas, direkomendasikan bahwa: "Pembelajaran matematika pada semua jenjang pendidikan hendaknya meliputi aktivitas, salah satunya sebagai kegiatan investigasi (*investigational work*)". Gagasan investigasi merupakan dasar yang baik untuk belajar matematika sendiri maupun dalam hal kegunaan matematika untuk memperluas pengetahuan dan masalah masalah disegala bidang' (Cockroft, 1982).

Dalam penelitian ini, peneliti menerapkan metode *Quantum Learning*, untuk meningkatkan hasil belajar siswa. Metode ini diharapkan dapat membangkitkan semangat siswa dengan memberikan motivasi belajar yang baik. Metode Demonstrasi juga diterapkan dalam penelitian ini, dengan tujuan untuk memberikan kesempatan kepada siswa untuk mendemokan aktivitas, daya kreativitas, dan ide-idenya di depan peserta perkuliahan. Harapan dari penerapan kedua metode ini adalah suasana belajar menjadi bergairah dan hasil belajar meningkat. Pada Metode demonstrasi menuntut siswa untuk lebih aktif dalam mengembangkan sikap dan pengetahuannya tentang matematika sesuai dengan kemampuannya masing masing, sehingga akibatnya memberikan hasil belajar yang lebih bermakna pada siswa. Sekarang karena kelas kalkulus II tahun ajaran 2013 terdiri dari siswa ada yang berasal dari jurusan SMK (IPA), maka peneliti ingin menerapkan metode *Quantum learning* dan metode Demonstrasi. Populasi penelitian adalah mahasiswa semester II yang mengambil mata kuliah Kalkulus II, dengan pengampilan sampel *secarapurposive sampling*. Permasalahan yang muncul yaitu: (1) Apakah metode *Quntum learning* berpengaruh terhadap hasil belajar siswa? dan (2) Apakah metode metode Demonstrasi berpengaruh terhadap hasil belajar siswa?. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mengevaluasi kinerja metode Quantum Learning dan metode Demonstrasi pada proses pembelajaran mata kuliah Kalkulus.

Quantum learning merupakan kiat, petunjuk, strategi dan seluruh proses belajar yang dapat mempertajam pemahaman dan daya ingat, serta membuat belajar sebagai suatu proses yang menyenangkan dan bermanfaat. Metode Quantum Learning pertama kali Metode kali dikembangkan oleh Bobbi DePorter di Supercamp. Quantum learning adalahseperangkat metode dan falsafah belajar yang terbukti secara efektif untuk semua umur dengan mengkombinasikan suasana lingkungan yang menyenangkan, penumbuhan rasa percaya diri, kemampuan berinteraksi dan keterampilan belajar (DePorter dan Hernacki, 2011: 15). Dalam quantum learning digunakan berbagai metode yang didukung dengan lingkungan yang menyenangkan dengan tujuan agar siswa lebih aktif dan gembira dalam proses pembelajaran.

Pengertian metode demonstrasi menurut Jusuf Djajadisastra, dkk. (1989:11) mengemukakan bahwa metode demonstrasi adalah suatu cara menyajikan bahan pelajaran dengan mempertunjukkan secara langsung objeknya atau cara melakukan kegiatan, atau prosesnya. Sedangkan menurut pendapat Nana Sudjana (2000:83) menyatakan bahwa demonstrasi merupakan metode mengajar yang sangat efektif, sebab membantu para siswa untuk mencari jawaban dengan usaha sendiri berdasarkan fakta (data) yang benar. Demonstrasi yang dimaksud ialah suatu metode mengajar yang memperlihatkan bagaimana proses terjadinya sesuatu. Lebih lanjut Syaiful Bahri Djamariah & Aswan Zain (1996:102) mengemukakan bahwa metode demonstrasi adalah cara penyajian bahan pelajaran dengan meragakan atau mempertunjukkan kepada siswa suatu proses, situasi, atau benda tertentu yang sedang dipelajari, baik sebenarnya ataupun tiruan, yang sering disertai dengan penjelasan lisan. Dengan metode demonstrasi, proses penerimaan siswa terhadap pelajaran akan lebih berkesan secara mendalam, sehingga membentuk pengertian dengan baik dan sempurna. Juga siswa dapat mengamati dan memperhatikan apa yang diperlihatkan selama pelajaran berlangsung. Berdasarkan beberapa pendapat yang telah dikemukakan di atas dapatlah ditarik suatu pengertian bahwa metode demonstrasi adalah suatu pengertian bahwa metode mempertunjukkan secara langsung objeknya, atau cara melakukan suatu kegiatan, atau prosesnya. Tujuan penggunaan metode demonstrasi ialah untuk menjelaskan suatu bahan pengajaran yang tidak mungkin hanya diberikan secara lisan saja. Hal itu erat sekali hubungannya dengan penjelasan-penjelasan yang bersangkutan dengan bentuk, warna, susunan, bagian-bagian dan proses kerja dari objek yang didemonstrasikan.

Dengan demikian kita melihat bahwa metode ini melengkapi metode-metode mengajar lainnya dalam usaha memberikan kejelasan mengenai sesuatu bahan pelajaran yang sedang diajarkan.

Hasil belajar merupakan bagian terpenting dalam pembelajaran. Nana Sudjana (2009: 3) mendefinisikan hasil belajar siswa pada hakikatnya adalah perubahan tingkah laku sebagai hasil belajar dalam pengertian yang lebih luas mencakup bidang kognitif, afektif, dan psikomotorik. Dimiyati dan Mudjiono (2006: 3-4) juga menyebutkan hasil belajar merupakan hasil dari suatu interaksi tindak belajar dan tindak mengajar. Dari sisi guru, tindak mengajar diakhiri dengan proses evaluasi hasil belajar. Dari sisi siswa, hasil belajar merupakan berakhirnya pengajaran dari puncak proses belajar. Benjamin S. Bloom (Dimiyati dan Mudjiono, 2006: 26-27) menyebutkan enam jenis perilaku ranah kognitif, sebagai berikut: (a) Pengetahuan, mencapai kemampuan ingatan tentang hal yang telah dipelajari dan tersimpan dalam ingatan. Pengetahuan itu berkenaan dengan fakta, peristiwa, pengertian kaidah, teori, prinsip, atau metode; (b) Pemahaman, mencakup kemampuan menangkap arti dan makna tentang hal yang dipelajari; (c) Penerapan, mencakup kemampuan menerapkan metode dan kaidah untuk menghadapi masalah yang nyata dan baru. Misalnya, menggunakan prinsip; (d) Analisis, mencakup kemampuan merinci suatu kesatuan kedalam bagian-bagian sehingga struktur keseluruhan dapat dipahami dengan baik. Misalnya mengurangi masalah menjadi bagian yang telah kecil; (e) Sintesis, mencakup kemampuan membentuk suatu pola baru. Misalnya kemampuan menyusun suatu program; (f) Evaluasi, mencakup kemampuan membentuk pendapat tentang beberapa hal berdasarkan kriteria tertentu. Misalnya, kemampuan menilai hasil ulangan. Berdasarkan pengertian hasil belajar di atas, disimpulkan bahwa hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa setelah menerima pengalaman belajarnya. Kemampuan-kemampuan tersebut mencakup aspek kognitif, afektif, dan psikomotorik. Hasil belajar dapat dilihat melalui kegiatan evaluasi yang bertujuan untuk mendapatkan data pembuktian yang akan menunjukkan tingkat kemampuan siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran.

Hasil belajar sebagai salah satu indikator pencapaian tujuan pembelajaran di kelas tidak terlepas dari faktor-faktor yang mempengaruhi hasil belajar itu sendiri. Sugihartono, dkk. (2007: 76-77), menyebutkan faktor-faktor yang mempengaruhi hasil belajar, sebagai berikut: (a) Faktor internal adalah faktor yang ada dalam diri individu yang sedang belajar. Faktor internal meliputi: faktor jasmaniah dan faktor psikologis dan (b) Faktor eksternal adalah faktor yang ada di luar individu. Faktor eksternal meliputi: faktor keluarga, faktor sekolah, faktor masyarakat.

2. Metode Penelitian

Rancangan penelitian ini menggunakan *pre experimental design*. Metode *Quantum Learning* dan Demonstrasi diaplikasikan pada mahasiswa Jurusan Matematika yang mengambil mata kuliah Kalkulus II. Sampel penelitian adalah mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Udayana, sebanyak 58 orang yang dipilih secara *purposive*, kemudian sampel diberikan pembelajaran Kalkulus II dengan tahapan metode yang berbeda. Hipotesis penelitian diuji dengan uji Wilcoxon.

Tahapan pelaksanaan metode demonstrasi mengacu pada Nana Sudjana (2000: 84) sebagai berikut: (1) Persiapan/perencanaan, menciptakan kondisi belajar untuk melaksanakan demonstrasi, dengan: (a) menetapkan tujuan demonstrasi, (b) menetapkan langkah-langkah pokok demonstrasi, (c) menyediakan alat demonstrasi, tempat; (2) Pelaksanaan, yaitu: (a) Menjelaskan dan mendemonstrasikan suatu prosedur atau proses, (b) Mengusahakan demonstrasi dapat diikuti dan diamati oleh seluruh siswa, (c) Tumbuhkan sikap kritis pada siswa sehingga terdapat tanya jawab, dan diskusi tentang masalah yang didemonstrasikan, (d) Memberikan kesempatan untuk mencoba sehingga siswa merasa yakin tentang kebenaran suatu prosedur atau proses, (e) Buatlah penilaian dari kegiatan siswa dalam demonstrasi tersebut; (3) Evaluasi/tindak lanjut, setelah demonstrasi selesai, berikanlah tugas kepada siswa baik secara tertulis maupun secara lisan, misalnya membuat karangan, laporan dan lain-lain.

Cara pelaksanaan metode *Quantum Learning* dalam penelitian ini peneliti hanya memberikan motivasi dan semangat belajar kepada siswa untuk lebih aktif dalam mengikuti Proses belajar mengajar. Ikut berperan aktif, selalu memperhatikan situasi kelas dan sebagainya. Peneliti akan bertanya dan menghampiri siswa secara langsung untuk memberikan semangat belajar dan memotivasi siswa dalam menuntun materi atau konsep dalam kalkulus II agar siswa lebih merasa diperhatikan dan di pantau proses belajarnya. Hal ini bertujuan untuk memotivasi siswa agar siswa semangat dan aktif dalam proses belajar mengajar (PBM).

Uji statistika yang dilakukan yaitu uji Wilcoxon dua sampel berpasangan, yaitu membandingkan pengaruh hasil dua perlakuan untuk data yang berpasangan, sebagai hasil perlakuan dari *quantum learning* dan hasil perlakuan dari metode Demonstrasi. Pengujian dua sampel berhubungan pada prinsipnya ingin menguji apakah dua sampel yang berpasangan satu dengan yang lainnya berasal dari populasi yang sama, dengan ciri-ciri kedua sampel mempunyai rata-rata dan median relatif sama untuk kedua sampel ataupun populasinya (Santoso, 2010). Hipotesis yang akan diuji adalah:

H_0 = Tidak ada pengaruh perbedaan metode *quantum learning* dan metode demonstrasi terhadap hasil belajar

H_1 = Ada pengaruh perbedaan metode *quantum learning* dan metode demonstrasi terhadap hasil belajar

Untuk tingkat kepercayaan 95% dan membandingkan z hitung dengan z table (nilai p yaitu 0,05 tolak H_0). Berikut adalah persamaan z hitung yang digunakan;

$$z = \frac{T - [\frac{1}{4}N(N+1)]}{\sqrt{\frac{1}{24}(N)(N+1)(2N+1)}}$$

Keterangan persamaan,

T = selisih terkecil

N = jumlah sampel

3. Hasil dan Pembahasan

Secara pelaksanaannya metode demonstrasi oleh peneliti dilakukan sebagai berikut yang didukung oleh teori di atas, pada proses pembelajaran mahasiswa semuanya terlihat antusias dan bersemangat karena mereka akan maju untuk mempresentasikan atau mendemonstrasikan materi yang akan mereka sampaikan (sebelumnya materi sudah dibagikan per kelompok). Tumbuhkan sikap kritis pada siswa sehingga terdapat tanya jawab, dan diskusi tentang masalah yang didemonstrasikan. Memberikan kesempatan untuk mencoba sehingga siswa merasa yakin tentang kebenaran suatu prosedur atau proses. Hasil observasi selama pembelajaran berlangsung dapat dilihat pada table 1.

Tabel 1 menyatakan bahwa yang berpartisipasi dalam pembelajaran demonstrasi ada sebanyak 58 orang dalam artian 100%, dilihat dari semua aspek penilaian sebagian besar siswa berperan aktif dalam proses belajar mengajar.

Tabel 1. Partisipasi Mahasiswa dalam Metode Demonstrasi

No	Aspek yang dinilai	Nilai	
		Jumlah	Persentase (%)
1.	Partisipasi	58	100
2.	Tanggung Jawab	55	94,83
3.	Ketrampilan/Psikomotorik	55	94,83
4.	Kemandirian	55	94,83
5.	Kriteria Keaktifan		
	a. Aktif	55	94,83
	b. Cukup Aktif	2	3,45
	c. Tidak Aktif	1	1,72

Cara pelaksanaan metode *Quantum Learning* dalam penelitian ini, peneliti hanya memberikan motivasi dan semangat belajar kepada siswa untuk lebih aktif dalam mengikuti proses belajar mengajar. Ikut berperan aktif, selalu memperhatikan situasi kelas dan sebagainya. Peneliti akan bertanya dan menghampiri siswa secara langsung untuk memberikan semangat belajar dan memotivasi siswa dalam menuntun materi atau konsep dalam kalkulus II agar siswa lebih merasa diperhatikan dan dipantau proses belajarnya. Hal ini bertujuan untuk memotivasi siswa agar siswa semangat dan aktif dalam proses belajar mengajar. Aspek penilaian siswa dalam mengikuti proses belajar mengajar dengan metode quantum learning dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Partisipasi Mahasiswa dalam Metode *Quantum Learning*

No	Aspek yang dinilai	Nilai	
		Jumlah	Persentase (%)
1.	Partisipasi	58	100
2.	Tanggung Jawab	50	86,21
3.	Ketrampilan/Psikomotorik	55	94,83
4.	Kemandirian	50	86,21
5.	Kriteria Keaktifan		
	a. Aktif	50	86,21
	b. Cukup Aktif	5	8,62
	c. Tidak Aktif	3	5,17

Pada tabel 2 terlihat bahwa setelah diadakan metode *quantum learning* dalam proses belajar mengajar, sebanyak 58 siswa aktif dan berpartisipasi (100%), berarti bahwa metode ini dilaksanakan dengan baik selama proses belajar mengajar berlangsung.

Sedangkan dari analisis Uji Wilcoxon untuk kedua metode yaitu metode demonstrasi dan metode *quantum learning* dapat dilihat pada Tabel 3. Uji Wilcoxon menggunakan ranking dari selisih data, terlihat dari tabel 3 bahwa negative rank terdiri dari 27 orang dengan rata-rata 28,35 dan Positive rank 23 orang dengan rata-rata 22,15, sedangkan yang mempunyai nilai sama ada 8 orang, sehingga dalam test statistic wilcoxon kedelapan orang tersebut tidak diikuti. Untuk perhitungan selanjutnya total data yang digunakan ada 50 orang.

Tabel 3. *Wilcoxon Signed Ranks Test*

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Demonstrasi-Q.L	Negative Ranks	27	28.35	765.50
	Positive Ranks	23	22.15	509.50
	Ties	8		
	Total	58		

Tabel 4. *Test Statistics*

	Demostarsi – Q.L
Z	-1.238
Asymp. Sig. (2-tailed)	.216

Test statistic dari Wilcoxon pada Tabel 4 menunjukkan bahwa z hitung adalah -1,238, z hitung < z table sebesar 1,96 yang artinya tolak H_0 , sedangkan untuk p valuenya adalah $0,216 > 0,05$, yang artinya adalah tolak H_0 , yaitu tidak ada pengaruh perbedaan metode *quantum learning* dan metode demonstrasi terhadap hasil belajar mahasiswa. Hal ini berarti kedua metode sama baik dilaksanakan di kelas Kalkulus dengan hasil belajar yang sama baik.

Dengan demikian dapat dinilai sejauh mana hasil demonstrasi dipahami mahasiswa. Seperti apa yang telah disebutkan dalam tujuan penggunaan metode demonstrasi, maka metode ini dipergunakan untuk menimbulkan pengertian ataupun tanggapan yang jelas mengenai sesuatu yang tidak dapat hanya diberikan melalui keterangan-keterangan secara lisan saja. Ada beberapa sebab mengapa metode demonstrasi dipergunakan (1) untuk merangsang minat belajar, (2) untuk merangsang motivasi belajar, (3) untuk mempercepat proses belajar, (4) untuk memperoleh tanggapan visual, auditif ataupun motorik atau gabungan dari ketiga-tiganya, yang jelas.

4. Kesimpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa menerima H_0 karena tidak ada perbedaan hasil belajar dari kedua metode yaitu metode Quantum Learning dengan metode Demonstrasi, terlihat dari P value 0,216. Hal ini menunjukkan bahwa kedua metode dapat dilaksanakan dengan baik, ditunjukkan dari hasil belajar yang sama baik pada kelas Kalkulus II di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana.

Daftar Pustaka

- Cockroft, W.H. 1986. *Mathematics Counts*. London: Her Majesty's Stationery Office
- Dimiyati dan Mudjiono. 1994. *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Fajar Shadiq. (2001). *Effective Mathematics Teaching Strategies Inspiring Progressive Students* (makalah disajikan pada "Pemaparan Hasil Pelatihan RECSAM 2") tanggal 18 Juni 2001). Yogyakarta: PPPG Matematika
- Djajadisastra, Jusuf. 1989. *Administrasi Pendidikan dan Metodologi Pengajaran*. Bandung: Proyek BPG Tertulis, Depdikbud.
- Nana Sudjana. 2000. *Dasar-dasar Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- Santoso, Singgih, 2002, *Statistik Nonparametrik Konsep dan Aplikasi dengan SPSS*, Kompas Gramedia, PT Elex Media Komputindo
- Djamariah, Syaiful Bahri dan Aswan Zain. 1996. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Rineka Cipta.

PENGARUH PEMBELAJARAN GEOMETRI VAN HIELE TERHADAP KEMAMPUAN ABSTRAKSI MATEMATIS UNTUK MENDUKUNG KURIKULUM 2013

Hamidah

STKIP Siliwangi Bandung, Jl Terusan Jenderal Sudirman Cimahi
shiroimida@gmail.com

Abstrak

Keterampilan yang baik dalam geometri mampu mendukung pemahaman siswa terhadap ilmu lain dalam matematika seperti ilmu menghitung, mengukur, dan lain lain. Kemampuan abstraksi merupakan kemampuan yang diperlukan dalam memahami geometri. Terdapat beberapa indikasi aktivitas yang menunjukkan proses abstraksi dalam belajar diantaranya mengidentifikasi karakteristik objek melalui pengamatan langsung dan membuat hubungan antar konsep untuk membentuk suatu pengertian baru. Untuk meningkatkan mutu pendidikan, kurikulum 2013 menjadi trend pendidikan di Indonesia saat ini. Namun implementasinya bukan merupakan hal yang sederhana dan memerlukan persiapan yang matang. Pembelajaran geometri Van Hiele merupakan salah satu pembelajaran yang mendukung kurikulum 2013 sekaligus memberi pengaruh positif terhadap kemampuan abstraksi matematis siswa. Terdapat lima fase berpikir dalam pembelajaran geometri Van Hiele yaitu fase pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan akurasi. Pembelajaran geometri Van Hiele mampu mengajak siswa untuk mengeksklore kemampuannya dalam melihat beberapa karakteristik yang berkaitan dengan geometri serta mengajak siswa untuk berpartisipasi aktif secara rutin selama proses pembelajaran.

Kata Kunci. Geometri Van Hiele, Abstraksi Matematis, Kurikulum 2013.

1. Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu pelajaran yang erat kaitannya dengan kehidupan nyata. Tidak sedikit hal maupun masalah yang ada disekeliling kita memerlukan ilmu matematika. Geometri merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang paling mudah dikaitkan dengan kehidupan nyata. Dengan demikian seharusnya cabang ilmu ini relatif mudah disampaikan oleh guru dan dipahami oleh siswa. Namun kenyataannya, geometri merupakan salah satu pokok bahasan yang kebanyakan tidak disukai oleh siswa. Wardhani & Rumiati (Safrina, 2014) menjelaskan bahwa hanya 20% siswa Indonesia dapat menjawab dengan benar salah satu soal pemecahan masalah geometri mengenai konsep keliling persegi, persegi panjang dan jajargenjang.

Geometri memiliki peran yang cukup besar terhadap proses berpikir siswa serta memiliki banyak keterkaitan dengan materi pada pelajaran lain. Seperti yang diungkapkan Kennedy & Tipps (Kania, 2010) bahwa dengan pembelajaran geometri mampu mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan mendukung banyak topik lain dalam matematika.

Selain kemampuan pemecahan masalah, salah satu kemampuan lain yang tertulis dalam KTSP (2006) yang merupakan tujuan umum mempelajari matematika adalah kemampuan abstraksi dan generalisasi. Cox (2003) juga menyebutkan bahwa salah satu kekuatan terbesar dan keindahan pada matematika adalah abstraksi. Seseorang yang memiliki kemampuan abstraksi yang tinggi mampu menggambarkan konsep matematis dalam sebuah permasalahan matematis dengan cara membangun sebuah model matematika. Kania (2010) menyebutkan bahwa salah satu indikator kemampuan abstraksi adalah merepresentasikan gagasan matematika dalam bahasa dan symbol-simbol matematika.

Usiskin (1982) menyebutkan bahwa salah satu faktor yang memberi pengaruh besar terhadap kemampuan matematika siswa adalah kualitas dari pembelajaran matematika. Untuk itu perlu satu pembelajaran yang berkualitas yang mampu memberi pengaruh besar terhadap kemampuan matematik khususnya kemampuan abstraksi siswa yaitu pada mata pelajaran yang berkaitan dengan geometri seperti kubus dan balok. Salah satu pembelajaran tersebut adalah pembelajaran geometri Van Hiele.

Terdapat lima fase berpikir dalam pembelajaran geometri Van Hiele yaitu fase pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan akurasi. Burger (1986) menyebutkan pembelajaran geometri Van Hiele mampu mengajak siswa untuk mengeksplor kemampuannya dalam melihat beberapa karakteristik yang berkaitan dengan geometri serta mengajak siswa untuk berpartisipasi aktif secara rutin selama proses pembelajaran.

Namun demikian untuk meningkatkan mutu pendidikan, kurikulum 2013 menjadi trend pendidikan di Indonesia saat ini. Bukan merupakan hal yang sederhana dan memerlukan persiapan yang matang untuk mengimplementasikannya. Untuk itu dalam kajian ini akan membahas secara umum mengenai penerapan pembelajaran geometri Van Hiele terhadap kemampuan abstraksi matematis siswa untuk mendukung kurikulum 2013.

2. Permasalahan

Adapun permasalahan yang muncul dalam tulisan ini adalah apakah pembelajaran geometri Van Hiele memberi pengaruh terhadap kemampuan abstraksi matematis siswa serta mendukung kurikulum 2013?

3. Pembahasan

Salah satu cabang ilmu matematika adalah geometri. Banyak konsep-konsep yang termuat dalam geometri sehingga cabang ilmu matematika ini mendapat posisi khusus dalam kurikulum matematika. Besar Bahasa Indonesia (2005) menuliskan bahwa terdapat beberapa sub yang dijelaskan dalam geometri diantaranya sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang.

Menurut teori Van Hiele (1999) dalam mengajarkan geometri terdapat lima fase berpikir yang berurutan yang harus dilakukan yaitu fase pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan akurasi. Buhari (2011) menambahkan bahwa dengan lima fase berpikir tersebut dapat mengajak siswa untuk berpikir ke tingkat yang lebih tinggi atau dikenal dengan *high order thinking*.

Fase pengenalan merupakan fase menyampaikan informasi yaitu siswa dikenalkan dengan domain yang akan mereka pelajari yang kemudian mengenal contoh dan bukan contoh dari domain tersebut. Fase analisis atau *guided orientation* yaitu siswa diajak untuk menyelesaikan baik berdiskusi atau individu soal-soal yang harus memiliki hubungan antar konsep. Fase pengurutan atau *explicitation* merupakan fase mengiring siswa untuk menuliskan relasi atau hubungan antar konsep pada fase analisis ke dalam bentuk gambar atau dengan kata-kata sendiri sesuai dengan topik yang sedang dibahas. Pada fase ini siswa menggunakan ide-ide mereka dalam mengungkap sifat-sifat dari topik yang sedang dibahas. Fase deduksi atau *orientation* merupakan fase yang mengajak siswa menyelesaikan soa-soal yang lebih kompleks dalam mengungkap dan

mengidentifikasi sifat-sifat dari topik yang dibahas. Terakhir adalah fase akurasi atau *integration* yaitu fase yang mengajak siswa untuk membuat ringkasan intisari materi yang mereka pelajari pada pertemuan dari fase pertama.

Implementasi pembelajaran geometri dengan teori belajar Van Hiele. Kegiatan belajar geometri dengan van hiele bermaksud untuk melatih kemampuan siswa berdasarkan tahapannya yaitu dimulai dari tahap visualisasi ke tahap analitik. Hal ini dikarenakan fase-fase pembelajaran geometri van hiele menyesuaikan dengan tahapan berpikir anak dengan memperhatikan tingkat kesukaran dimulai dari yang paling mudah samai ke tingkat yang lebih kompleks. Dengan fase-fase tersebut, guru dapat mengetahui perkembangan kognitif anak misalnya guru dapat mengetahui mengapa ada beberapa siswa belum memahami bahwa kubus merupakan balok atau guru dapat mengetahui mengapa masih ada siswa yang beranggapan bahwa persegi panjang bukan persegi.

Fase Pengenalan. Seperti namanya, fase pengenalan mengajak siswa untuk mengenal bangun-bangun geometri pada umumnya. Siswa mengenal bangun persegi, segitiga, bola dan lain sebagainya. Namun pada fase ini siswa belum diajak untuk memahami sifat-sifat dari bangun-bangun geometri tersebut. Misalnya saja dalam pembelajarannya siswa ditampilkan beberapa gambar bangun-bangun yang terdapat disekitar mereka seperti papan tulis, dan penghapus. Kemudian siswa diperkenalkan nama satu persatu bangun-bangun geometri dari benda tersebut yaitu persegi dan persegipanjang. Namun dalam fase ini siswa belum diberikan pemahaman mengenai sifat persegi mempunyai empat sisi yang sama besar.

Aktifitas yang dilakukan pada fase pengenalan yaitu:

1. Dengan menggunakan gambar bermacam-macam bangun segiempat, siswa diinstruksikan untuk memberi nama masing-masing bangun tersebut.
2. Guru mengenalkan kepada siswa beberapa kosakata khusus seperti sisi sejajar, sisi berhadapan, sudut berhadapan, simetri lipat dan simetri putar.
3. Guru menggali kemampuan, ide, dan pengetahuan siswa terhadap pengenalan gambar-gambar dengan cara tanya jawab.

Fase Analisis. Pada fase ini siswa diajak untuk mengenal sifat-sifat dari bangun-bangun geometri yang diberikan. Dalam pembelajarannya misalnya, siswa diberikan pemahaman mengenai jumlah rusuk dalam kubus atau jumlah sisi dalam balok. Namun demikian dalam fase ini siswa hanya menganalisis sifat-sifat dari bangun-bangun geometri. Siswa belum diberikan pemahaman mengenai hubungan antara bangun geometri yang satu dengan bangun geometri yang lainnya. Maksudnya adalah siswa belum diberikan pemahaman mengenai persegi adalah persegi panjang atau kubus adalah balok atau persegi adalah belah ketupat.

Aktifitas yang dilakukan pada fase analisis yaitu:

1. Siswa diberi instruksi untuk menyelidiki banyak sisi berhadapan yang sejajar berdasarkan model yang diberikan pada fase pengenalan.
2. Selanjutnya siswa diberi instruksi untuk menyelidiki apakah sudut setiap bangun pada model tersebut siku-siku atau tidak.
3. Siswa diminta untuk melipat model bangun-bangun yang disediakan, kemudian menyelidiki berapa banyak sumbu simetri tiap bangun tersebut dengan tujuan mengajak siswa menemukan sumbu simetri.
4. Siswa diarahkan untuk menemukan banyak pasangan sudut berhadapan yang sama besar dengan cara mengajak siswa melipat diagonal tiap bangun-bangun tersebut.
5. Siswa diminta untuk menyelidiki apakah sudut yang berdekatan membentuk sudut lurus, yaitu dengan cara mengajak siswa untuk memotong pojok yang berdekatan, kemudian menempatkan salah satu sisi potongan pertama berimpit dengan salah satu sisi potongan yang kedua.
6. Siswa juga diminta untuk menentukan apakah keempat sudut tersebut membentuk sudut putaran, yaitu dengan cara memotong semua pojoknya dan menempatkan

potongan tersebut sedemikian sehingga menutup bidang rata kemudian siswa diinstruksikan untuk menyelidiki apakah ada sisi yang sama panjang setelah mengukur panjang sisi-sisi beberapa segiempat. Siswa juga diinstruksikan untuk menyelidiki apakah diagonal suatu segiempat sama panjang.

Fase Pengurutan. Fase pengurutan merupakan fase yang mengajak siswa untuk memahami urutan dari bangun-bangun geometri. Misalkan dalam pembelajarannya siswa diberikan pemahaman mengenai persegi adalah persegi panjang, kubus adalah balok, atau jajargenjang adalah trapesium. Fase ini juga biasa disebut fase penjelasan dimana pada fase ini siswa mengetahui alasan mengenai persegi adalah persegi panjang karena persegi mempunyai sifat yang sama dengan persegi panjang.

Aktifitas yang dilakukan pada fase pengurutan yaitu:

Setelah diberi bermacam-macam potongan segiempat, siswa diarahkan untuk mengelompokkan bermacam-macam segiempat berdasarkan sifat-sifat tertentu misalnya:

1. Segiempat yang memiliki sisi-sisi yang sejajar
2. Segiempat yang memiliki sudut-sudut yang siku-siku
3. Segiempat yang memiliki sisi-sisi yang sama panjang

Fase Deduksi. Deduksi artinya menarik kesimpulan secara deduktif. Pada fase ini siswa diajak untuk menarik kesimpulan dari hal-hal yang bersifat umum menuju hal-hal yang bersifat khusus. Dalam pembelajarannya misalnya siswa diajak untuk membuktikan rumus luas lingkaran dengan membagi lingkaran menjadi beberapa juring yang sama besar yang kemudian disusun membentuk bangun datar yang lain seperti persegi, persegi panjang, atau segitiga. Dalam pembelajarannya fase ini dapat juga dilakukan misalnya dengan mengajak siswa menunjukkan jumlah sudut segitiga adalah 180^0 dengan menggunakan prinsip kesejajaran yaitu dengan memotong-motong sudut-sudut pada bangun segitiga. Pada fase ini sangat penting menggunakan definisi, aksioma, dan teorema dalam menunjukkannya.

Aktifitas yang dilakukan pada fase deduksi yaitu dengan menggunakan potongan-potongan segitiga, kemudian siswa diarahkan untuk membentuk segiempat dari segitiga tersebut dan menyebutkan nama segiempat yang telah terbentuk.

Fase Akurasi. Fase akurasi merupakan fase terakhir dalam pembelajaran geometri Van Hiele. Dalam fase ini siswa ditanamkan pentingnya ketepatan yang mendasari suatu pembuktian dan pemahaman terhadap geometri. Fase ini siswa dituntut untuk berpikir lebih kompleks dalam memahami atau menyelesaikan masalah.

Aktifitas yang dilakukan pada fase deduksi yaitu:

Secara bersama-sama siswa dibimbing untuk menyimpulkan sifat-sifat tertentu dari segiempat seperti:

1. Sifat persegipanjang adalah
2. Sifat persegi adalah
3. Sifat belah ketupat adalah
4. Sifat layang-layang adalah

Keterkaitan yang bisa dilihat adalah banyak dari fase-fase dalam pembelajaran geometri Van Hiele yang dapat mempengaruhi secara positif kemampuan matematika siswa terutama kemampuan abstraksi matematik. Abstraksi merupakan salah satu alasan sulitnya memahami pembelajaran matematika. Jika ditinjau dari karakteristik matematika, maka perlu suatu proses pembelajaran yang dapat mengajak siswa memahami pembelajaran matematika yang abstrak. Skemp (Nurhasanah, 2010) abstraksi merupakan suatu proses yang terjadi pada tahapan pengenalan karakteristik yang sama pada suatu objek melalui hal-hal yang siswa ketahui sebelumnya yang kemudian kesamaan tersebut menjadi bekal untuk mengklasifikasi dan mengenal objek tersebut lebih dalam.

Nurhasanah (2010) menjelaskan bahwa terdapat beberapa aktivitas yang mengindikasikan proses abstraksi sedang berlangsung yaitu a) mengidentifikasi karakteristik objek melalui pengamatan langsung. b) Mengidentifikasi karakteristik objek yang

dimanipulasikan atau diimajinasikan; c) membuat generalisasi; d) merepresentasikan gagasan matematika dalam simbol-simbol matematika; e) melepaskan sifat-sifat kebendaan dari sebuah objek atau melakukan idealisasi; f) membuat hubungan antar proses atau konsep untuk membentuk suatu pengertian baru; g) mengaplikasikan konsep pada konteks yang sesuai; dan h) melakukan manipulasi objek matematis yang abstrak. Hal ini menunjukkan bahwa dalam proses pembelajaran matematika, berkaitan dengan proses abstraksi yang terjadi adalah siswa belajar sebuah konsep matematika, objek matematika, dan kemudian siswa memahami hubungan dari konsep dan objek tersebut.

Dalam kurikulum 2013, pembelajaran saintifik matematik merupakan salah satu model pembelajaran yang dirujuk yang memenuhi kriteria kurikulum 2013. Salah satu tahapannya adalah mengamati. Dalam matematika, objek matematika yang dipelajari siswa merupakan buah pikiran manusia sehingga masih bersifat abstrak. Proses mengidentifikasi objek matematika dalam matematika dikelompokkan menjadi dua yaitu mengamati fenomena dalam lingkungan kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan objek matematika tertentu dan mengamati objek matematika yang abstrak. Proses pengamatan objek yang berkaitan dengan materi yang sedang berlangsung akan memancing siswa memberi pernyataan terhadap objek tersebut yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari yang kemudian dituangkan dalam bahasa matematika. Kegiatan mengamati dengan mengumpulkan dan memahami kebenaran objek matematika yang abstrak dapat menghasilkan definisi, aksioma, teorema, sifat, grafik dan lain sebagainya. Proses pembelajaran seperti ini diharapkan dapat melatih siswa untuk mengembangkan ketelitian dan kemampuan mencari informasi.

Fase pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan akurasi dalam proses pembelajaran geometri Van Hiele mampu mengajak siswa untuk menggeneralisasi materi yang sedang dipelajari. Mustofa (2009) menuliskan bahwa berpikir matematis adalah kegiatan yang melibatkan proses berpikir abstraks atau generalisasi. Selanjutnya Tall (1991) menyebutkan bahwa abstraksi adalah suatu proses siswa dalam menggambarkan situasi atau permasalahan yang dihadapi ke dalam suatu konsep yang lebih sederhana melalui konstruksi. Hal ini sejalan dengan pendapat Van Oers (2007) yang menyebutkan bahwa abstraksi juga merupakan suatu proses kontruksi yang melihat hubungan-hubungan dari sebuah objek kemudian dipresentasikan sebagai sebuah model simbolik yang abstrak.

Soedjadi (Nurhasanah, 2010) mengemukakan bahwa objek utama yang dipelajari damatematika adalah abstrak Objek dasar ini diantaranya: a) Konsep, untuk menggolongkan beberapa objek matematika yang merupakan suatu ide abstrak. Misalnya, bangun datar, bangun ruang, segitiga, segiempat, balok, kubus, dan lain-lain merupakan nama suatu konsep abstrak. Konsep erat kaitannya dengan definisi yaitu merupakan ungkapan suatu konsep. Dengan adanya definisi atau ungkapan suatu konsep siswa dapat menggambarkan ilustrasi atau lambang dari konsep yang dimaksud secara terarah. b) Prinsip, merupakan objek matematika yang kompleks. Prinsip merupakan kumpulan beberapa konsep yang dikaitkan dengan suatu relasi/operasi. Dengan kata lain prinsip merupakan suatu hubungan antar berbagai objek matematika yang berupa aksioma, teorema dan sifat. c) Operasi, merupakan pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika lainnya seperti penjumlahan, pengurangan, pembagian, perkalian, akar kuadrat, gabungan, dan irisan.

Kurikulum 2013 dipersiapkan guna mempersiapkan lahirnya generasi berkualitas bangsa indonesia dengan mengajak siswa lebih terampil dan berperan aktif selama proses pembelajaran. Robert Gagne (Dhika, 2014) menyebutkan bahwa keterampilan matematika merupakan suatu proses mengoperasikan atau menyelesaikan permasalahan matematika dengan prosedur yang cepat dan tepat. Dalam proses pembelajaran sesuai dengan perkembangan zaman, selain terampil dalam menyelesaikan permasalahan matematika siswa juga dituntut untuk dapat mengembangkan potensinya untuk terampil dalam banyak hal seperti terampil memberi penguatan dalam berargumen atau

menanggapi argumen, terampil bereksplorasi baik dalam aspek sikap pengetahuan. Namun demikian peran guru sangat penting dalam memfasilitasi tercapainya kompetensi yang diharapkan tersebut.

Kurikulum 2013 sudah merancang suatu kegiatan pembelajaran dengan memperhatikan beberapa prinsip yaitu: berpusat pada peserta didik, mengembangkan kreativitas peserta didik, menciptakan kondisi menyenangkan dan menantang, bermuatan nilai etika estetika logika dan kinestetika, dan menyediakan pengalaman belajar yang beragam melalui penerapan berbagai strategi dan metode pembelajaran yang bermakna.

Lie (2012), teori kurikulum menyebutkan bahwa keberhasilan suatu kurikulum memerlukan proses yang panjang mulai dari banyaknya argumen mengenai konsep ideal pendidikan, sarana dan prasarana, sampai persiapan siswa dan persiapan pendidik terhadap kurikulum tersebut. Untuk implementasi kurikulum 2013, kementerian pendidikan nasional sudah mempersiapkan tiga hal yaitu kurikulum harus berkaitan dengan buku pegangan dan buku siswa, memberikan pelatihan kepada guru secara bertahap, dan tata kelola.

Pembelajaran geometri Van Hiele mampu mendukung kurikulum 2013, hal ini dikarenakan fase-fase yang diterapkan Van Hiele memberi kontribusi dalam mengajak siswa berperan aktif mengeksplor kemampuan geometrinya. Pembelajaran yang diterapkan Van Hiele memberikan pengalaman belajar yang mengajak siswa terlibat langsung secara bertahap sehingga mampu mengembangkan kreatifitas siswa serta kemampuan matematik siswa.

4. Simpulan

Secara umum disimpulkan bahwa pembelajaran geometri Van Hiele memberi pengaruh terhadap kemampuan abstraksi matematis siswa serta mendukung kurikulum 2013. Hal ini dimaksudkan bahwa pembelajaran geometri Van Hiele baik digunakan dalam pembelajaran matematika terutama dalam pembelajaran geometri. Lebih lanjut, pembelajaran geometri Van Hiele mendukung agenda Kementerian untuk implementasi kurikulum 2013.

5. Saran

Disarankan, guna mendukung proses pembelajaran geometri Van Hiele diperlukan suatu media atau *software* matematika. Selanjutnya, disarankan untuk dilakukan penelitian dan kajian lebih lanjut berdasarkan kajian ini disertai dengan menelaah aspek kognitif, afektif, dan psikomotor siswa.

Daftar Pustaka

- Buhari, B. 2011. *Teori Level Van Hiele dalam Pembelajaran Geometri*. (Online). (<http://bustangbuhari.wordpress.com>, diakses 28 Juni 2012).
- Burger & Shaughnessy. 1986. Characterizing The Van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48
- Cox, B. 2003. Researching the Teaching and Learning of Mathematics: *Proceedings of MATHED Intensive Programme 2003 How can we inspire our mathematics students?*. Aston University and MSOR Subject Centre of the Higher Education Academy
- Dhika (2012). Dasar-Dasar Keterampilan Matematika serta Peranannya dalam IPA, Teknologi, dan Masyarakat. (Online). (<http://mahasiswa-sibuk.blogspot.com/2012/01/dasar-dasar-keterampilan-matematika.html>, diakses 1 Oktober 2014)
- Kamus Besar Bahasa Indonesia. 2005. Departemen Pendidikan Nasional Jakarta: Balai Pustaka

- Kania, A. 2010. *Peningkatan Level Berpikir Geometri Van Hiele melalui Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Cabry Geometry*. Skripsi. FPMIPA UPI
- Lie. 2012. Struktur Kurikulum 2013. (Online). (<http://www.kemdiknas.go.id/kemdikbud/uji-publik-kurikulum-2013-4>, diakses 6 Oktober 2014)
- Mustofa, A. (2009). Strategi pemecahan Masalah matematika. (Online) (<http://kangguru.wordpress.com/.../teknik-pemecahan-masalah-ala-g-polya.html>, diakses 1 Juli 2012)
- Nurhasanah, F. 2010. *Abstraksi Siswa SMP dalam Belajar Geometri Melalui Penerapan Model van Hiele dan Geometers' Sketchpad*. Tesis PPS UPI Bandung
- Safrina, K. 2014. Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri melalui Pembelajaran Kooperatif Berbasis Teori Van Hiele. (Online). ([file:///C:/Documents%20and%20Settings/Mr.%20Sutia/My%20Documents/Downloads/1333-2528-1-SM%20\(1\).pdf](file:///C:/Documents%20and%20Settings/Mr.%20Sutia/My%20Documents/Downloads/1333-2528-1-SM%20(1).pdf) , diakses 3 Oktober 2014)
- Tall, D. 1991. Advanced mathematical thinking. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers Group
- Usiskin, Z. 1982. Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project.) Chicago: University of Chicago. (ERIC Document Reproduction Service No. ED220288)
- Van Hiele, P.M. 1999. *Developing Geometric Thinking Through Activities That Begin With Play*. Teaching Children Mathematics. (pp 310-316). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Van Oers, K. 2007. *The need for interdisciplinary research in personality studies-invited commentary*. Eur. J. Personality 21: 635-637

PELATIHAN METODE STATISTIKA DALAM PENELITIAN TINDAKAN KELAS DI SMPN 2 KUTA

I Wayan Sumarjaya¹, Yan Ramona, Ni Nyoman Rupiasih,
James Sibarani, Martin Joni, I Gusti Agung Widagda

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Udayana, email: ¹sumarjaya@unud.ac.id

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk melihat apakah pelatihan metode statistika dalam penelitian tindakan kelas (PTK) mampu meningkatkan pemahaman guru-guru di SMPN 2 Kuta dalam menggunakan statistika dasar dalam laporan PTK. Peserta pelatihan ini adalah para guru mata pelajaran yang berbeda-beda di SMPN 2 Kuta. Pelatihan terdiri dari pretest, presentasi, sesi tanya-jawab, dan posttest. Secara umum, peserta menyatakan bahwa pelatihan membantu dalam memahami data dan analisisnya dalam penelitian tindakan kelas.

Kata kunci: penelitian tindakan kelas, metode statistika

1. Pendahuluan

Sebagai seorang pendidik profesional guru dituntut untuk mengembangkan diri secara berkelanjutan sesuai dengan amanah Undang-Undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen. Salah satu wujud pengembangan diri ini adalah dengan melakukan penelitian dan menulis laporan hasil penelitian tersebut.

Pada hakikatnya guru adalah seorang peneliti (Isjoni, 2006). Lebih lanjut menurut Isjoni (2006) seorang guru, baik secara langsung maupun tidak, bertekun dengan penelitian baik di dalam kelas maupun di luar kelas, di sekolah atau di luar sekolah. Dalam kehidupan sehari-hari seorang guru berurusan dengan pekerjaan yang melibatkan siswa di kelas. Sebagai salah satu refleksi terhadap apa yang telah dilakukan di kelas seorang guru melakukan penelitian yang disebut penelitian tindakan kelas (*classroom action research*) (lihat juga Kunandar, 2008).

Penelitian tindakan kelas (PTK) didefinisikan sebagai penelitian yang dilakukan guru di dalam kelas melalui refleksi diri yang bertujuan memperbaiki kinerja sebagai guru sehingga hasil belajar siswa meningkat (lihat Aqib, dkk. 2008; PLPG Undiksha, 2013). Ada empat fase dalam PTK yakni fase perencanaan (*planning*), fase pelaksanaan (*action*), fase pemantauan (*observation*), dan fase refleksi (*reflection*).

Salah satu fase penting dalam PTK adalah fase pemantauan. Pada fase ini dikumpulkan data hasil belajar siswa, hasil wawancara dengan siswa atau data lain yang relevan dengan kegiatan belajar mengajar. Secara garis besar data dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu data kuantitatif maupun data kualitatif. Data kuantitatif merupakan data yang dapat dinyatakan sebagai angka atau numerik misalnya nilai ulangan siswa. Sedangkan data kualitatif merupakan data yang tidak dapat dinyatakan sebagai angka, namun biasanya menyatakan kategori atau urutan; sebagai contoh data

tanggapan siswa terhadap pertanyaan guru berupa jawaban "tidak setuju", "setuju", dan "sangat setuju" atau uraian yang sifatnya deskriptif.

Secara umum PTK dibedakan dengan penelitian formal. Penelitian formal memerlukan rancangan penelitian, prosedur penelitian, dan analisis data yang kompleks sehingga hasilnya dapat digeneralisasikan. Sebaliknya, PTK lebih longgar baik dalam merancang maupun analisis datanya. Perbedaan PTK dan penelitian formal dapat dilihat pada Kunandar (2008). Namun demikian, pemahaman yang benar dan tepat tentang data dan analisisnya akan membantu guru dalam memahami apa yang terjadi pada siswa dengan lebih tepat. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memahami dan menganalisis data tersebut adalah metode statistika.

Secara garis besar metode statistika ini terbagi dalam dua kelompok: statistika deskriptif dan statistika inferensial. Statistika deskriptif memberikan gambaran tentang data seperti nilai maksimum, nilai minimum, atau nilai rata-rata siswa. Selain itu, statistika deskriptif juga dapat memvisualisasikan hasil belajar siswa melalui plot data, diagram batang-daun (*stem-and-leaf plot*), atau histogram misalnya. Apabila tujuan peneliti ingin mengambil simpulan berdasarkan sampel yang diambil, peneliti melakukan statistika inferensial. Statistika inferensial meliputi pengujian terhadap hipotesis dan membuat simpulan menggunakan statistik uji. Namun, mengingat banyaknya alat dalam metode statistika, seorang peneliti (dalam hal ini guru) perlu mengetahui penggunaan metode statistika yang benar sehingga simpulan yang diambil valid. Dengan kata lain, guru perlu mengetahui metode statistika yang benar untuk menghindari kesalahan-kesalahan umum dalam penggunaan statistika seperti yang terdapat dalam Good dan Hardin (2006).

Hanya dengan mengambil simpulan yang sah dan valid seorang guru akan mengambil tindakan yang tepat dalam fase refleksi. Namun, sayangnya kondisi ini belum bisa dicapai. Bahkan, minat meneliti guru masih rendah (Isjoni, 2006) atau bahkan masih terasa asing bagi guru (Albertus, 2011). Dalam suatu sesi tanya jawab workshop tentang penggunaan metode statistika dalam PTK pada kegiatan Kompetisi Matematika dan Statistika 2013, Sumarjaya (2013) menyimpulkan bahwa sebagian besar guru belum memahami atau menyadari pentingnya penggunaan metode statistika dalam PTK. Bahkan ada guru yang tidak tahu kalau dalam analisis data seharusnya menggunakan metode statistika.

Berdasarkan uraian tersebut di atas, diperlukan upaya untuk menyebarluaskan penggunaan metode statistika yang benar dalam penelitian tindakan kelas di SMPN 2 Kuta dalam rangka meningkatkan mutu proses belajar mengajar dan meningkatkan keprofesionalan guru.

2. Metode Pemecahan Masalah

Tahap pemecahan masalah untuk mengatasi masalah tersebut di atas adalah sebagai berikut. Pertama, para guru peserta pelatihan mengumpulkan data PTK, data ini dapat berupa data hasil ulangan harian siswa atau data relevan lainnya. Data tersebut selanjutnya diklasifikasikan menjadi data kuantitatif atau data kualitatif. Kedua, berdasarkan data yang diperoleh tersebut kemudian para guru menganalisis data dengan metode statistika yang tepat dengan terlebih dahulu membuat hipotesis PTK. Hasil analisis ini dituangkan dalam draf laporan PTK. Selanjutnya, pelatihan dilaksanakan untuk memberikan gambaran tentang bagaimana data dikumpulkan dan untuk selanjutnya dianalisis. Untuk keperluan analisis dapat digunakan perangkat lunak Microsoft Excel dan atau R. Selanjutnya, pelatihan untuk mengambil simpulan dari hasil analisis tersebut. Terakhir, mengevaluasi kemampuan para guru peserta pelatihan dalam menggunakan statistika dengan benar. Evaluasi berbentuk revisi draf laporan para peserta pelatihan dalam penggunaan metode statistika dalam laporan PTK dan pemberian umpan balik kepada para peserta pelatihan.

3. Hasil dan Pembahasan

Kegiatan pelatihan diikuti oleh 25 orang guru dari berbagai bidang mata pelajaran seperti matematika, IPA, IPS, bahasa Inggris, bahasa Indonesia, TIK, dan penjasorkes. Sebelum pelatihan para peserta diberikan praui (tes awal) berupa kuesioner dan uji pilihan berganda pengetahuan tentang statistika dasar. Kuesioner diberikan untuk mendapatkan gambaran awal para peserta pelatihan, sedangkan uji pilihan berganda (*multiple choice*) diberikan untuk mengetahui pemahaman konsep dasar statistika. Tabel 1 memberikan informasi kondisi awal peserta pelatihan.

Tabel 1 Kondisi Peserta Pelatihan

Kondisi Peserta	Jumlah (orang)
Pernah melakukan PTK	7
1. menggunakan metode statistika	5
2. tidak menggunakan metode statistika	2
Belum pernah melakukan PTK	16

Setelah pelaksanaan praui dan workshop, selanjutnya dilakukan prascaui dan evaluasi. Tujuan pascaui adalah untuk mengetahui bagaimana penyerapan materi pelatihan dan implementasinya dalam penelitian tindakan kelas. Seperti halnya praui, para peserta diberikan kuesioner dan soal pilihan berganda. Kuesioner diberikan untuk mengetahui tanggapan dan umpan balik para peserta pelatihan; sementara, soal pilihan berganda diberikan untuk mengetahui bagaimana pemahaman para peserta tentang penggunaan metode statistika dalam laporan PTK. Tabel 2 berisikan umpan balik terhadap pelatihan.

Tabel 2. Umpan Balik Peserta Pelatihan

Umpan Balik	Jumlah (orang)
Manfaat pelatihan*	25
Materi**	
1. menafsirkan simpangan baku, (koefisien variasi)	2
2. penggunaan metode statistika secara umum	2
3. pengertian pencong kanan dan pencong kiri dan mendeskripsikannya	1
4. analisis data hasil pengamatan	3
5. penjelasan rumus, aplikasi, dan variabelnya	3
6. membedakan diagram batang, histogram, diagram lingkaran	1
7. membedakan mean, median, dan modus	1
8. mencari rentang, simpangan baku	3
Saran***	
1. pelatihan diberikan lebih lama dan intensif	11
2. perlu bimbingan dalam penelitian	3
3. perlu tambahan materi (normalitas, homogen, ANOVA)	1
4. langsung contoh praktik analisis data dan penggunaan programnya	5
5. materi terlalu banyak dalam waktu singkat	1
6. penjelasan lebih detail	1

Keterangan: * peserta menjawab pelatihan bermanfaat;

** saran peserta materi yang tidak bisa dipahami atau kurang jelas dalam penyampaian;

*** saran peserta untuk meningkatkan mutu pelatihan

Selanjutnya, skor masing-masing peserta untuk soal pilihan berganda dapat dilihat pada Tabel 3. Pada saat prauji ada tiga orang yang tidak menjawab dan pada saat pascauji terdapat satu orang yang tidak menjawab. Dengan demikian hanya 21 orang valid digunakan untuk analisis data.

Tabel 3. Hasil Uji Soal Pilihan Berganda

Nilai Prauji	Nilai Pascauji	Nilai Prauji	Nilai Pascauji
85,71	77,78	85,71	55,56
85,71	88,89	85,71	100,00
71,43	66,67	71,43	66,67
71,43	77,78	57,14	44,44
85,71	66,67	42,86	44,44
71,43	88,89	85,71	44,44
85,71	44,44	42,86	11,11
85,71	88,89	57,14	100,00
85,71	77,78	100,00	100,00
85,71	88,89	100,00	100,00
85,71	100,00		

Analisis deskriptif soal prauji diperoleh ringkasan berikut: rata-rata 77,55; median 85,71; dan modus 85,71 . Berdasarkan hasil analisis deskriptif ini diperoleh nilai rata-rata lebih kecil daripada median dan modus. Hal ini mengindikasikan data pencong ke kiri. Selanjutnya untuk data pascauji diperoleh nilai: rata-rata 73,02; median 77,78; dan modus 100. Seperti halnya data prauji, diperoleh nilai rata-rata lebih kecil daripada median yang mengindikasikan data pencong ke kiri. Berdasarkan hasil statistika deskriptif diperoleh gambaran bahwa kedua data prauji maupun pascauji pencong ke kiri.

Setelah melakukan analisis deskriptif, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian apakah pelatihan meningkatkan kemampuan peserta pelatihan maka perlu dilakukan analisis statistika inferensial. Misalkan μ_{Pra} adalah nilai rata-rata peserta pelatihan sebelum mendapatkan pelatihan (nilai prauji) dan μ_{Pasca} adalah nilai rata-rata peserta pelatihan setelah mendapat pelatihan (nilai pascauji). Secara formal hipotesis berbentuk

$$H_0 : \mu_{Pra} \geq \mu_{Pasca},$$

$$H_1 : \mu_{Pra} < \mu_{Pasca}.$$

Statistik uji yang akan digunakan adalah statistik uji t untuk data berpasangan (*paired samples*). Asumsi yang harus dipenuhi dalam menggunakan statistik uji t untuk data berpasangan adalah data nilai prauji dan pascauji berdistribusi normal. Uji kenormalan dengan, uji Shapiro-Wilk untuk data prauji diperoleh $p\text{-value} = 0,002184 < 0,05$ dan untuk data pascauji diperoleh $p\text{-value} = 0,02829 < 0,05$. Hal ini berarti data pascauji juga tidak berdistribusi normal. Dengan demikian uji parametrik menggunakan statistik uji t tidak dapat dilakukan.

Penyelesaian alternatif untuk mengatasi masalah uji t di atas adalah dengan menggunakan metode nonparametrik. Uji nonparametrik yang analog dengan uji t adalah uji peringkat bertanda Wilcoxon (lihat Gibbons dan Chakraborti, 2003; Pappas dan De Ruy, 2004; McCrum-Gardner, 2007). Untuk melakukan uji peringkat bertanda Wilcoxon diasumsikan beda atau selisih data simetrik dan data diukur pada skala ordinal, interval, atau rasio. Uji peringkat bertanda Wilcoxon menguji median selisih data. Untuk melihat apakah pelatihan berpengaruh secara positif (meningkatkan) pemahaman para peserta workshop hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$$H_0 : M_D \geq 0,$$

$$H_1 : M_D < 0,$$

dengan D menyatakan selisih antara nilai sebelum mengikuti pelatihan dan setelah mengikuti pelatihan. Hasil pengujian dengan uji peringkat bertanda Wilcoxon diperoleh $p\text{-value} = 0,828 > 0,05$. Jadi dapat disimpulkan pada tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$, tidak cukup bukti untuk tidak menerima hipotesis nol. Dengan kata lain, tidak terdapat perbedaan yang signifikan pada kemampuan peserta sebelum mengikuti pelatihan dan setelah mengikuti pelatihan.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil analisis data kualitatif dan kuantitatif terhadap data pra uji (*pretest*) dan pasca uji (*posttest*) peserta pelatihan dapat disimpulkan beberapa hal berikut. Pertama, peserta pelatihan mendapatkan pengetahuan tambahan tentang bagaimana mengumpulkan data yang benar dan mengklasifikasikannya (lihat Tabel 2 tentang umpan balik peserta pelatihan). Kedua, pelatihan ini tidak secara signifikan meningkatkan kemampuan para guru dalam menggunakan metode statistika secara benar dan tepat dalam PTK. Hal ini dapat disebabkan beberapa hal berikut: (1) para peserta belum secara optimal memanfaatkan kesempatan bimbingan dan konsultasi yang diberikan selama rentang waktu pra uji dan pasca uji; (2) pengujian pemahaman kemampuan hanya sebatas soal pilihan berganda belum mencerminkan penggunaan metode statistika dalam laporan PTK. Ketiga, Para peserta mendapatkan pengetahuan dalam membuat simpulan yang sah dari analisis data PTK (lihat Tabel 2).

Saran untuk kegiatan pengabdian selanjutnya adalah sebagai berikut. Pertama, pelatihan secara berkelanjutan dan intensif diperlukan untuk memberikan kesempatan kepada para guru untuk secara aktif menggunakan metode statistika secara benar dan tepat dalam PTK. Kedua, praktik langsung analisis data dan penggunaan perangkat lunak (*software*) statistika misalnya SPSS, Minitab, atau R sehingga peserta mendapatkan gambaran metode statistika yang relevan untuk analisis data PTK. Ketiga, Keseimbangan antara materi pelatihan, penjelasan materi, dan waktu pelatihan. Materi yang diberikan dapat diringkas lagi, namun dengan penjelasan yang lebih rinci serta waktu pelatihan yang lebih intensif.

5. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terimakasih disampaikan kepada Rektor Universitas Udayana melalui Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Udayana atas dana yang diberikan dari DIPA BLU Universitas Udayana Tahun Anggaran 2014 dengan Surat Perjanjian Penugasan Nomor: 219.35/UN14.2/ PKM.01.03.00/2014 Tanggal: 5 Mei 2014. Terimakasih juga disampaikan kepada kepala sekolah dan para guru SMPN 2 Kuta yang telah mengikuti pelatihan.

Daftar Pustaka

- Albertus, D. K. 2011. *Pendidik Karakter di Zaman Keblinger - Mengembangkan visi guru sebagai pelaku perubahan dan pendidik Karakter*. Jakarta: Grasindo.
- Aqib, Z., Maftuh, M., Sujak, dan Kawentar. 2008. *Penelitian Tindakan Kelas (PTK untuk Guru SMP, SMA, SMK*. Bandung: Yrama Widya.
- Gibbons, J. D. and Chakraborti, S. 2003. *Nonparametric Statistical Inference*. Fourt Edition. Marcel Dekker: New York.

- Good, P. I. dan Hardin, J. W. 2006. *Common Errors in Statistics (and How to Avoid Them)*. Second Edition. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Isjoni. 2006. *Pendidikan sebagai Investasi Masa Depan*. Jakarta: Yayasan Obor Indonesia.
- Kunandar. 2008. *Langkah Mudah Penelitian Tindakan Kelas Sebagai Pengembangan Profesi Guru*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- McCrum-Gardner, E. 2007. Which is the Correct Statistical Test to Use? *British Journal of Oral and Maxillofacial Surgery*, 46: 38-41.
- Pappas, P. A. and DePuy, V. An Overview of Non-parametric Tests in SAS: When, Why, and How. SESUG 2004: The Proceedings of the SouthEast SAS Users Group, Nashville,TN.,1-5.
- Pendidikan dan Latihan Profesi Guru Universitas Pendidikan Ganesha (PLPG Undiksha). 2013. Penelitian Tindakan Kelas. Alamat http://plpg.undiksha.ac.id/uploaded/content/Penelitian%20Tindakan%20Kelas%20_PTK_.pdf, diakses 21 Februari 2014.
- Sumarjaya, I. W. 2013. Metode Statistika dalam Penelitian Tindakan Kelas. *Makalah* disampaikan dalam workshop Kompetisi Matematika dan Statistika (KMS) 2013, tanggal 12 Desember 2013 di Gedung Rektorat Lantai III, Universitas Udayana.

PENERAPAN PEMBELAJARAN *CONTEXTUAL TEACHING AND LEARNING (CTL)* PADA KONSEP OPERASI BILANGAN

Made Susilawati

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana, susilawati.made@gmail.com

Abstrak

Belajar akan lebih bermakna jika anak mengalami apa yang dipelajarinya, bukan mengetahuinya. Pembelajaran yang berorientasi target penguasaan materi terbukti berhasil dalam kompetisi mengingat dalam jangka pendek, tetapi gagal dalam membekali anak memecahkan masalah dalam kehidupan jangka panjang. Salah satu metode pada proses pembelajaran yang dianggap lebih memberdayakan siswa adalah pembelajaran dengan pendekatan kontekstual (*Contextual Teaching and Learning/CTL*). CTL merupakan metode pembelajaran yang mengaitkan materi ajar dengan situasi dunia nyata yang dihadapi siswa. Tulisan ini bertujuan mengetahui efektivitas pembelajaran CTL dalam meningkatkan pemahaman siswa kelas IV SDN 2 Sawan Kabupaten Buleleng pada operasi bilangan. Hasil analisis deskriptif dari data nilai evaluasi matematika dapat dijelaskan bahwa rata-rata nilai evaluasi pada 20 siswa adalah 78,2 dengan standar deviasi sebesar 16.69. Rentang nilai berkisar antara 55 (nilai minimum) dan 100 (maksimum) dengan median sebesar 80. Tercatat pula, ada 5 orang (25 persen) yang memperoleh nilai di bawah nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). Hasil analisis statistika uji t pada evaluasi pre tes dan pos tes siswa menunjukkan hasil yang sangat signifikan yang menjustifikasi metode CTL meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan.

Kata Kunci: *Contextual Teaching and Learning/ CTL*, Pembelajaran matematika, siswa SD, operasi bilangan

1. Pendahuluan

Guru memiliki peranan yang sangat penting dalam hal menumbuhkembangkan minat siswa untuk meraih prestasi dalam bidang pelajaran tertentu termasuk matematika. Untuk itu seorang guru perlu mencari strategi alternatif dalam menumbuhkan minat siswa agar mau belajar dengan gembira (tanpa merasa dipaksa), sehingga dapat menimbulkan percaya diri pada siswa, yang pada akhirnya mereka dapat mengembangkan kemampuan yang telah ada tanpa mereka sadari.

Beberapa pendapat menyatakan bahwa hasil pembelajaran matematika masih kurang memenuhi harapan. Seperti Windayana[5] mengungkapkan bahwa pembelajaran matematika masih berorientasi pada pengembangan aspek kognitif yang menstransfer pengetahuan dari guru ke siswa yang diikuti dengan latihan-latihan untuk membentuk kemampuan sesaat. Proses belajar demikian tidak membuat siswa memiliki kemampuan aplikabel dan kekal yang dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Demikian pula Sanjaya [4] memberikan contoh dalam pelajaran matematika, siswa hafal perkalian dan pembagian tetapi mereka bingung berapa harus membayar ketika disuruh membeli 2,25 kg telur dengan harga satu

kilogramnya Rp 12.000,00. Dari ke dua pendapat tersebut nampak bahwa pembelajaran matematika kurang memberi kesempatan kepada siswa untuk menggunakan konsep-konsep yang dipelajarinya dalam menyelesaikan masalah kehidupan.

Belum optimalnya guru menerapkan model pembelajaran dapat mengakibatkan proses pembelajaran yang kurang bermakna, siswa tidak aktif, siswa tidak dibiasakan berpikir kritis dan meningkatkan penalaran dalam memecahkan suatu masalah. Pemecahan masalah merupakan bagian dari pembelajaran matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Belajar akan lebih bermakna jika anak mengalami apa yang dipelajarinya, bukan mengetahuinya. Pembelajaran yang berorientasi target penguasaan materi terbukti berhasil dalam kompetisi mengingat dalam jangka pendek, tetapi gagal dalam membekali anak memecahkan masalah dalam kehidupan jangka panjang. Oleh karena itu diperlukan suatu metode yang benar-benar bisa memberi jawaban dari masalah ini.

Salah satu metode yang bisa lebih memberdayakan siswa adalah pendekatan kontekstual (*Contextual Teaching and Learning* / CTL). Pendekatan kontekstual dalam pembelajaran kontekstual (*Contextual Teaching and Learning*) disingkat menjadi CTL merupakan konsep belajar yang membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkannya dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sebagai anggota keluarga dan masyarakat.

Model pembelajaran *Contextual Teaching and Learning* (CTL), menawarkan bentuk pembelajaran yang membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkan dengan situasi dunia nyata siswa. Depdiknas [1], Sanjaya [4], dan Trianto (2007) dalam Rostiawati dan Maulana [3], menyimpulkan bahwa CTL merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang menekankan pada proses keterlibatan siswa untuk menemukan materi yang dipelajarinya dan menghubungkan serta menerapkannya dalam kehidupan mereka. Dengan demikian, peran siswa dalam pembelajaran CTL adalah sebagai subjek pembelajar yang menemukan dan membangun sendiri konsep-konsep yang dipelajarinya. Belajar bukanlah menghafal dan mengingat fakta-fakta, tetapi belajar adalah upaya untuk mengoptimalkan potensi siswa baik aspek kognitif, afektif, maupun psikomotor.

Contextual Teaching and Learning (CTL) adalah sistem pembelajaran yang cocok dengan kinerja otak, untuk menyusun pola-pola yang mewujudkan makna, dengan cara menghubungkan muatan akademis dengan konteks kehidupan sehari-hari peserta didik. Hal ini penting diterapkan agar informasi yang diterima tidak hanya disimpan dalam memori jangka pendek, yang mudah dilupakan, tetapi dapat disimpan dalam memori jangka panjang sehingga akan dihayati dan diterapkan dalam tugas pekerjaan.

Menurut metode pembelajaran kontekstual kegiatan pembelajaran tidak harus dilakukan di dalam ruang kelas, tapi bisa di laboratorium, tempat kerja, sawah, atau tempat-tempat lainnya. Hal ini mengharuskan pendidik (guru) untuk pintar-pintar memilih serta mendesain lingkungan belajar yang betul-betul berhubungan dengan kehidupan nyata, baik konteks pribadi, sosial, budaya, ekonomi, kesehatan, serta lainnya, sehingga siswa memiliki pengetahuan/ ketrampilan yang dinamis dan fleksibel untuk mengkonstruksi sendiri secara aktif pemahamannya. Dalam lingkungan seperti itu, para siswa dapat menemukan hubungan bermakna antara ide-ide abstrak dengan aplikasi praktis dalam konteks dunia nyata; konsep diinternalisasi melalui menemukan, memperkuat, serta menghubungkan dan guru dituntut membantu siswa dalam mencapai tujuannya.

Alasan perlu diterapkannya pembelajaran kontekstual menurut Jumadi [2] adalah: (1) Sebagian besar waktu belajar sehari-hari di sekolah masih didominasi kegiatan

penyampaian pengetahuan oleh guru, sementara siswa "dipaksa" memperhatikan dan menerimanya, sehingga tidak menyenangkan dan memberdayakan siswa; (2) Materi pembelajaran bersifat abstrak-teoritis-akademis, tidak terkait dengan masalah-masalah yang dihadapi siswa sehari-hari di lingkungan keluarga, masyarakat, alam sekitar dan dunia kerja; (3) Penilaian hanya dilakukan dengan tes yang menekankan pengetahuan, tidak menilai kualitas dan kemampuan belajar siswa yang autentik pada situasi yang autentik; dan (4) Sumber belajar masih terfokus pada guru dan buku. Lingkungan sekitar belum dimanfaatkan secara optimal.

Dalam proses pembelajaran di SDN 2 Sawan Buleleng Bali, guru sering kali berupaya memberikan penjelasan materi secara lengkap dan siswa cenderung dituntut untuk mengikuti contoh yang telah diberikan oleh guru. Hal ini tentu saja bertentangan dengan tuntutan dari Kurikulum Berbasis Kompetensi, karena itu maka tujuan dalam pengabdian ini adalah: menerapkan pembelajaran *Contextual Teaching And Learning (CTL)* pada konsep operasi bilangan dalam meningkatkan pemahaman konsep matematika di SDN 2 Sawan Buleleng.

2. Metode Pemecahan Masalah

Pembelajaran CTL merupakan pembelajaran yang mengkaitkan materi pembelajaran dengan konteks dunia nyata yang dihadapi siswa sehari-hari baik dalam lingkungan keluarga, masyarakat, alam sekitar dan dunia kerja, sehingga siswa mampu membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Penelitian ini dilakukan di SDN 2 Sawan Buleleng Bali, pada kelas IV dengan jumlah siswanya adalah 20 orang.

Pada penelitian ini difokuskan pada kemahiran siswa menyusun operasi bilangan yang dikaitkan pada kejadian sehari-hari. Tahapan pemecahan masalah di atas adalah sebagai berikut:

Pertama, siswa, guru dan pelaksana menyiapkan barang-barang yang akan digunakan dalam kegiatan ini, seperti: jajanan, snack-snack, minuman, peralatan mandi, peralatan masak, peralatan sekolah dan lain-lain yang sudah tertera harganya.

Kedua, guru dan pelaksana menyiapkan lotre yang di dalamnya terdapat pertanyaan-pertanyaan, bentuk lotrenya seperti berikut:



Ketiga, siswa dibagi dalam kelompok-kelompok, secara acak dipanggil satu persatu kelompok-kelompok ini. Dari kelompok yang terpilih ini, seorang siswa disuruh mewakili kelompoknya untuk mengambil lotre dan membaca pertanyaan yang tertera di lotre. Bersama-sama dengan teman satu kelompoknya pertanyaan tersebut dibuat formula operasi bilangannya. Selanjutnya salah satu anggota kelompok ini menuliskan jawaban dari pertanyaan tersebut.

Keempat, Secara bersama-sama jawaban dari kelompok ini diperiksa, dan kelompok lain boleh memberikan komentar dan pendapatnya.

Kelima, guru dan pelaksana memberikan solusi dengan menunjukkan jawaban yang benar dan membahas kesalahan yang telah dilakukan siswa.

Metode yang digunakan dalam kegiatan ini adalah berupa penerapan pembelajaran CTL pada konsep operasi bilangan. Evaluasi dilakukan dengan cara sebagai berikut: *Pertama*, mempersiapkan bahan-bahan untuk pelaksanaan pembelajaran. *Kedua*, melakukan demo dengan metode CTL. *Ketiga*, memberikan evaluasi berupa tes kepada para siswa. Adapun indikator keberhasilan kegiatan ini adalah adanya peningkatan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika, dengan membandingkan terhadap nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) untuk mata ajar matematika yaitu sebesar 63. Data nilai evaluasi kemudian dianalisis dengan menggunakan analisis statistik uji t. Hipotesis yang diuji adalah:

$H_0 : \mu = 63$ (nilai evaluasi siswa sama dengan KKM atau pembelajaran CTL Tidak meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan)

$H_1 : \mu > 63$ (nilai evaluasi siswa lebih besar dari KKM atau pembelajaran CTL dapat meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan)

Statistik hitung yang digunakan untuk menguji hipotesis di atas adalah statistik uji t yang dirumuskan sebagai berikut:

$$|t_{Hit}| = \frac{\bar{X}}{Sd\sqrt{1/n}}$$

Dengan \bar{X} adalah Rata-rata nilai evaluasi, S_d = standar deviasi

H_0 akan diterima jika nilai t_{hit} lebih besar dari nilai t tabel dengan $\alpha = 0.05$ dan H_0 ditolak jika sebaliknya (Walpole, 1995) atau H_0 diterima jika nilai $\alpha = 0.05$ lebih besar dari nilai P.

3. Hasil dan Pembahasan

Kelas IV SDN 2 Sawan terdiri dari 20 siswa, dan seluruh siswa hadir pada saat kegiatan. Materi yang diberikan dengan pembelajaran CTL adalah menyusun operasi bilangan yang dikaitkan pada kejadian sehari-hari. Penerapan pembelajaran CTL diawali dengan menyiapkan barang-barang yang akan digunakan dalam kegiatan ini, seperti: jajanan, snack-snack, minuman, peralatan mandi, peralatan masak, peralatan sekolah dan lain-lain yang sudah tertera harganya oleh siswa, guru dan pelaksana. Kemudian guru dan pelaksana menyiapkan lotre yang di dalamnya terdapat pertanyaan-pertanyaan, contoh bentuk lotrenya adalah seperti berikut:

1. Ibu menyuruh saya membeli 2 buah buku dan 1 buah pulpen,

2. Saya mempunyai uang Rp. 5000, barang apa saja yang dapat saya beli?

A

3. Nita dikasi uang Rp.10.000 oleh ibunya, dia membeli buku 2 buah, snack 3 buah, dan pensil 2 buah, apakah uang Nita masih ada sisa?

4. Saya disuruh membeli Rp.2000 bawang merah, 3 bungkus me, 5 buah cabe besar, berapa yang harus saya bayarkan?

5. Belilah barang-barang dengan uang Rp. 6500

Ada banyak lotre-lotre seperti di atas yang disiapkan untuk dibagikan kepada kelompok-kelompok yang terbentuk. Ada tujuh kelompok yang terbentuk, masing-masing terdiri dari tiga siswa. Kelompok pertama yang terpilih secara acak adalah kelompok III. Salah satu anggota kelompok tersebut membacakan perintah dari lotre yang mereka ambil secara acak, dan melakukan apa yang tertera pada lotre. Lotre yang terambil adalah yang seperti contoh lotre no 2 di atas yaitu “Saya mempunyai uang Rp. 5000, barang apa saja yang dapat saya beli? jawaban yang mereka tulis adalah 1 Buku (harga Rp.1750/buah), 1 pulpen (harga Rp.750/buah), dan 3 snack (harga Rp.1000/buah). Jawaban mereka ini selanjutnya diperiksa oleh kelompok lain dengan menuliskan kalimat matematikanya yaitu: $1 \times 1750 + 1 \times 750 + 3 \times 1000 = 5500$. Berdasarkan jawaban di atas maka jawaban kelompok 3 ini salah, karena salah mereka tidak boleh membawa apa yang tertera di jawaban mereka sebagai hadiah.

Selanjutnya kembali dipilih secara acak kelompok berikutnya, apabila jawaban dari kelompok ini benar maka barang-barang yang dipilh dalam jawaban mereka bisa diambil dan dibawa sebagai penghargaan. Setelah semua kelompok mendapat giliran, maka permainan dilanjutkan secara individu. Siswa yang berhasil melakukan permainan dengan benar diberi penghargaan membawa semua barang-barang yang dipilhnya. Penerapan pembelajaran CTL ini diakhiri dengan memberikan evaluasi kepada siswa berupa soal-soal cerita. Hasil evaluasi siswa kelas IV SDN 2 Sawan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Evaluasi Siswa Kelas IV SDN 2 Sawan

No.	Nama Murid	No. Absen	Nilai Evaluasi	Kategori
1	Angga	3	90	Di atas KKM
2	Darma	13	65	Di atas KKM
3	Kadek Angga	4	100	Di atas KKM
4	Reka	18	100	Di atas KKM
5	Gustu	6	65	Di atas KKM
6	Domang	14	95	Di atas KKM
7	Chandra	11	100	Di atas KKM
8	Kmg Diantara	1	55	Di Bawah KKM
9	Dek Gun	19	65	Di atas KKM
10	Gusde	7	100	Di atas KKM
11	Laras	5	96	Di atas KKM
12	Nanda	10	85	Di atas KKM
13	Kmg Widya	15	65	Di atas KKM
14	Agus	2	78	Di atas KKM
15	Dek Sep	20	83	Di atas KKM
16	Km Meta	12	82	Di atas KKM
17	Sri Ayu Laksmi	16	60	Di Bawah KKM
18	Karmila	9	62	Di Bawah KKM
19	Putri Astini	17	60	Di Bawah KKM
20	Ayu Karlina	8	58	Di Bawah KKM

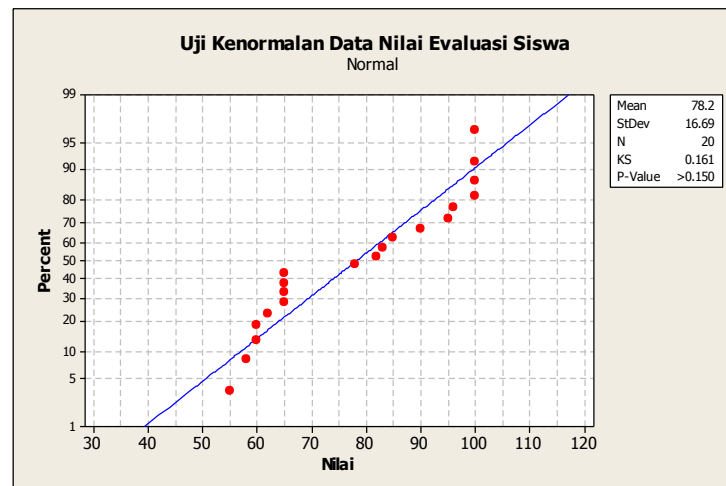
Hasil analisis deskriptif dari data nilai evaluasi seperti terlihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Hasil Analisis Deskriptif Data Nilai Evaluasi

Variabel	Mean	StDev	Min	Median	Max
Nilai	78.2	16.69	55	80	100

Berdasarkan tabel di atas dapat dijelaskan bahwa rata-rata nilai evaluasi siswa kelas IV SDN 2 Sawan adalah 78,2 dengan standar deviasi atau keragamannya sebesar 16.69. Nilai terkecil yang diperoleh siswa adalah 55 dan nilai terbesar adalah 100 dengan median sebesar 80 walaupun masih ada lima siswa yang nilainya masih berada di bawah KKM.

Analisis selanjutnya adalah analisis untuk melihat apakah asumsi kenormalan data sudah terpenuhi sebagai prasyarat menggunakan analisis uji t. Hasil uji kenormalan terlihat pada gambar 1.



Gambar 1. Hasil Uji Kenormalan Nilai Evaluasi Siswa

Gambar 1. memperlihatkan bahwa data sudah menyebar normal karena berdasarkan grafik sebaran data masih berada dalam satu garis lurus. Begitu pula berdasarkan uji Kolmogorov Smirnov diperoleh nilai $P = 0.150$ yang lebih besar dari $\alpha = 0.05$, yang berarti data menyebar normal.

Uji t dilakukan untuk mengetahui apakah nilai evaluasi siswa sudah melebihi nilai KKM. Nilai KKM mencerminkan kemampuan terendah siswa dalam suatu mata pelajaran. Hipotesis yang diuji adalah:

$H_0 : \mu = 63$ (nilai evaluasi siswa sama dengan KKM atau pembelajaran CTL tidak meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan)

$H_1 : \mu > 63$ (nilai evaluasi siswa lebih besar dari KKM atau pembelajaran CTL dapat meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan)

Dengan analisis statistik uji t diperoleh hasil t hitung sebesar 4.07 dengan nilai $p = 0.0000$ yang lebih kecil dari nilai $\alpha = 0.05$, berarti H_0 ditolak atau H_1 diterima. Ini mengindikasikan bahwa secara statistik nilai evaluasi siswa signifikan lebih besar dari KKM dan berarti penerapan pembelajaran CTL telah berhasil meningkatkan kemampuan siswa dalam operasi bilangan.

Penerapan pembelajaran CTL juga telah menumbuhkan kesenangan siswa terhadap matematika. Awalnya siswa menganggap matematika sebagai pelajaran yang sulit dan membosankan tetapi dengan belajar berdasarkan situasi yang nyata, matematika menjadi lebih mudah. Penerapan CTL juga mendorong siswa belajar dari pengalaman sendiri, bukan dari 'pemberian orang lain' dan siswa menjadi tahu 'untuk apa' ia belajar, dan 'bagaimana' ia menggunakan pengetahuan dan keterampilan itu.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Hasil analisis statistik uji t mendapatkan hasil yang sangat signifikan bahwa penerapan pembelajaran CTL telah meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep operasi bilangan.
2. Pembelajaran CTL mempraktikkan konsep belajar yang mengaitkan materi yang dipelajari dengan situasi dunia nyata siswa, sehingga siswa belajar matematika dengan gembira tanpa beban.

5. Ucapan Terima Kasih

Terimakasih penulis ucapkan kepada LPPM Universitas Udayana yang telah mendanai kegiatan pengabdian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Departemen Pendidikan Nasional. 2003. *Pendekatan Kontekstual (Contextual Teaching and Learning)*. Jakarta: Dikdasmen.
- [2] Jumadi. 2003. *Pembelajaran Kontekstual dan Implementasinya*. Makalah disampaikan pada Workshop Sosialisasi dan Implementasi Kurikulum 2004, Madrasah Aliyah DIY, Jateng.
- [3] Rostiawati dan Maulana, 2009. Penerapan Model Pembelajaran Ctl pada Bahan Ajar Geometri dan Pengukuran Di Sekolah Dasar. Tidak dipublikasikan.
- [4] Sanjaya, Wina. 2006. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana
- [5] Windayana, Husen. 2004. CTL dalam Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar Seiring Kurikulum Berbasis Kompetensi. *Jurnal Pendidikan Dasar*. 2, 11-14.
- [6] Walpole, R.E.1995. *Introduction to Statistics*. Terjemahan Bambang Sumantri. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

ESTIMASI KURVA REGRESI SEMIPARAMETRIK SPLINE UNTUK DATA LONGITUDINAL

Bobby Poerwanto¹ dan I Nyoman Budiantara²

¹Mahasiswa Magister Statistika, FMIPA ITS, Surabaya, bobbybp89@gmail.com

²Jurusan Statistika, FMIPA ITS, Surabaya, i_nyoman_b@statistika.its.ac.id

Abstrak

Secara umum analisis regresi bertujuan untuk menyelidiki apakah terdapat hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor tidak diketahui polanya sehingga digunakan pendekatan nonparametrik sedangkan semiparametrik terdapat variabel prediktor yang merupakan komponen parametrik dan variabel prediktor lainnya merupakan komponen nonparametrik. Spline merupakan salah satu pendekatan semiparametrik yang sering digunakan dan memiliki kemampuan yang sangat baik menangani karakter data yang bersifat *smooth* serta data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Secara teoretis pendekatan spline tidak hanya mampu mengestimasi kurva regresi nonparametrik untuk data *cross section*, tetapi juga dapat dikembangkan untuk data longitudinal yang merupakan data pengamatan berulang-ulang pada suatu unit percobaan. Model regresi semiparametrik untuk data longitudinal yang diberikan oleh persamaan

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R f_r(t_{rij}) + \varepsilon_{ij}$$

$i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, p$ dan $f_r(t_{rij})$ dihipotesiskan oleh fungsi spline

$$f_r(t_{rij}) = \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m$$

Selanjutnya estimasi parameter β_{ij} dan $f_r(t_{rij})$ diperoleh dari optimasi *weighted least square*

$$\min_{B, f} \left\{ N^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^q w_{ij} \left(y_{ij} - \sum_{k=1}^p \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R f_r(t_{rij}) \right)^2 \right\}$$

Penyelesaian optimasi ini memberikan :

$$\hat{y}_{ij} = \sum_{k=1}^q \hat{\beta}_{kj} x_{kij} + \sum_{s=1}^m \hat{a}_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \hat{\theta}_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m$$

$$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{11}, \dots, \hat{\beta}_{pn}, \hat{a}_{11}, \dots, \hat{a}_{rm}, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_U)' = (\mathbf{X}(k)' \mathbf{W} \mathbf{X}(k))^{-1} \mathbf{X}(k)' \mathbf{W} \mathbf{Y}$$

Kata kunci : Data Longitudinal, Spline, Regresi Semiparametrik, *Weighted Least Square*

1. Pendahuluan

Analisis regresi adalah sebuah metode dalam statistika yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon dan dapat juga digunakan untuk *forecasting* (meramal). Berdasarkan *scatter plot* para statistikawan mencocokkan bentuk pola data dengan berbagai macam kurva yang sudah dikenal seperti linear, kuadratik, kubik, eksponensial dan yang lainnya. Pola data yang demikian disebut regresi parametrik (Gujarati [5]). Dalam prakteknya, tidak semua data mengikuti pola tertentu sehingga regresi parametrik yang apabila dipaksakan untuk digunakan akan memberikan kesimpulan yang menyesatkan (Samsodin [8]). Regresi nonparametrik adalah pendekatan model yang mengasumsikan kurva tidak diketahui polanya dan termuat di dalam suatu fungsi tertentu, seperti ruang *Sobolev* $W_2^m[a, b]$, ruang fungsi-fungsi kontinu $C(0, \pi)$, ruang *Hilbert*, ruang *entropi* dan yang lainnya (Budiantara [1]). Oleh karena itu dengan menggunakan pendekatan ini model yang didapatkan akan lebih baik karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi modelnya tanpa dipengaruhi subyektivitas peneliti dan juga pendekatan ini sangat fleksibel (Eubank, [4]). Di dalam pendekatan regresi nonparametrik terdapat beberapa metode yang mendapatkan perhatian dan sering digunakan oleh para peneliti antara lain *kernel*, *spline*, deret *Fourier*, dan *Wavelet*. Pendekatan *spline* telah banyak digunakan dalam berbagai bidang ilmu, seperti bidang kedokteran, *Pharmacology*, ekonomi dan lainnya (Zaky [9]). *Spline* merupakan salah satu dari pendekatan regresi nonparametrik yang mempunyai interpretasi statistik dan interpretasi visual sangat khusus dan dangat baik (Eubank, [4]) disamping itu *spline* mampu menangani karakter data yang bersifat mulus (*smooth*) (Lestari, dkk [6]). *Spline* juga memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu (Budiantara, [2]). Estimator *spline* secara teoritis dan praktis tidak hanya mampu menangani data *cross section*, tetapi dapat digeneralisasikan untuk data longitudinal. Salah satu kelebihan data longitudinal dibandingkan data *cross section* adalah lebih andal dalam mencari jawaban tentang dinamika perubahan (Nurdini [7]).

Model semiparametrik, dalam beberapa literatur disebut juga dengan model linear parsial memuat dua komponen, yaitu komponen parametrik dan nonparametrik. Model ini lebih fleksibel daripada model linear karena keberadaan dua komponen ini akan mengakomodasi hubungan antara respon dengan prediktor yang bersifat linear, dan hubungan antar respon dengan prediktor yang bersifat nonlinear (Engle [3]).

Dalam penelitian ini akan dikaji bentuk estimator kurva regresi semiparametrik *spline* untuk data longitudinal dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS). metode WLS mendefinisikan estimasi parameter yang meminimumkan jumlah kuadrat *error* yang didefinisikan sebagai:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$

2. Metode Penelitian

Untuk mendapatkan estimasi kurva regresi semiparametrik *spline* untuk data longitudinal dapat mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Diberikan model regresi semiparametrik *spline truncated* untuk data longitudinal

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R f_r(t_{rij}) + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, p$$

- b. Mendekati komponen nonparametrik $f_r(t_{rij})$ dengan fungsi spline

$$f_r(t_{rij}) = \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m$$

- c. Menyatakan bentuk model regresi semiparametrik untuk data longitudinal

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R \left(\sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m \right) + \varepsilon_{ij}$$

- d. Mencari estimasi parameter β dengan cara menyelesaikan optimasi WLS

$$\min_{B, f} \left\{ N^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p w_{ij} \left(y_{ij} - \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R f_r(t_{rij}) \right)^2 \right\}$$

- e. Memperoleh estimasi spline dalam model regresi semiparametrik berikut:

$$\hat{y}_{ij} = \sum_{k=1}^q \hat{\beta}_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R \left(\sum_{s=1}^m \hat{a}_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \hat{\theta}_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m \right)$$

$$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{11}, \dots, \hat{\beta}_{pn}, \hat{a}_{11}, \dots, \hat{a}_{rm}, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_U)^T = \left(\mathbf{X}(k)^T \mathbf{W} \mathbf{X}(k) \right)^{-1} \mathbf{X}(k)^T \mathbf{W} \mathbf{Y}$$

3. Hasil dan Pembahasan

Model regresi semiparametrik spline untuk data longitudinal diberikan sebagai berikut:

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R \left(\sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m \right) + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$$

model ini memuat p subjek dengan subjek ke i sebanyak n pengamatan dan dapat diuraikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \text{Untuk } i=1 \text{ dan } j=1 : y_{11} &= \sum_{k=1}^q \beta_{k1} x_{k11} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{r11}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{r11} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{11} \\ &\vdots \\ i=1 \text{ dan } j=p : y_{1p} &= \sum_{k=1}^q \beta_{kp} x_{k1p} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{r1p}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{r1p} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{1p} \\ i=2 \text{ dan } j=1 : y_{21} &= \sum_{k=1}^q \beta_{k1} x_{k21} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{r21}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{r21} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{21} \\ &\vdots \\ i=2 \text{ dan } j=p : \\ y_{2p} &= \sum_{k=1}^q \beta_{kp} x_{k2p} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{r2p}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{r2p} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{2p} \\ &\vdots \\ i=n \text{ dan } j=1 : y_{n1} &= \sum_{k=1}^q \beta_{k1} x_{kn1} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rn1}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rn1} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{n1} \\ &\vdots \\ i=n \text{ dan } j=p : y_{np} &= \sum_{k=1}^q \beta_{kp} x_{knp} + \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rnp}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rnp} - K_{ru})_+^m \right\} + \varepsilon_{np} \end{aligned}$$

Selanjutnya mendekati $f_r(t_{rij})$ dengan fungsi spline berorde m dan ~~dan~~ knot $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1U}, K_{21}, K_{22}, K_{2U}, \dots, K_{R1}, K_{R2}, K_{RU}$ yaitu:

$$f_r(t_{rij}) = \sum_{s=1}^m a_{rs} t_{rij}^s + \sum_{u=1}^U \theta_u (t_{rij} - K_{ru})_+^m$$

Dengan $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1m}, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{Rm}, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_U$ merupakan parameter-parameter yang tidak diketahui, serta *truncated function* $(t_{rij} - K_{ru})_+^m$ didefinisikan sebagai

$$(t_{rij} - K_{ru})_+^m = \begin{cases} (t_{rij} - K_{ru})^m & , t_{rij} \geq K_{ru} \\ 0 & , t_{rij} < K_{ru} \end{cases}$$

Model regresi di atas dapat disajikan dalam bentuk matriks berikut :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1[K] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2[K] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & X_p[K] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix},$$

dimana vektor respon

$$\underline{y}_j = (y_{1j} \quad y_{2j} \quad \cdots \quad y_{nj})^T, j = 1, 2, \dots, p$$

matriks $\mathbf{X}_j[K]$ diberikan oleh:

$$\mathbf{X}_j[K] = \begin{bmatrix} x_{111} & \cdots & x_{q1j} & t_{11j} & \cdots & t_{11j}^m & (t_{11j} - K_{11})_+^m & \cdots & t_{R1j}^m & (t_{R1j} - K_{R1})_+^m & \cdots & (t_{R1j} - K_{RU})_+^m \\ x_{121} & \cdots & x_{q2j} & t_{12j} & \cdots & t_{12j}^m & (t_{12j} - K_{11})_+^m & \cdots & t_{Rnj}^m & (t_{Rnj} - K_{R1})_+^m & \cdots & (t_{R2j} - K_{RU})_+^m \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{1n1} & \cdots & x_{qnj} & t_{1nj} & \cdots & t_{1nj}^m & (t_{1nj} - K_{11})_+^m & \cdots & t_{Rnj}^m & (t_{Rnj} - K_{R1})_+^m & \cdots & (t_{Rnj} - K_{RU})_+^m \end{bmatrix}$$

Vektor parameter diberikan oleh:

$$\underline{B}_j = (B_{1j}, B_{2j}, \dots, B_{nj})^T, j = 1, 2, \dots, p$$

dimana

$$\underline{B}_{ij} = (\beta_{1j}, \dots, \beta_{q1}, \alpha_{11}, \dots, \alpha_{1m}, \theta_1, \dots, \theta_U, \alpha_{21}, \dots, \alpha_{2m}, \theta_1, \dots, \theta_U, \dots, \alpha_{R1}, \dots, \alpha_{Rm}, \theta_1, \dots, \theta_U)^T$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$$

vektor *error* diberikan oleh:

$$\underline{e}_j = (\varepsilon_{1j}, \varepsilon_{2j}, \dots, \varepsilon_{nj})^T, j = 1, 2, \dots, p$$

dengan demikian model regresi nonparametrik multivariabel spline untuk data longitudinal dapat dinyatakan dalam notasi matriks sebagai berikut

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}[K]\mathbf{B} + \mathbf{e}$$

selanjutnya dengan menggunakan matriks pembobot \mathbf{W} , estimasi \mathbf{B} pada persamaan di atas dapat diperoleh dengan menyelesaikan optimasi WLS

$$\min_{B,f} \left\{ (Y - X[K]B)^T W (Y - X[K]B) \right\}$$

Penyelesaian optimasi di atas dilakukan dengan penjabaran sebagai berikut

$$\left\{ (Y - X[K]B)^T W (Y - X[K]B) \right\} = Y^T W Y - 2Y^T W X[K]B + B^T X^T[K] W X[K]B$$

Misalkan,

$$Q = Y^T W Y - 2X^T[K]B^T W Y + B^T X^T[K] W X[K]B, \text{ maka}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial B} = -2Y^T W X[K] + 2B^T X^T[K] W X[K]$$

nilai minimum dari Q diperoleh dari

$$\frac{\partial Q}{\partial B} = 0$$

selanjutnya diperoleh

$$-2Y^T W X[K] + 2\hat{B}^T X^T[K] W X[K] = 0$$

$$-Y^T W X[K] + \hat{B}^T X^T[K] W X[K] = 0$$

$$\hat{B}^T X^T[K] W X[K] = Y^T W X[K]$$

akhirnya diperoleh

$$\hat{B}^T = Y^T W X[K] (X^T[K] W X[K])^{-1}$$

$$\hat{B} = (X^T[K] W X[K])^{-1} X^T[K] W Y$$

berdasarkan estimasi B pada persamaan diatas, maka diperoleh estimasi kurva:

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= X[K] \hat{B} \\ &= X[K] (X^T[K] W X[K])^{-1} X^T[K] W Y \\ &= A[K] Y \end{aligned}$$

dimana,

$$A[K] = X[K] (X^T[K] W X[K])^{-1} X^T[K] W$$

terlihat bahwa estimator ini tergantung pada titik knot, pemilihan titik knot optimal dilakukan dengan berbagai metode, salah satunya adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Terdapat beberapa metode lain dalam pemilihan titik knot minimum yang dapat digunakan seperti *Cross Validation* (CV) atau *Unbiased Risk* (UBR). Namun, alasan digunakan GCV adalah karena kelebihanannya dibandingkan dengan metode lain antara lain GCV mempunyai sifat optimal asimtotik, tidak memuat varian populasi dan invariant terhadap transformasi. Rumus GCV diberikan oleh persamaan di bawah:

$$GCV(K) = \frac{N^{-1} Y^T (I - A(K))^T W (I - A(K)) Y}{(N^{-1} \text{trace}(I - A(K)))^2}$$

4. Kesimpulan

Jika diberikan regresi semiparametrik untuk data longitudinal $y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_{kj} x_{kij} + \sum_{r=1}^R f_r(t_{rij}) + \varepsilon_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, p$, maka dengan menggunakan pendekatan spline untuk komponen nonparametriknya dan dengan menggunakan optimasi WLS didapatkan estimasi model regresi semiparametrik untuk

data longitudinal $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}[K]\mathbf{Y}$, $\mathbf{A}[K] = \mathbf{X}[K](\mathbf{X}^T[K]\mathbf{W}\mathbf{X}[K])^{-1}\mathbf{X}^T[K]\mathbf{W}$ dengan pemilihan titik knot optimal dengan menggunakan metode GCV.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada DIKTI karena telah memberikan beasiswa calon dosen BPPDN sehingga kami dapat melanjutkan studi magister di Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Daftar Pustaka

- [1] Budiantara, I.N., (2000), Metode U, GML, CV dan GCV Dalam Regresi Nonparametrik Spline, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia (MIHMI)*, 6, 285-290
- [2] Budiantara, I.N. (2007), *Pendugaan Model Fertilitas Wanita di Indonesia dengan Menggunakan Regresi Spline*, Laporan Akhir Pelaksanaan Penelitian Studi Kajian Wanita Tahun Anggaran 2007, LPPM, Intitut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya
- [3] Engle, R.F., Granger, C.W.J., Rice, J., Weiss, A., 1986. Semiparametrik estimates of the relation between weather and electricity sales. *J. Amer. Statist. Assoc.* 81 (394), 310–320
- [4] Eubank, R.L. 1988, *Nonparametrik Regression and Spline Smoothing*, New York, Marcel Dekker
- [5] Gujarati, D., (2004), *Basic Econometrics, 4th Edition*, McGraHill. Co, New York
- [6] Lestari, B., Budiantara, I N., Sunaryo, S., Mashuri, M., 2012. Response Nonparametric Regression Model in Case of Heteroscedasticity of Variance. *Journal of Mathematics and Statistics (JMS)*. 8(3), 377-384
- [7] Nurdini, Alis., 2006. Cross-Sectional Vs Longitudinal : Pilihan Rancangan Waktu Dalam Penelitian Perumahan Permukiman. *Dimensi teknik arsitektur* ,34, 52-58
- [8] Samsodin, M. (2012), *Regresi Spline Polynomial Truncated Multirespon untuk Pemodelan Indikator Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur*, Tesis, Institut Tekhnologi Sepuluh Nopember, Surabaya
- [9] Zaki, Ahmad. (2007). *Pengujian Hipotesis dalam Model Spline pada Regresi Nonparametrik*. Tesis. Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

ESTIMASI MODEL REGRESI SEMIPARAMETRIK BIRESPON DENGAN PENDEKATAN DERET FOURIER

M Fariz Fadillah Mardianto¹, I Nyoman Budiantara²

¹Mahasiswa Program Magister Statistika, FMIPA, ITS, Surabaya, fm.fariz@yahoo.com

²Jurusan Statistika, FMIPA, ITS, Surabaya, i_nyoman_b@statistika.its.ac.id

Abstrak

Pendekatan regresi semiparametrik memuat dua komponen yaitu komponen parametrik dan komponen nonparametrik. Bentuk komponen parametrik diasumsikan linier, sedangkan komponen nonparametrik menggunakan pendekatan Deret Fourier. Diberikan model regresi semiparametrik birespon dengan variabel komponen parametrik x_1, x_2, \dots, x_p , dan variabel komponen nonparametrik t_1, t_2, \dots, t_R mengikuti model :

$$y_{ji} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1i} + \beta_{2j}x_{2i} + \dots + \beta_{pj}x_{pi} + \sum_{r=1}^R f_j(t_{ri}) + \varepsilon_{ji}$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2$. Komponen nonparametrik didekati dengan fungsi Deret Fourier berbentuk :

$$f_j(t_{ri}) = \gamma_{jr}t_{ri} + \frac{\alpha_{0jr}}{2} + \sum_{k=1}^K (\alpha_{kjr} \cos kt_{ri})$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$, dan $j = 1, 2$. Parameter K merupakan parameter osilasi. Untuk mendapatkan pendugaan parameter model, dilakukan dengan optimasi WLS (*Weighted Least Square*):

$$\min_{\beta \in R^{2(p+1)}, \eta \in R^{2(r(K+1)+1)}} \{(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta - \mathbf{T}\eta)^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta - \mathbf{T}\eta)\}$$

Berdasarkan optimasi tersebut diperoleh estimator untuk komponen parametrik

$$\hat{\beta} = \mathbf{A}(\mathbf{K})\mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{M}(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \left\{ \mathbf{X}^T - \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \right\} \mathbf{W}$$

dan estimator untuk komponen nonparametrik

$$\hat{\eta} = \mathbf{B}(\mathbf{K})\mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{B}(\mathbf{K}) = \mathbf{N}(\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right\} \mathbf{W}$$

Selanjutnya estimator model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier diberikan oleh:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}(\mathbf{K})\mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{C}(\mathbf{K}) = \left[\mathbf{M}(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \left\{ \mathbf{X}^T - \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \right\} + \mathbf{N}(\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right\} \right] \mathbf{W}$$

Kata kunci: Regresi Semiparametrik, Birespon, Deret Fourier, WLS.

1. Pendahuluan

Dalam analisis regresi terdapat tiga bentuk pendekatan yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik, dan regresi semiparametrik. Regresi parametrik adalah analisis regresi yang bentuk polanya diketahui, misalnya linier, kuadratik, atau kubik (Islamiyati dan Budiantara [6]). Namun dalam kenyataannya tidak semua data mengikuti pola – pola tertentu. Jika hubungan variabel prediktor dan respon tidak diketahui polanya, maka metode regresi nonparametrik sesuai untuk memodelkan hubungan antar variabel tersebut (Budiantara, et. al. [5]).

Selain regresi parametrik dan regresi nonparametrik, terdapat juga regresi semiparametrik. Regresi ini memuat komponen parametrik dan komponen nonparametrik. Regresi semiparametrik muncul karena adanya kasus-kasus pemodelan dimana hubungan antar variabelnya sebagian berpola linier, dan sebagian lainnya tidak diketahui bentuk polanya (Salam [9]). Dalam kasus nyata tidak semua model regresi semiparametrik memuat satu variabel respon. Oleh sebab itu dalam penelitian ini akan dikaji estimator regresi semiparametrik birespon (dua respon). Komponen parametrik dalam model ini didekati dengan fungsi linier. Komponen nonparametrik didekati dengan Deret Fourier. Deret Fourier dalam analisis regresi memiliki keunggulan yaitu mampu mengatasi data yang mempunyai pola berulang (Pane, et.al. [7]).

Penelitian menggunakan Deret Fourier dalam regresi nonparametrik maupun semiparametrik telah banyak dikembangkan diantaranya oleh Bilodeau [4], dan Tripena [11] mengkaji estimator Deret Fourier pada regresi nonparametrik. Semiaty [10] mengembangkan estimasi model regresi nonparametrik Deret Fourier birespon. Prahutma [8] menerapkan pendekatan regresi nonparametrik Deret Fourier pada data pengangguran terbuka di Jawa Timur. Bidermann, Datte, dan Hoffmann [3] dalam jurnalnya meneliti rancangan optimal untuk mendapatkan suatu *constrained* dalam model regresi Deret Fourier. Regresi semiparametrik satu respon menggunakan Deret Fourier telah diteliti oleh Asrini [1]. Asrini [2] menerapkan penelitiannya pada data produksi padi di Jawa Tengah.

Penelitian – penelitian yang disebutkan di atas belum ada yang meneliti pendekatan Deret Fourier dalam regresi semiparametrik untuk kasus birespon, padahal kenyataannya banyak persoalan yang dikembangkan dengan model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier. Pada regresi semiparametrik birespon antar respon saling berkorelasi. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimasi model regresi semiparametrik Deret Fourier birespon dengan menggunakan optimasi WLS (*Weighted Least Square*).

2. Metode Penelitian

Berikut merupakan langkah – langkah yang dilakukan untuk mendapatkan estimasi model regresi semiparametrik Deret Fourier birespon.

- Membuat model regresi semiparametrik birespon. Diberikan variabel respon Y_1 dan Y_2 dengan variabel komponen parametrik X_1, X_2, \dots, X_p , dan variabel komponen nonparametrik t_1, t_2, \dots, t_R :

$$y_{ji} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1i} + \beta_{2j}x_{2i} + \dots + \beta_{pj}x_{pi} + \sum_{r=1}^R f_j(t_{ri}) + \varepsilon_{ji} \quad (1)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$, dan $j = 1, 2$.

- Mendekati komponen nonparametrik dengan fungsi Deret Fourier

$$f_j(t_{ri}) = \gamma_{jr}t_{ri} + \frac{\alpha_{0jr}}{2} + \sum_{k=1}^K (\alpha_{kjr} \cos kt_{ri}) \quad (2)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$, dan $j = 1, 2$,

- Model regresi semiparametrik birespon ditulis dalam bentuk matriks

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dimana $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T : \mathbf{y}_2^T]^T$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^T : \boldsymbol{\varepsilon}_2^T]^T$ adalah vektor yang berukuran $2n \times 1$.

- d. Membentuk komponen *goodness of fit* :

$$R(\mathbf{f}) = (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}))^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}))$$

- e. Mendapatkan estimasi model dengan menyelesaikan optimasi :

$$\min_{\mathbf{f} \in C(0, \pi)} [R(\mathbf{f})]$$

- f. Menyelesaikan optimasi (e) menggunakan derivatif parsial.

3. Hasil dan Pembahasan

Diberikan data berpasangan $(x_1, x_2, \dots, x_p, t_1, t_2, \dots, t_R, y_1, y_2)$. Variabel prediktor x_1, x_2, \dots, x_p mengikuti pola tertentu sedangkan variabel prediktor t_1, t_2, \dots, t_R tidak mengikuti pola tertentu. Model regresi semiparametrik birepon Deret Fourier diberikan dalam persamaan (1). Sedangkan fungsi regresi $f_j(t_{ri})$ didekati oleh fungsi Deret Fourier yang diberikan oleh persamaan (2). Model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier secara lengkap diberikan oleh :

$$y_{ji} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1i} + \dots + \beta_{pj}x_{pi} + \sum_{r=1}^R \left(\gamma_{jr}t_{ri} + \frac{\alpha_{0jr}}{2} + \sum_{k=1}^K (\alpha_{kjr} \cos kt_{ri}) \right) + \varepsilon_{ji}$$

Model persamaan regresi di atas dapat disajikan dalam bentuk matriks

$$\mathbf{y}_{2n \times 1} = \mathbf{X}_{2n \times 2(p+1)} \boldsymbol{\beta}_{2(p+1) \times 1} + \mathbf{f}_{2n \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2n \times 1} \quad (3)$$

dengan

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\beta}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_2 \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} \quad \text{dimana}$$

$$\mathbf{y}_1 = [y_{11} \ y_{12} \ \dots \ y_{1n}]^T,$$

$$\mathbf{y}_2 = [y_{21} \ y_{22} \ \dots \ y_{2n}]^T$$

$$\boldsymbol{\beta}_1 = [\beta_{01} \ \beta_{11} \ \beta_{21} \ \dots \ \beta_{p1}]^T,$$

$$\boldsymbol{\beta}_2 = [\beta_{02} \ \beta_{12} \ \beta_{22} \ \dots \ \beta_{p2}]^T$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{12} \ \dots \ \varepsilon_{1n}]^T,$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = [\varepsilon_{21} \ \varepsilon_{22} \ \dots \ \varepsilon_{2n}]^T$$

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} f_1(t_{11}) + f_1(t_{21}) + \dots + f_1(t_{r1}) \\ f_1(t_{12}) + f_1(t_{22}) + \dots + f_1(t_{r2}) \\ \vdots \\ f_1(t_{1n}) + f_1(t_{2n}) + \dots + f_1(t_{rn}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} f_2(t_{11}) + f_2(t_{21}) + \dots + f_2(t_{r1}) \\ f_2(t_{12}) + f_2(t_{22}) + \dots + f_2(t_{r2}) \\ \vdots \\ f_2(t_{1n}) + f_2(t_{2n}) + \dots + f_2(t_{rn}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{11j} & x_{21j} & \dots & x_{p1j} \\ 1 & x_{12j} & x_{22j} & \dots & x_{p2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{1nj} & x_{2nj} & \dots & x_{pnj} \end{bmatrix}, j = 1, 2 \text{ dan } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \vdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}$$

dimana $\mathbf{0}$ adalah matriks yang semua elemennya nol.

Model regresi dalam persamaan (3) dapat ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{y}_{2n \times 1} = \mathbf{X}_{2n \times 2(p+1)} \boldsymbol{\beta}_{2(p+1) \times 1} + \mathbf{T}_{2n \times 2(r(k+1)+1)} \boldsymbol{\eta}_{2(r(k+1)+1) \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2n \times 1} \quad (4)$$

dimana

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \vdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{T}_2 \end{bmatrix}$$

dengan

$$\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} 1 & t_{11j} & \cos t_{11j} & \cdots & \cos Kt_{11j} & t_{21j} & \cos t_{21j} & \cdots & \cos Kt_{21j} & t_{r1j} & \cos t_{r1j} & \cdots & \cos Kt_{r1j} \\ 1 & t_{12j} & \cos t_{12j} & \cdots & \cos Kt_{12j} & t_{22j} & \cos t_{22j} & \cdots & \cos Kt_{22j} & t_{r2j} & \cos t_{r2j} & \cdots & \cos Kt_{r2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{1nj} & \cos t_{1nj} & \cdots & \cos Kt_{1nj} & t_{2nj} & \cos t_{2nj} & \cdots & \cos Kt_{2nj} & t_{mj} & \cos t_{mj} & \cdots & \cos Kt_{mj} \end{bmatrix}$$

$$j = 1, 2, \text{ dan } \boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T : \boldsymbol{\eta}_2^T]^T$$

$$\boldsymbol{\eta}_j = (\alpha_0^*, \gamma_{j1}, \alpha_{1j1}, \alpha_{2j1}, \dots, \alpha_{Kj1}, \gamma_{j2}, \alpha_{1j2}, \alpha_{2j2}, \dots, \alpha_{Kj2}, \dots, \gamma_{jr}, \alpha_{1jr}, \alpha_{2jr}, \dots, \alpha_{Kjr})^T$$

$$\text{dengan } \alpha_0^* = \frac{r}{2} \alpha_0$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_1^T : \boldsymbol{\beta}_2^T]^T \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^T : \boldsymbol{\varepsilon}_2^T]^T$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter model digunakan metode WLS (*Weighted Least Square*) yang meminimumkan optimasi

$$\min_{\mathbf{f} \in C(0, \pi)} [R(\mathbf{f})] = \min_{\mathbf{f} \in C(0, \pi)} \{(\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}))^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{t}))\} \quad (5)$$

Optimasi dalam persamaan (5) dapat ditulis

$$\min_{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{2(p+1)}, \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{2(r(K+1)+1)}} [R(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta})]$$

dimana

$$R(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta})^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta}).$$

\mathbf{W} merupakan matriks varian kovarian yang diberikan oleh :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 & \vdots & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_1^2 & \cdots & \vdots & \vdots & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_1^2 & \vdots & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{12} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{21} & \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{21} & \vdots & \sigma_2^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{21} & \vdots & 0 & \sigma_2^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{21} & \cdots & \sigma_{21} & \vdots & 0 & 0 & \cdots & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

$$= \theta \begin{pmatrix} r\mathbf{I}_n & \vdots & \rho\mathbf{J}_{n \times n} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \rho\mathbf{J}_{n \times n} & \vdots & \frac{1}{r}\mathbf{I}_n \end{pmatrix}$$

$$\text{dimana } \theta = \sigma_1 \sigma_2, \quad r = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad \rho = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad \mathbf{I}_n \text{ adalah matriks identitas orde } n \text{ dan } \mathbf{J}_{n \times n}$$

adalah matriks yang memuat elemen satu berukuran $n \times n$.

Dengan melakukan penjabaran pada optimasi persamaan (5) didapat

$$\begin{aligned} R(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta})^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta}) \\ &= (\mathbf{y}^T - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{T}^T) \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta}) \\ &= (\mathbf{y}^T \mathbf{W} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{W} - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{T}^T \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T}\boldsymbol{\eta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} - 2\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \boldsymbol{\eta} \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan estimator dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ dilakukan dengan melakukan derivatif parsial $R(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta})$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$

$$\frac{\partial R(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \{(y - X\beta - T\eta)^T W(y - X\beta - T\eta)\}}{\partial \beta} &= 0 \\
-2X^T W y + 2X^T W T \hat{\eta} + 2X^T W X \hat{\beta} &= 0 \\
-X^T W y + X^T W T \hat{\eta} + X^T W X \hat{\beta} &= 0 \\
X^T W X \hat{\beta} &= X^T W y - X^T W T \hat{\eta}
\end{aligned}$$

diperoleh

$$\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} \{X^T W y - X^T W T \hat{\eta}\} \quad (6)$$

Untuk mendapatkan estimator dari parameter η dilakukan dengan melakukan diferensial parsial $R(\beta, \eta)$ terhadap η

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R(\beta, \eta)}{\partial \eta} &= 0 \\
\frac{\partial \{(y - X\beta - T\eta)^T W(y - X\beta - T\eta)\}}{\partial \eta} &= 0 \\
-2T^T W y + 2T^T W X \hat{\beta} + 2T^T W T \hat{\eta} &= 0 \\
-T^T W y + T^T W X \hat{\beta} + T^T W T \hat{\eta} &= 0 \\
T^T W T \hat{\eta} &= T^T W y - T^T W X \hat{\beta}
\end{aligned}$$

diperoleh

$$\hat{\eta} = (T^T W T)^{-1} \{T^T W y - T^T W X \hat{\beta}\} \quad (7)$$

Estimator dalam persamaan (6) dan (7) belum bebas parameter sehingga harus dicari estimator yang bebas dari parameter dengan saling substitusi. Untuk mendapatkan $\hat{\beta}$ yang bebas parameter, substitusi persamaan (7) ke persamaan (6).

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= (X^T W X)^{-1} [X^T W y - X^T W T \{(T^T W T)^{-1} \{T^T W y - T^T W X \hat{\beta}\}\}] \\
&= (X^T W X)^{-1} [X^T W y - X^T W T \{(T^T W T)^{-1} T^T W y - (T^T W T)^{-1} T^T W X \hat{\beta}\}] \\
&= (X^T W X)^{-1} [X^T W y - X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y + X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X \hat{\beta}]
\end{aligned}$$

$$\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W y - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y + (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X \hat{\beta}$$

Selanjutnya suku yang memuat parameter dikelompokkan dalam satu ruas

$$\hat{\beta} - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X \hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W y - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y$$

Parameter dipisah menjadi

$$\hat{\beta} (J - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X) = (X^T W X)^{-1} X^T W y - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y$$

Kemudian diperoleh

$$\hat{\beta} = (J - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X)^{-1} ((X^T W X)^{-1} X^T W y - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y)$$

Jika didefinisikan $M = (J - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X)^{-1}$, maka diperoleh

estimator $\hat{\beta}$ untuk komponen parametrik

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= M (X^T W X)^{-1} X^T W y - M (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W y \\
&= M (X^T W X)^{-1} \{X^T - X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T\} W y
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{\beta} = A(K)y$$

dimana $A(K) = M (X^T W X)^{-1} \{X^T - X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T\} W$.

Untuk mendapatkan $\hat{\eta}$ yang bebas parameter, substitusi persamaan (6) ke persamaan (7)

$$\begin{aligned}\hat{\eta} &= (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \left\{ \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \hat{\eta} \right\} \right\} \\ &= (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \hat{\eta} \right\} \\ &= (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \hat{\eta} \right\} \\ &= (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \hat{\eta}\end{aligned}$$

Selanjutnya suku yang memuat parameter dikelompokkan dalam satu ruas

$$\hat{\eta} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} \hat{\eta} = (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}$$

Parameter dipisah menjadi

$$\hat{\eta} (\mathbf{J} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T}) = (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}$$

Kemudian diperoleh

$$\hat{\eta} = (\mathbf{J} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \right\}$$

Jika didefinisikan $\mathbf{N} = (\mathbf{J} - (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1}$, maka diperoleh

estimator $\hat{\eta}$ untuk komponen nonparametrik

$$\begin{aligned}\hat{\eta} &= \mathbf{N} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{N} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{N} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right\} \mathbf{W} \mathbf{y} \\ \hat{\eta} &= \mathbf{B}(\mathbf{K}) \mathbf{y}\end{aligned}\tag{9}$$

dimana $\mathbf{B}(\mathbf{K}) = \mathbf{N} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right\} \mathbf{W}$.

Setelah mendapatkan estimator untuk komponen parametrik dan nonparametrik, berikutnya menentukan estimator model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier.

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$$

$$\begin{aligned}&= \mathbf{M} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \left\{ \mathbf{X}^T - \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{T} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \right\} \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{N} (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \left\{ \mathbf{T}^T - \mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right\} \mathbf{W} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{K}) \mathbf{y} + \mathbf{B}(\mathbf{K}) \mathbf{y}\end{aligned}$$

diperoleh

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}(\mathbf{K}) \mathbf{y}$$

dengan

$$\mathbf{C}(\mathbf{K}) = \mathbf{A}(\mathbf{K}) + \mathbf{B}(\mathbf{K})$$

Estimator model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier terdiri atas estimator komponen parametrik persamaan (8) dan estimator komponen nonparametrik Deret Fourier pada persamaan (9). Nilai K optimal pada model diperoleh dengan menggunakan metode GCV (*Generalized Cross Validation*) yang formulanya diberikan sebagai berikut

$$GCV(K_1, K_2, \dots, K_r) = \frac{MSE(K_1, K_2, \dots, K_r)}{((2n)^{-1} \text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{C}(K_1, K_2, \dots, K_r)))^2}$$

dengan

$$MSE(K_1, \dots, K_r) = (2n)^{-1} \mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{C}(K_1, K_2, \dots, K_r))^T \mathbf{W} (\mathbf{I} - \mathbf{C}(K_1, K_2, \dots, K_r)) \mathbf{y}$$

4. Kesimpulan dan Saran

Diberikan model regresi semiparametrik birespon dengan variabel komponen parametrik x_1, x_2, \dots, x_p , dan variabel komponen nonparametrik t_1, t_2, \dots, t_R mengikuti model :

$$y_{ji} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1i} + \beta_{2j}x_{2i} + \dots + \beta_{pj}x_{pi} + \sum_{r=1}^R f_j(t_{ri}) + \varepsilon_{ji}$$

dimana $i=1,2,\dots,n$ dan $j=1,2$. Komponen nonparametrik didekati dengan fungsi Deret Fourier berbentuk :

$$f_j(t_{ri}) = \gamma_{jr}t_{ri} + \frac{\alpha_{0jr}}{2} + \sum_{k=1}^K (\alpha_{kjr} \cos kt_{ri})$$

dimana $i=1,2,\dots,n$, dan $j=1,2$. Parameter K merupakan parameter osilasi. Setelah dilakukan optimasi WLS dari model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier diperoleh estimator untuk komponen parametrik

$$\hat{\beta} = A(K)y$$

dengan $A(K) = M(X^T W X)^{-1} \{X^T - X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T\} W$,

$$M = (J - (X^T W X)^{-1} X^T W T (T^T W T)^{-1} T^T W X)^{-1}$$

dan estimator untuk komponen nonparametrik

$$\hat{\eta} = B(K)y$$

dengan $B(K) = N(T^T W T)^{-1} \{T^T - T^T W X (X^T W X)^{-1} X^T\} W y$

$$N = (J - (T^T W T)^{-1} T^T W X (X^T W X)^{-1} X^T W T)^{-1}$$

Estimator model regresi semiparametrik birespon dengan pendekatan Deret Fourier sebagai berikut :

$$\hat{y} = C(K)y$$

dimana $C(K) = A(K) + B(K)$.

5. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih disampaikan kepada DIKTI dan pihak Pasca Sarjana Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya yang telah memberikan beasiswa *fresh graduate* kepada penulis.

Daftar Pustaka

- [1] Asrini, Luh Juni. 2012. *Regresi Semiparametrik Deret Fourier*. Prosiding Seminar Nasional FMIPA Universitas Negeri Surabaya, 77-80, Surabaya.
- [2] Asrini, Luh Juni. 2014. Fourier Series Semiparametric Regression Models (Case Study: The Production of Law Land Rice Irrigation in Central Java). *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, 9, 1501-1506.
- [3] Biedermann, Stefanie., Dette, Holder., and Hoffmann, Philipp. 2009. Constrained Optimal Discrimination Designs for Fourier Regression Models, *Ann Inst Stat Math Journal*, 61, 143-157.
- [4] Bilodeau, M. 1992. Fourier Smoother and Additive Models. *The Canadian Journal of Statistics*, 3, 257-259.
- [5] Budiantara, I.N., Lestari, B., dan Islamiyati, A. 2010. *Estimator Spline Terbobot dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik Heteroskedastik untuk Data Longitudinal*. Hibah Penelitian Kompetensi DP2M Dikti, Jakarta.

- [6] Islamiyati, A., dan Budiantara, I.N. 2007. Model Spline dengan Titik – Titik Knot dalam Regresi Nonparametrik. *Jurnal Inferensi*, 3, 11-21.
- [7] Pane, Rahmawati., Budiantara, I.N., Zain, Ismaini., dan Otok, Bambang Widjanarko. 2014. Parametric and Nonparametric Estimators in Fourier Series Semiparametric Regression and Their Characteristics. *Applied Mathematical Sciences*, 8(102), 5053-5064.
- [8] Prahutama, Alan. 2013. *Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Deret Fourier pada Kasus Tingkat Pengangguran Terbuka di Jawa Timur*. Prosiding Seminar Nasional Statistika Undip, 10, 69-76, Semarang
- [9] Salam, Nur. 2013. *Estimasi Likelihood Maximum Penalized dari Model Regresi Semiparametrik*. Prosiding Seminar Nasional Statistika Undip, 10, 571-582, Semarang.
- [10] Semiati, Rini. 2010. *Regresi Nonparametrik Deret Fourier Birespon*. Tesis ITS, Surabaya.
- [11] Tripena, A. 2007. *Estimator Deret Fourier dalam Regresi Nonparametrik*. Tesis ITS, Surabaya.

ESTIMATOR KURVA REGRESI NONPARAMETRIK MULTIVARIABEL DERET FOURIER

Ni Putu Ayu Mirah Mariati¹, I Nyoman Budiantara²

¹Mahasiswa Program Magister Jurusan Statistika, FMIPA ITS Surabaya,
ayumirahmariati@gmail.com

²Jurusan Statistika, FMIPA ITS, Surabaya, i_nyoman_b@statistika.its.ac.id

Abstrak

Analisis regresi digunakan untuk menyelidiki pola hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen. Hal ini dapat dilakukan dengan dua pendekatan. Pendekatan yang paling umum dan sering digunakan adalah pendekatan regresi parametrik. Pendekatan regresi parametrik mengasumsikan bentuk kurva regresi mengikuti pola tertentu. Apabila tidak ada informasi tentang bentuk kurva regresi, maka pendekatan yang digunakan adalah pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan regresi nonparametrik tidak tergantung pada asumsi bentuk kurva tertentu. Akibatnya pendekatan ini mempunyai sifat fleksibilitas yang baik. Salah satu pendekatan dalam regresi nonparametrik adalah Deret Fourier. Deret Fourier merupakan estimator yang baik untuk menduga kurva regresi yang berpola berulang (periodik). Diberikan model regresi nonparametrik multivariabel:

$$y_i = \sum_{j=1}^q f_j(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Kurva regresi $f_j(x_{ji})$ didekati dengan fungsi Deret Fourier:

$$f_j(x_{ji}) = b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, q.$$

Estimasi kurva regresi diperoleh dari menyelesaikan optimasi *Least Square* (LS):

$$\underset{\beta \in R^{q(K+2)}}{\text{Min}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q \left(b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji} \right) \right)^2 \right\}.$$

Penyelesaian optimasi ini berupa estimator Deret Fourier yang diberikan oleh:

$$\sum_{j=1}^q \hat{f}_j(x_{ji}) = \sum_{j=1}^q \left(\hat{b}_j x_{ji} + \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{0j} + \sum_{k=1}^K \hat{\alpha}_{kj} \cos kx_{ji} \right), \quad j = 1, 2, \dots, q$$

$$\text{dengan } \hat{\beta}(K) = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{01} & \hat{\alpha}_{11} & \dots & \hat{\alpha}_{K1} & \vdots & \dots & \vdots & \hat{b}_q & \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{0q} & \hat{\alpha}_{1q} & \dots & \hat{\alpha}_{Kq} \end{bmatrix}'$$

$$= (X'(K)X(K))^{-1} X'(K)y$$

Kata kunci: Regresi Nonparametrik, Deret Fourier, Multivariabel.

1. Pendahuluan

Dalam memodelkan suatu data dengan menggunakan regresi, hal yang pertama dilakukan adalah apakah variabel tersebut berkorelasi atau tidak. Apabila terjadi korelasi, maka dapat dilakukan pemodelan Statistika dengan menggunakan analisis regresi. Analisis regresi merupakan salah satu analisis dalam Statistika yang digunakan untuk menyelidiki pola hubungan fungsional antara satu atau lebih variabel. Disamping itu, tujuan lain analisis regresi adalah untuk memprediksi (meramal). Dalam mengestimasi kurva regresi terdapat tiga pendekatan, yaitu pendekatan regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik. Tujuan utama dalam analisis regresi adalah mencari bentuk estimasi kurva regresi. Dalam model regresi parametrik estimasi kurva regresi ekuivalen dengan estimasi terhadap parameter-parameter dalam model (Budiantara [4]). Berbeda dengan pendekatan regresi parametrik, dalam regresi nonparametrik bentuk kurva regresi diasumsikan tidak diketahui. Kurva regresi nonparametrik hanya diasumsikan *smooth* (mulus) dalam arti termuat di dalam suatu ruang fungsi tertentu. Data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasinya, tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas dari perancang penelitian. Dengan demikian, pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi (Eubank [5]).

Pendekatan regresi nonparametrik yang banyak mendapat perhatian dari beberapa peneliti adalah estimator Deret Fourier (Asrini dan Budiantara [2]; Pane et.al [6]). Deret Fourier merupakan polinomial trigonometri yang mempunyai fleksibilitas, sehingga dapat menyesuaikan diri secara efektif terhadap sifat lokal data. Deret Fourier baik digunakan untuk menjelaskan kurva yang polanya berulang. Tripena [9] melakukan analisis terhadap estimator Deret Fourier yang diberikan oleh Bilodeau [3]. Tjahjono [8] melakukan penelitian mengenai estimator Deret Fourier terbobot pada regresi nonparametrik. Selanjutnya, Semiati [7] melakukan estimasi parameter dalam model Deret Fourier pada regresi nonparametrik birespon. Sedangkan untuk regresi semiparametrik menggunakan Deret Fourier telah dikembangkan oleh Asrini [1]. Dalam banyak kasus, hubungan antar variabel tidak selalu berpola parametrik. Menurut Eubank [5] sering ditemui hubungan antara variabel prediktor dan respon mengikuti pola berulang. Dalam makalah ini akan dikaji bentuk estimasi kurva regresi nonparametrik multivariabel Deret Fourier.

2. Metode Penelitian

Diberikan data berpasangan $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi}, y_i)$ dengan x_{ji} , $j = 1, 2, \dots, q$ merupakan variabel-variabel prediktor dan y_i merupakan variabel respon. Untuk mendapatkan estimasi kurva regresi Deret Fourier dalam regresi nonparametrik multivariabel dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Diberikan model regresi nonparametrik multivariabel:

$$y_i = \sum_{j=1}^q f_j(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

- b. Menghampiri kurva regresi dengan fungsi Deret Fourier:

$$f_j(x_{ji}) = b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, q.$$

- c. Membentuk komponen *Goodness of fit*:

$$\sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q \left(b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji} \right) \right)^2$$

- d. Menyelesaikan optimasi *Least Square* (LS):

$$\underset{\beta \in R^{q(K+2)}}{\text{Min}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q \left(b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji} \right) \right)^2 \right\}$$

- e. Mendapatkan estimator untuk kurva regresi $\hat{f}_j(x_{ji})$ dengan menggunakan derivatif parsial.

3. Hasil dan Pembahasan

Deret Fourier merupakan polinomial trigonometri yang mempunyai fleksibilitas yang tinggi. Deret Fourier baik digunakan untuk mengetimasi kurva regresi yang menunjukkan gelombang sinus atau cosinus. Diberikan model regresi nonparametrik multivariabel:

$$\begin{aligned} y_i &= \mu(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi}) + \varepsilon_i \\ &= \sum_{j=1}^q f_j(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Selanjutnya, kurva regresi f_j dihamperi dengan fungsi Deret Fourier:

$$f_j(x_{ji}) = b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, q.$$

Estimator kurva regresi Deret Fourier diperoleh dari optimasi:

$$\underset{\beta \in R^{q(K+2)}}{\text{Min}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q \left(b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \sum_{k=1}^K \alpha_{kj} \cos kx_{ji} \right) \right)^2 \right\} = \underset{\beta \in R^{q(K+2)}}{\text{Min}} \{ \square(\beta) \}$$

Untuk menyelesaikan optimasi diatas dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \square(\beta) &= \sum_{i=1}^n \left(y_i - \mu(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi}) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q \left(b_j x_{ji} + \frac{1}{2} \alpha_{0j} + \alpha_{1j} \cos x_{ji} + \dots + \alpha_{Kj} \cos Kx_{ji} \right) \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_i - \left(b_1 x_{1i} + \frac{1}{2} \alpha_{01} + \alpha_{11} \cos x_{1i} + \dots + \alpha_{K1} \cos Kx_{1i} \right) - \dots + \right. \\ &\quad \left. - \left(b_q x_{qi} + \frac{1}{2} \alpha_{0q} + \alpha_{1q} \cos x_{qi} + \dots + \alpha_{Kq} \cos Kx_{qi} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Persamaan (1) diatas dapat ditulis menjadi:

$$\square(\beta) = (y - X(K)\beta)' (y - X(K)\beta) \quad (2)$$

dengan:

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_n]',$$

$$\beta = \left[b_1 \quad \frac{1}{2} \alpha_{01} \quad \alpha_{11} \quad \dots \quad \alpha_{K1} \quad \vdots \quad \vdots \quad b_q \quad \frac{1}{2} \alpha_{0q} \quad \alpha_{1q} \quad \dots \quad \alpha_{Kq} \right]' \text{ dan,}$$

$$X(K) = \begin{bmatrix} x_{11} & 1 & \cos x_{11} & \cdots & \cos Kx_{11} & \vdots & \cdots & \vdots & x_{q1} & 1 & \cos x_{q1} & \cdots & \cos Kx_{q1} \\ x_{12} & 1 & \cos x_{12} & \cdots & \cos Kx_{12} & \vdots & \cdots & \vdots & x_{q2} & 1 & \cos x_{q2} & \cdots & \cos Kx_{q2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & 1 & \cos x_{1n} & \cdots & \cos Kx_{1n} & \vdots & \cdots & \vdots & x_{qn} & 1 & \cos x_{qn} & \cdots & \cos Kx_{qn} \end{bmatrix}$$

Persamaan (2) dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \square(\beta) &= (\tilde{y}' - \tilde{\beta}' X'(K))(\tilde{y} - X(K)\tilde{\beta}) \\ &= \tilde{y}'\tilde{y} - \tilde{y}'X(K)\tilde{\beta} - \tilde{\beta}'X'(K)\tilde{y} + \tilde{\beta}'X'(K)X(K)\tilde{\beta} \\ &= \tilde{y}'\tilde{y} - (X'(K)\tilde{\beta}'\tilde{y})' - \tilde{\beta}'X'(K)\tilde{y} + \tilde{\beta}'X'(K)X(K)\tilde{\beta} \\ &= \tilde{y}'\tilde{y} - 2\tilde{\beta}'X'(K)\tilde{y} + \tilde{\beta}'X'(K)X(K)\tilde{\beta} \end{aligned}$$

Estimasi kurva regresi $\hat{\mu}$ diperoleh dengan cara ekuivalen dengan estimasi $\hat{\beta}$. Estimasi $\hat{\beta}$ diperoleh dari meminimumkan $\square(\beta)$. Dengan menurunkan secara parsial $\square(\beta)$ terhadap β didapat:

$$\frac{\partial \square(\beta)}{\partial \beta} = -2X'(K)\tilde{y} + 2X'(K)X(K)\tilde{\beta} \quad (3)$$

Jika persamaan (3) disamakan dengan nol diperoleh persamaan:

$$-2X'(K)\tilde{y} + 2X'(K)X(K)\hat{\beta} = 0.$$

Dengan sedikit penjabaran dan menganggap matriks $X(K)$ nonsingular (matriks dengan rank penuh) maka diperoleh estimator $\hat{\beta}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}(K) &= (X'(K)X(K))^{-1} X'(K)\tilde{y} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \frac{1}{2}\hat{\alpha}_{01} & \hat{\alpha}_{11} & \cdots & \hat{\alpha}_{K1} & \vdots & \cdots & \vdots & \hat{b}_q & \frac{1}{2}\hat{\alpha}_{0q} & \hat{\alpha}_{1q} & \cdots & \hat{\alpha}_{Kq} \end{bmatrix}' \end{aligned}$$

Estimator untuk kurva regresi f_j diberikan oleh:

$$\hat{f}_j(x_{ji}) = \hat{b}_j x_{ji} + \frac{1}{2}\hat{\alpha}_{0j} + \sum_{k=1}^K \hat{\alpha}_{kj} \cos kx_{ji}.$$

Akibatnya estimasi untuk kurva regresi $\mu(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi})$ diberikan oleh:

$$\begin{aligned} \mu(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi}) &= \sum_{j=1}^q \hat{f}_j(x_{ji}) \\ &= \sum_{j=1}^q \left(\hat{b}_j x_{ji} + \frac{1}{2}\hat{\alpha}_{0j} + \sum_{k=1}^K \hat{\alpha}_{kj} \cos kx_{ji} \right). \end{aligned}$$

Kurva regresi Deret Fourier sangat tergantung kepada parameter osilasi K . Estimator Deret Fourier terbaik diperoleh dari nilai K yang optimal. Nilai K yang optimal diperoleh dengan menggunakan metode GCV (*Generalized Cross Validation*). Nilai K optimal bersesuaian dengan nilai GCV terkecil yaitu:

$$GCV(K_{\text{optimal}}) = \min_{K \in \mathbb{Z}^+} \left\{ \frac{n^{-1} \|(I - A(K))\tilde{y}\|^2}{(n^{-1} \text{trace}(I - A(K)))^2} \right\}$$

dengan $A(K) = X(K)(X'(K)X(K))^{-1}X'(K)$.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut. Estimator kurva regresi nonparametrik multivariabel Deret Fourier diperoleh dari optimasi:

$$\underset{\beta \in R^{q(K+2)}}{\text{Min}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^q f_j(x_{ji}) \right)^2 \right\}$$

Optimasi ini menghasilkan estimator Deret Fourier:

$$\hat{\mu}(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{qi}) = \sum_{j=1}^q \hat{f}_j(x_{ji}) = \sum_{j=1}^q \left(\hat{b}_j x_{ji} + \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{0j} + \sum_{k=1}^K \hat{\alpha}_{kj} \cos kx_{ji} \right)$$

dengan $\hat{b}_j, \hat{\alpha}_{0j}, \hat{\alpha}_{kj}; j = 1, 2, \dots, q; k = 1, 2, \dots, K$. diberikan oleh persamaan:

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{01} & \hat{\alpha}_{11} & \dots & \hat{\alpha}_{K1} & \vdots & \dots & \vdots & \hat{b}_q & \frac{1}{2} \hat{\alpha}_{0q} & \hat{\alpha}_{1q} & \dots & \hat{\alpha}_{Kq} \end{bmatrix}' \\ = (X'(K)X(K))^{-1} X'(K) \tilde{y}$$

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada BPPDN Dikti yang telah memberikan beasiswa kepada peneliti selama mengikuti Program Magister, kepada Program Pasca Sarjana, Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Daftar Pustaka

- [1] Asrini, Luh Juni., 2012, “*Regresi Parametrik Deret Fourier*”, Prosiding Seminar Nasional FMIPA Universitas Negeri Surabaya, hal.77-80, 24 November 2012.
- [2] Asrini, Luh Juni dan Budiantara, I N., 2014, “Fourier Series Semiparametric Regression Models (CaseStudy: The Production of Lawland Rice Irrigation in Central Java”, *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, 9, 1501-1506.
- [3] Bilodeau, M., 1992, Fourier Smoother and Additive Models, *The Canadian Journal of Statistics*, 3, 257-269.
- [4] Budiantara, I.N., 2009, *Spline dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang*, Pidato pengukuhan sebagai Guru Besar di Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [5] Eubank, R.L., 1988, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.
- [6] Pane, R., Budiantara, I, N., Zain, Ismaini, and Widjanarko O., B., 2014, “Parametric and Nonparametric Estimators in Fourier Series Semiparametric Regression and Their Characteristics”, *Applied Mathematical Sciences*, 8, 5053-5064.
- [7] Semiati, Rini., 2010, *Regresi Nonparametrik Deret Fourier Birespon*, Tesis, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

- [8] Tjahjono, Eko., 2011, *Estimator Deret Fourier Terbobot pada Regresi Nonparametrik*, Tesis, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [9] Tripena, A. and Budiantara, I N., 2007, *Fourier Estimator in Nonparametric Regression*, International Conference On Natural Sciences and Applied Natural Scienes, Ahmad Dahlan University, Yogyakarta.

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN *SPLINE*

Ni Putu Nanik Hendayanti¹, I Nyoman Budiantara²

¹Mahasiswa Magister Statistika, FMIPA ITS Surabaya,
putu_nanik_hendayanti@yahoo.co.id

²Jurusan Statistika, FMIPA ITS Surabaya, i_nyoman_b@statistika.its.ac.id

Abstrak

Analisis regresi bertujuan untuk mengetahui pola hubungan dan pengaruh variabel respon dengan satu atau beberapa variabel prediktor. Salah satu tujuan analisis regresi adalah mengestimasi nilai variabel respon pada suatu nilai variabel prediktor. Pada analisis regresi terdapat beberapa pendekatan yang digunakan diantaranya pendekatan regresi parametrik dan pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan regresi nonparametrik merupakan metode estimasi yang tidak terikat pada asumsi bentuk kurva tertentu. Diberikan model regresi nonparametrik heteroskedastisitas $y_i = g(x_i) + \varepsilon_i$, dengan $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$ serta $g(x_i)$ adalah kurva regresi. Kurva regresi g dihipotesiskan dengan fungsi *spline truncated* derajat m dan titik-titik knots k_1, k_2, \dots, k_r :

$$g(x_i) = \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m.$$

Estimasi kurva regresi g diperoleh dengan metode *Maximum Likelihood Estimator*. Berdasarkan fungsi *Likelihood*, estimasi kurva regresi g diperoleh dari menyelesaikan optimasi:

$$\text{Max}_g \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - g(x_i))^2 \right\}.$$

Estimator $\hat{g}(x_i)$ diberikan oleh:

$$\hat{g}(x_i) = \sum_{j=0}^m \hat{\alpha}_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \hat{\alpha}_{m+h} (x_i - k_h)_+^m,$$

dengan:

$$\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_0, \dots, \hat{\alpha}_{m+r})' = (T'(x, \underline{k})WT(x, \underline{k}))^{-1} T'(x, \underline{k})Wy, \quad W = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2).$$

Kata kunci: Regresi Nonparametrik, MLE, *Spline*, Heteroskedastisitas

1. Pendahuluan

Analisis regresi merupakan salah satu analisis statistika yang sering digunakan dalam berbagai bidang ilmu sebagai alat dalam pengambilan suatu keputusan. Analisis regresi bertujuan untuk mengetahui hubungan dan pengaruh antara variabel respon dengan satu atau beberapa variabel prediktor. Hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel prediktor dijelaskan dalam sebuah fungsi yang dinamakan kurva regresi. Misalkan x adalah variabel prediktor dan y adalah variabel respon, maka hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dengan ε_i adalah *error* yang diasumsikan independen dengan mean nol dan variansi σ^2 , serta $g(x_i)$ adalah kurva regresi.

Pendekatan regresi nonparametrik merupakan metode pendugaan model yang dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat asumsi bentuk kurva tertentu. Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti (Eubank [3]). Kurva regresi nonparametrik diasumsikan tidak diketahui bentuknya yang termuat dalam ruang tertentu dan hanya diasumsikan *smooth* (mulus/licin) dalam arti kontinu dan *differensiable*. Pendekatan model regresi nonparametrik yang sering digunakan adalah regresi nonparametrik *spline*. *Spline* memiliki beberapa kelebihan antara lain *spline* merupakan model yang mempunyai interpretasi statistik dan visual yang sangat baik (Eubank [3]; Erni, et. al [4]; Rita, at. al [9]). *Spline* memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu (Budiantara [1]; Cox dan O'Sullivan [2]; Lestari, et. al [8]). Selain itu, *spline* juga mempunyai keunggulan dalam mengatasi perubahan pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta menghasilkan kurva yang relatif *smooth* atau mulus (Hardle [7]).

Heteroskedastisitas dalam analisis regresi adalah suatu model regresi dimana terjadi ketidaksamaan variansi *error* dari satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Jika variansi dari residual satu pengamat ke pengamatan yang lain tetap, maka disebut homoskedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas (Ghozali [6]). Jika pada analisis regresi terjadi heteroskedastisitas, maka akan menyebabkan estimasinya tidak efisien. Akibatnya, terjadi *over-estimate* pada pengujian hipotesis Statistika baik untuk uji F (uji simultan) maupun uji t (uji parsial) sehingga memberikan informasi yang tidak valid terhadap penolakan atau penerimaan hipotesis nul (Gujarati [5]). Mengingat secara statistika permasalahan heteroskedastisitas dapat mengganggu inferensi statistik yang dapat menyesatkan kesimpulan yang diambil dari model regresi yang akan dibentuk, maka perlu dikaji lebih mendalam persoalan-persoalan heteroskedastisitas dalam analisis regresi nonparametrik.

Dalam penelitian ini akan dikaji bentuk estimator kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Metode MLE merupakan salah satu metode yang cukup terkenal dalam statistika teori. Metode MLE memperoleh estimasi model dengan cara memaksimumkan fungsi *Likelihood*.

2. Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah dan metode yang digunakan untuk mengkaji estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas dengan pendekatan *spline* adalah sebagai berikut:

- a. Membuat model regresi nonparametrik heteroskedastisitas.

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \quad \text{dimana } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i^2)$$

- a. Menghampiri kurva regresi g dengan *spline truncated* derajat m dan titik-titik knots k_1, k_2, \dots, k_r :

$$g(x_i) = \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m$$

- b. Model regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dapat ditulis menjadi:

$$y_i = \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i$$

c. Mencari fungsi *Likelihood* $L(\underline{\alpha})$, dengan

$$\underline{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}, \dots, \alpha_{m+r})'$$

d. Menstransformasikan fungsi *Likelihood* $L(\underline{\alpha})$ menjadi:

$$\ell(\underline{\alpha}) = \log(L(\underline{\alpha}))$$

e. Menderivatiskan fungsi $\ell(\underline{\alpha})$ terhadap $\underline{\alpha}$ kemudian disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial \ell(\underline{\alpha})}{\partial \underline{\alpha}} = 0$$

f. Mendapatkan estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas sebagai berikut:

$$\hat{g} = T(x, \underline{k}) \hat{\underline{Q}} = \varphi(k_1, k_2, \dots, k_r) \underline{y}, \text{ untuk suatu matriks } \varphi(k_1, k_2, \dots, k_r).$$

3. Hasil dan Pembahasan

Diberikan suatu data dengan n buah pengamatan, dengan y_i adalah variabel respon dan x_i adalah variabel prediktor. Pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor tidak diketahui sehingga model regresi yang digunakan adalah regresi nonparametrik, seperti pada persamaan dibawah ini.

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i$$

Estimasi titik untuk kurva g diperoleh dengan menggunakan optimasi *Likelihood*. Diberikan suatu basis untuk ruang *spline* berorde m dengan bentuk:

$$\{1, x, \dots, x^m, (x - k_1)_+^m, \dots, (x - k_r)_+^m\}$$

dengan fungsi *truncated*:

$$(x - k)_+^m = \begin{cases} (x - k)^m, & x \geq k \\ 0, & x < k \end{cases}$$

dan k_1, k_2, \dots, k_r merupakan titik-titik knot. Untuk setiap kurva g dalam ruang *spline* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$g(x_i) = \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m, \quad j = 0, 1, \dots, m, m+1, \dots, m+r$$

dengan α_j adalah parameter dari fungsi *spline*. Model regresi *spline* dapat ditulis menjadi:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i = \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Apabila diasumsikan residual random ε_i berdistribusi normal independen dengan mean nol dan variansi σ_i^2 , maka y_i juga berdistribusi normal dengan mean $g(x_i)$ dan variansi σ_i^2 . Akibatnya diperoleh fungsi *Likelihood*:

$$L(y, g) = \prod_{i=1}^n \left((2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} \text{Exp}\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} (y_i - g(x_i))^2\right) \right)$$

$$= \left[\prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \text{Exp} \left(-\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\sigma_i^2} (y_i - g(x_i))^2 \right).$$

Estimasi titik untuk g diperoleh dengan menyelesaikan optimasi *Likelihood*:

$$\text{Max}_g \{L(y, g)\} = \text{Max}_{\gamma \in \mathcal{H}^{m+r+1}} \left\{ \left(\prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} \right) \text{Exp} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\sigma_i^2} \left(y_i - \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j - \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m \right)^2 \right\}.$$

Apabila dilakukan transformasi logaritma maka diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} \ell(\alpha) &= \log L(y, \alpha) \\ &= \log \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\sigma_i^2} \left(y_i - \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j - \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m \right)^2 \\ &= \log \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{\sigma_i} \left(y_i - \sum_{j=0}^m \alpha_j x_i^j - \sum_{h=1}^r \alpha_{m+h} (x_i - k_h)_+^m \right) \right]^2 \\ &= \log \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_1} \left(y_1 - \alpha_0 - \alpha_1 x_1 - \alpha_2 x_1^2 - \dots - \alpha_m x_1^m + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \alpha_{m+1} (x_1 - k_1)_+^m - \dots - \alpha_{m+r} (x_1 - k_r)_+^m \right) \right)^2 \\ &\quad \left(\frac{1}{\sigma_2} \left(y_2 - \alpha_0 - \alpha_1 x_2 - \alpha_2 x_2^2 - \dots - \alpha_m x_2^m - \alpha_{m+2} (x_2 - k_1)_+^m + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \dots - \alpha_{m+r} (x_2 - k_r)_+^m \right) \right)^2 - \dots - \\ &\quad \left(\frac{1}{\sigma_n} \left(y_n - \alpha_0 - \alpha_1 x_n - \alpha_2 x_n^2 - \dots - \alpha_m x_n^m - \alpha_{m+1} (x_n - k_1)_+^m + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \dots - \alpha_{m+r} (x_n - k_r)_+^m \right) \right)^2 \end{aligned}$$

Jika persamaan di atas dinyatakan dalam bentuk matriks, maka diperoleh:

$$\ell(\alpha) = \text{Log}(y, \alpha) = \log \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} ((y - T(x, k)\alpha)' W (y - T(x, k)\alpha)) \quad (1)$$

dengan $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}, \dots, \alpha_{m+r})'$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$, $T(x, k)$ dan W adalah matriks berturut-turut diberikan oleh:

$$T(x, k) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^m & (x_1 - k_1)_+^m & \dots & (x_1 - k_r)_+^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^m & (x_2 - k_1)_+^m & \dots & (x_2 - k_r)_+^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^m & (x_n - k_1)_+^m & \dots & (x_n - k_r)_+^m \end{pmatrix}, \text{ dan}$$

$$W = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{pmatrix}$$

Apabila persamaan (1) diderivatifkan parsial terhadap α kemudian hasilnya disamakan dengan nol, diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell(\alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \ell}{\partial \alpha} \left[\left(y - T(x, k) \alpha \right)' W \left(y - T(x, k) \alpha \right) \right] = 0 \\ &= \frac{\partial \ell}{\partial \alpha} \left[\left(y' W y - y' W T(x, k) \alpha - \alpha' T'(x, k) W y + \alpha' T'(x, k) W T(x, k) \alpha \right) \right] \\ &= \frac{\partial \ell}{\partial \alpha} \left[\left(y' W y - (\alpha' T'(x, k) W y)' - \alpha' T'(x, k) W y + \alpha' T'(x, k) W T(x, k) \alpha \right) \right] \\ &= \frac{\partial \ell}{\partial \alpha} \left[\left(y' W y - \alpha' T'(x, k) W y - \alpha' T'(x, k) W y + \alpha' T'(x, k) W T(x, k) \alpha \right) \right] \\ &= \frac{\partial \ell}{\partial \alpha} \left[\left(y' W y - 2 \alpha' T'(x, k) W y + \alpha' T'(x, k) W T(x, k) \alpha \right) \right] \\ &= -2 T'(x, k) W y + 2 T'(x, k) W T(x, k) \alpha = 0\end{aligned}$$

Dengan sedikit penjabaran diperoleh persamaan berikut.

$$T'(x, k) W T(x, k) \alpha = T'(x, k) W y$$

Persamaan terakhir memberikan estimator untuk $\hat{\alpha}$ sebagai berikut:

$$\hat{\alpha} = \left(T'(x, k) W T(x, k) \right)^{-1} T'(x, k) W y$$

Mengingat $T(x, k)$ merupakan matriks dengan rank penuh, maka diperoleh estimasi *Likelihood* untuk α adalah:

$$\hat{\alpha} = \left(T'(x, k) W T(x, k) \right)^{-1} T'(x, k) W y$$

Estimator kurva regresi g diberikan oleh:

$$\hat{g} = T(x, k) \hat{\alpha} = T(x, k) \left(T'(x, k) W T(x, k) \right)^{-1} T'(x, k) W y = \varphi(k) y$$

dengan:

$$\varphi(k) = T(x, k) \left(T'(x, k) W T(x, k) \right)^{-1} T'(x, k) W.$$

Terlihat bahwa \hat{g} merupakan estimator linier dalam observasi y dan sangat tergantung pada titik knot $k = (k_1, k_2, \dots, k_r)'$. Dalam model *spline*, pemilihan titik knot dapat menggunakan berbagai macam metode diantaranya dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Estimasi parameter model regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) diberikan oleh:

$$\hat{\alpha} = \left(T'(x, k) W T(x, k) \right)^{-1} T'(x, k) W y$$

2. Estimator kurva regresi \hat{g} diberikan oleh:

$$\begin{aligned}\hat{g} &= T(x, k) \hat{\alpha} \\ &= T(x, k) (T'(x, k) W T(x, k))^{-1} T'(x, k) W y \\ &= \varphi(k) y\end{aligned}$$

dengan:

$$\varphi(k) = T(x, k) (T'(x, k) W T(x, k))^{-1} T'(x, k) W$$

Daftar Pustaka

- [1] Budiantara, I.N. 2006. Regresi Nonparametrik Dalam Statistika, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makasar (UNM), Makasar.*
- [2] Cox, D. D. and O'Sullivan, F., 1996. *Penalized Type Estimator for Generalized Nonparametric Regression*, 1983, *Journal of Multivariate Analysis*, 56, 185-206.
- [3] Eubank, R. 1988. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker. New York.
- [4] Erni Tri Astuti, I Nyoman Budiantara, Sony Sunaryo and M. Dokhi. 2013. Statistical Modeling for Mortality Data Using Local Generalized Poisson Regression Model. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics (Int. J. Appl. Math. Stat)*, 9, 92-101.
- [5] Gujarati, D. 2004. *Basic Econometric*. Mc-Grawhill. New York.
- [6] Ghozali, Imam. 2005. *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program SPSS*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.
- [7] Hardle, W. 1990. *Smoothing Techniques with implementation in S*. Springer. New York.
- [8] Lestari, B., Budiantara, I N., Sunaryo, S., and Mashuri, M. 2012. Spline Smoothing for Multiresponse Nonparametric Regression Model in Case of Heteroscedasticity of Variance. *Journal of Mathematics and Statistics (JMS)*, 8, 377-384.
- [9] Rita Diana, I nyoman Budiantara, Purhadi, Satwiko Darmesto. 2014. Statistical Modeling for Unemployment Rate Using Smoothing Spline in Semiparametric Multivariable Regression Model With Bayesian Approach. *An International Journal : Model Assisted Statistics And Applications (MASA)*, 9, 287-294.

ANALISIS REGRESI DATA PANEL DALAM PEMODELAN KASUS DBD DI KOTA BANDUNG

Soemartini¹, Sudartianto², I Gede Nyoman Mindra Jaya³

^{1,2,3}Departemen Statistika FMIPA- UNPAD

Abstrak

Tingginya kasus DBD di Kota Bandung diidentifikasi disebabkan oleh berbagai faktor diantaranya angka bebas jentik, kepadatan penduduk, pemeriksaan bebas jentik dan rumah sehat. Penelitian ini dilakukan untuk membuktikan bagaimana pengaruh dari variable-variabel tersebut diharapkan terjadinya kasus DBD di Kota Bandung. Hasil penelitian menyimpulkan bahwa faktor yang paling berpengaruh terhadap tingginya kasus DBD di Kota Bandung adalah faktor kepadatan penduduk.

Kata kunci: Analisis Regresi Data Panel, *Fixed Effect Model*, DBD

1. Pendahuluan

DBD (Demam Berdarah Dengue) merupakan salah satu penyakit berbasis lingkungan yang diakibatkan oleh gigitan nyamuk *Aedes Aegypti* yang terinfeksi virus dengue dari kelompok Arbovirus B yaitu virus yang disebarkan oleh artropoda. Penyakit DBD diawali dengan demam mendadak dan terus menerus selama 2-7 hari dan disertai gejala klinis yang spesifik seperti : lemah , nyeri pada punggung , tulang , sendi dan kepala. Penyakit DBD merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat di Indonesia yang jumlah penderitanya cenderung meningkat dan penyebarannya semakin luas dan penyakit ini merupakan penyakit menular yang terutama menyerang anak-anak. Demikian pula di Kota Bandung. Meskipun sejak tahun 2010, angka kejadiannya cenderung menurun, namun kewaspadaan masyarakat terhadap penyakit ini harus tetap dilakukan karena kasus DBD di daerah sekitar Kota Bandung cukup tinggi.

Penelitian ini hanya dibatasi untuk pemodelan di Kota Bandung yang terdiri atas 30 kecamatan. Penyakit DBD ini bisa muncul kapan saja sepanjang tahun dan bisa menyerang siapa saja mulai dari anak-anak hingga lanjut usia, juga pada masyarakat yang tinggal di perumahan sederhana maupun mewah , bisa kena penyakit ini. Penyakit ini berkaitan dengan kondisi lingkungan, kepadatan penduduk dan perilaku masyarakat. Masyarakat harus berperan aktif di dalam pemberantasan sarang nyamuk tempat jentik nyamuk berkembang. Penyakit DBD ini merupakan salah satu penyakit yang menular . Pada data panel unit cross sectional yang sama akan diamati dari waktu ke waktu , sehingga data panel memiliki ruang serta dimensi waktu. Disamping salah satu keuntungan dari analisis regresi data panel adalah mempertimbangkan keragaman yang terjadi dalam unit cross section. Oleh karena itu metode yang digunakan untuk membentuk model dan meramalkan DBD yang memiliki keterkaitan antara data deret waktu dan keterkaitan dengan data Cross section digunakan analisis regresi panel.

Adapun maksud dari penelitian ini untuk menerapkan analisis yang tepat sesuai dengan permasalahan yang ada. Dalam hal ini penulis menggunakan analisis regresi data panel dengan menggunakan metode Fixed Effect Panel.

Tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui faktor yang paling berpengaruh terhadap DBD di Kota Bandung dan model yang terbaik yang dapat mempresentasikan DBD di Kota Bandung

2. Landasan Teori

2.1. Analisis Regresi Data Panel

Analisis regresi data panel adalah analisis regresi dengan struktur data merupakan data panel. Data panel merupakan gabungan antara data runtut waktu (*time series*) dan data silang (*cross section*). Pada data *time series* variabel diamati dalam jangka waktu tertentu. Pada data *cross section*, nilai untuk satu atau beberapa variabel dikumpulkan untuk beberapa unit sampel pada waktu yang sama. Pada data panel unit *cross sectional* yang sama akan diamati dari waktu ke waktu, sehingga data panel memiliki ruang serta dimensi waktu (Damodar, 2003).

Secara umum, persamaan regresi data panel pada penelitian ini, adalah sebagai berikut:

$$Y_{it} = \alpha + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (2.1)$$

dengan

$$k = 1, 2, \dots, K$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

Y_{it} : nilai variabel respon ke-k pada unit observasi ke-i dan waktu ke-t

X_{kit} : nilai variabel prediktor pada unit observasi ke-i dan waktu ke-t

α : parameter intersep

β_k : koefisien regresi ke-k

ε_{it} : gangguan atau *error term*

Jika masing-masing unit *cross-section* memiliki jumlah pengamatan *time series* yang sama maka data panel tersebut dinamakan data panel seimbang (*balanced panel data*), sebaliknya jika jumlah pengamatan *time series* berbeda pada masing-masing unit maka disebut data panel tidak seimbang (*unbalanced panel data*).

Tabel .3.1 Struktur Data Panel

Obs. (j)	Tahun (t)	Group (i)	Variabel Dependen (Y)	Variabel Independen (X ₁)	...	Variabel Independen (X _k)
1	1	1
2	1	2
...
...	1	N
...	2	1
...	2	2
...
...	2	N
...
...
...
...
...	T	1
...	T	2
...
n	T	N

2.2 Beberapa Pendekatan untuk Mengestimasi Model Regresi Data Panel

Ada 3 pendekatan untuk mengestimasi model regresi data panel yaitu:

a. *Common Effect Model*

Pada pendekatan ini tidak diperhatikan dimensi waktu atau pun individu sehingga diasumsikan perilaku antar individu sama dalam seluruh kurun waktu. Pendekatan ini disebut juga dengan *Pooled Least Square*. Pendekatan ini merupakan pendekatan yang paling sederhana dalam menghasilkan model. Dalam mengestimasi, dimensi *cross-section* dan *time series* dari data panel diabaikan dan data diestimasi dengan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*). Menurut Sukendar dan Zainal (2007), pada pendekatan ini diasumsikan bahwa nilai intersep masing-masing variabel adalah sama, begitu pula *slope* koefisien untuk semua unit *cross-section* dan *time series*. Secara umum model CEM dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_{it} = \alpha + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (2.2)$$

b. *Fixed Effect Model*

Pada pendekatan ini diasumsikan intersep dibedakan antar individu, sedangkan *slope* diasumsikan sama. Artinya *Fixed Effect Model* disini mengasumsikan bahwa tidak ada *time specific effects* dan hanya memfokuskan pada *individual specific effects*. Metode yang digunakan untuk mengestimasi model ini adalah *Least Square Dummy Variable* yang berbasis regresi *Ordinary Least Square* (OLS) dengan variabel dummy yang dapat mewakili tidak lengkapnya informasi dalam pembuatan model. Secara umum model FEM dinyatakan sebagai berikut :

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (2.3)$$

c. *Random Effect Model*

Pada pemodelan menggunakan REM, arah hubungan antar tempat diasumsikan random, tetapi ditangkap dan dispesifikasikan dalam bentuk kesalahan residual.

Dengan ε_i merupakan *random error* yang memiliki mean 0 dan varians σ_ε^2 tidak secara langsung diobservasi, atau disebut juga variabel laten (Gujarati, 2004). Sehingga persamaan model REM adalah sebagai berikut :

$$Y_{it} = \alpha_0 + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_{kit} + w_{it} \dots \dots \dots (2.4)$$

$$\text{Dengan : } w_{it} = \varepsilon_{it} + \mu_{it}$$

Dalam penelitian ini digunakan metode pendekatan FEM, dengan asumsi koefisien *slope* konstan dan intersept berbeda untuk masing-masing unit *cross section* . Penelitian ini mengasumsikan tingkat jumlah kasus DBD antar wilayah dalam hal ini kecamatan berbeda. Juga diyakini bahwa individu atau *cross section* tidak acak dan varians error konstan. Sedangkan pendugaan parameter regresi data panel untuk FEM digunakan *Least Square Dummy Variable* (LSVD) dengan model seperti di bawah ini :

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \beta_{4it} + \varepsilon_{it} \dots \dots \dots (2.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, 30$$

$$t = 1, 2, 3, 4, 5$$

Y_{it} : banyak kasus DBD di Kotamadya Bandung Kecamatan ke-i dan waktu ke-t

- X_{1it} : rasio kepadatan penduduk (per 1000 orang) dikotamadya Bandung Kecamatan ke - i tahun ke t
 X_{2it} : rasio bebas jentik dikotamadya Bandung Kecamatan ke - i tahun ke t
 X_{3it} : rasio rumah sehat dikotamadya Bandung Kecamatan ke - i tahun ke t
 X_{4it} : rasio pemeriksaan bebas jentik di kotamadya Bandung Kecamatan ke-i tahun ke t
 α_i : parameter intersep Kecamatan ke i
 β_k : koefisien regresi ke-k dengan k = 1,2,3,4
 ε_{it} : gangguan atau *error term*

Sedangkan persamaan FEM dengan variable dummy adalah sebagai berikut:

$$Y_{it} = \alpha + \sum_{i=2}^{30} \mu_i D_i + \sum_{k=1}^5 \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (2.6)$$

dengan :

k = 1,2,3,4,5, i = 1,2,..., 30 dan t = 1,2,3,4,5

dengan :

D_i : variabel dummy yang menyatakan kategori wilayah ke-i

μ_i : koefisien slope variabel dummy yang menyatakan efek perbedaan wilayah.

Variabel dummy yang terbentuk adalah sebanyak N-1 dengan $D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{30}]$ untuk i=1 berisi vektor $0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ sedangkan untuk variabel dummy lainnya dapat dijelaskan sebagai berikut :

$$D_2 = \begin{cases} 1, & \text{untuk } i = 2 \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

$$D_3 = \begin{cases} 1, & \text{untuk } i = 3 \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

⋮

$$D_{30} = \begin{cases} 1, & \text{untuk } i = 30 \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Menurut Greene (2002) Persamaan (2.5) termasuk model regresi multiple dengan (K+n) parameter, sehingga Persamaan (2.5) dapat ditaksir dengan *Ordinary Least Square* (OLS) dengan $\widehat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$.

3. Pengujian Spesifikasi *Fix Effect Model (FEM)*

Langkah-langkah untuk menguji perbedaan intersep antar wilayah adalah sebagai berikut :

1. Rumuskan hipotesis statistic sebagai berikut :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_N = 0 \text{ (efek perbedaan wilayah tidak berarti)}$$

$$H_1 : \text{Salah satu } \mu_i \neq 0 \text{ (efek perbedaan wilayah berarti)}$$

2. Tentukan nilai α

3. Statistik Uji:

$$F = \frac{(R^2_{LSDV} - R^2_{pooled}) / (n-1)}{(1 - R^2_{LSDV}) / (nT - n - k)} \sim F_{((n-1), (nT - n - k))} \quad (2.7)$$

4. Kriteria Uji Tolak H_0 jika $F_{hitung} \geq F_{Tabel}$, atau p-value < α , terima dalam hal lain.

Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan data panel seimbang dari Dinas kesehatan Kota Bandung yang terdiri atas data time series dari tahun 2008 s/s 2012 ($T=5$) dan data crossection meliputi 30 Kecamatan ($N=30$) di Kota Bandung, sehingga jumlah observasi yang digunakan dalam penelitian ini 150 unit dan faktor-faktor yang mempengaruhinya.

Varibel Penelitian

Varibel dependen pada penelitian ini adalah Jumlah kasus demam berdarah dengan variable independennya adalah: kepadatan penduduk, Angka bebas jentik, rumah sehat dan pemeriksaan bebas jentik.

Langkah Analisis:

1. Penentuan Model Estimasi
2. Penentuan Metode Estimasi
3. Lakukan pengujian asumsi klasik : Yakni Heteroskedastisitas , Non Autokorelasi dan Multikolineritas.
4. Pengujian Spesifikasi Fixed Effect Model, untuk menguji perbedaan intersep antar wilayah.

4. Analisis dan Pembahasan

Pada model FEM dengan Least Square Dummy Variable pada regresi data panel merupakan metode yang menggunakan variable dummy untuk mengetahui besarnya perbedaan koefisien intersep tiap masing-masing efek wilayah di Kecamatan kota Bandung . Setelah dilakukan pengolahan dengan software R diperoleh hasil dari *Fixed Effect Model* (FEM) sebagai berikut :

Model Fixed Effect Model

Dengan menggunakan software R 2.14.0, didapatlah model taksiran *Fixed Effect Model* sebagai berikut:

$$Y = 18.2453 - 0.0005 X_1 * -0.0791X_2 + 0.0215X_3 + 0.0266X_4 + +3.7962D_2 - 7.4963D_3 + 7.1363D_4 + 6.0515D_5 + 5.1665D_6 + 6.7649D_7 + 10.3051D_8 * + 5.1576D_9 + 20.531D_{10} * + 7.9885D_{11} + 7.0437D_{12} + 6.0468D_{13} + 5.9711D_{14} + 8.8050D_{15} + 5.3576D_{16} + 1.7042D_{17} + 5.0676D_{18} + 6.9829D_{19} + 15.4560D_{20} * + 0.3680D_{21} + 2.8596D_{22} + 1.0373D_{23} + 15.1917D_{24} * - 3.0713D_{25} + 5.2135D_{26} + 14.2615D_{27} * + 13.1247D_{28} * + 5.6236D_{29} + 7.0835D_{30}$$

Uji Spesifikasi Model

(1) Uji Asumsi Klasik

Asumsi yang terlanggar adalah asumsi heteroskedastisitas. Untuk asumsi lainnya, yaitu autokorelasi, multikolinearitas serta normalitas terpenuhi.

(2) Uji Keberartian Parameter

Berdasarkan hasil pengujian secara keseluruhan semua variable hanya parameter variable X_1 (kepadatan penduduk) yang berarti. Sedangkan untuk parameter variable X_2 (angka bebas jentik), X_3 (rumah sehat), dan X_4 (pemeriksaan jentik) tidak berarti.

(3) Uji Efek Wilayah

Uji Spesifikasi *Fixed Effect Model*

Uji Spesifikasi *Fixed Effect Model* dilakukan untuk mengetahui apakah efek perbedaan wilayah berarti atau tidak. Berdasarkan hasil pengujian dengan statistik uji F diperoleh hasil pengujian sebagai berikut :

Tabel 4.1. Hasil Pengujian Spesifikasi *Fixed Effect Model*

Statistik uji F	<i>p-value</i>	Kesimpulan
3.904	2.985e-08	H_0 ditolak

Sumber: Hasil Perhitungan

Berdasarkan hasil pengujian dengan LSDV dan statistic uji F, nilai p-value yang dihasilkan sebesar 2.985 e-08, dengan taraf signifikan 0.05, maka $p\text{ value} < 0.05$, sehingga H_0 ditolak yang artinya bahwa efek perbedaan wilayah berarti.

(4) Uji Hausman

Pengujian ini untuk memperoleh model terbaik antara FEM dan REM. Berdasarkan hasil pengujian, nilai p-value yang dihasilkan adalah 0.2162. Karena $p\text{-value} > 0.05$, ini berarti REM merupakan model terbaik dibandingkan dengan FEM.

5. Kesimpulan dan Saran

Untuk analisis regresi dengan data panel terdapat dua pendekatan yaitu *Fixed Effect Model* dan Random Effect Model. Untuk mengetahui apakah *Fixed Effect Model* lebih baik dibandingkan dengan Random Effect Model dapat dilakukan dengan uji Hausman. Dan ternyata setelah dilakukan analisis dengan uji Hausman, model REM jauh lebih baik. Model yang diperoleh:

$$Y = 11.034100 - 0.000384x_1 + 0.035401x_2 + 0.032640x_3 + 0.028106x_4$$

Memandang bahwa ketidaklengkapan informasi dari setiap wilayah sebagai bagian dari unsure gangguan, dan diperoleh melalui metode Generalized Least Squared (GLS)

Daftar Pustaka

- Dinas kesehatan Kota Bandung, 2012. Profil Kesehatan Kota Bandung 2011. Bandung _____, 2011. Angka Kejadian DBD di Kota Bandung.
- Greene, William H, *Econometric Analysis Fifth Edition*, 2002, New York University
- Gujarati, Damodar N, *Basic Econometrics Fourth Edition*, 2003, Mc Graw Hill Companies, Singapore
- Pemecutan, Website Kesehatan 25 Juli 2013 (diakses tgl 25 Oktober 2014)

ANALISIS *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* DALAM PEMODELAN KASUS DBD DI KOTA BANDUNG

Sudartianto¹, I Gede Nyoman Mindra Jaya², Soemartini³

¹Departemen Statistika FMIPA UNPAD

Abstrak

Penyakit DBD adalah salah satu penyakit menular yang penularannya melibatkan vector nyamuk. Pemodelan kasus DBD harus memperhatikan adanya ketergantungan spatial antara lokasi sehingga penerapan model regresi klasik tidak memberikan hasil prediksi yang baik. Untuk mengatasi permasalahan dalam analisis regresi klasik yaitu standar error yang besar digunakan pendekatan model Geographically Weighted Regression (GWR). Model GWR memberikan taksiran yang lebih baik dibandingkan model regresi klasik. Berdasarkan analisis diketahui variabel angka bebas jentik dan rumah sehat tidak dapat dijadikan rujukan dalam memprediksikan tinggi rendahnya angka kejadian DBD disuatu lokasi.

Kata kunci: GWR Model, Regresi Klasik, Effect Spatial

1. Pendahuluan

Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah penyakit menular yang banyak ditemukan di daerah tropis dan sub tropis. Penyebaran penyakit demam berdarah melalui vector nyamuk *Aedes Aegypti*.

Jawa Barat pada tahun 2007 pernah tercatat sebagai provinsi pada urutan kelima dengan temuan jumlah kasus demam berdarah tertinggi di Indonesia. Angka Incident Rate nya mencapai 78 Kasus per 100.000 penduduk. Sedangkan pada tahun 2012 Jawa Barat merupakan provinsi dengan jumlah kasus penyakit DBD tertinggi yaitu 19.663 kasus, Angka Kesakitan atau *Incidence Rate* (IR) = 44,85 per 100.000 penduduk dan *Case Fatality Rate* (CFR)= 0,85 %. [1]

Dinas Kesehatan Pemerintah Kota Bandung telah melakukan berbagai upaya dalam menekan laju peningkatan kejadian Kasus DBD seperti menggerakkan masyarakat dalam kegiatan Pemberantasan Sarang Nyamuk (PSN) melalui 3M Plus yaitu menguras dan menyikat bak mandi, menutup tempat penampungan air, mengubur dan memusnahkan barang-barang bekas. Selain itu juga dilakukan program sosialisasi penanganan, pembinaan kader di setiap daerah dan program *fogging*. Untuk meningkatkan efektifitas dari upaya tersebut perlu diketahui faktor-faktor yang paling berpengaruh terhadap tingginya angka kejadian DBD disetiap kecamatan di Kota Bandung. Tinggi rendahnya angka kejadian kasus DBD di suatu wilayah diyakini dipengaruhi oleh banyak faktor diantaranya adalah Angka Bebas Jentik dan juga rumah sehat. Adanya heterogenitas spasial menyebabkan bahwa pengaruh faktor-faktor tersebut mungkin berbeda untuk setiap wilayah, sehingga pemodelan angka kejadian DBD tidak dapat dilakukan dengan menggunakan pemodelan regresi biasa yang hanya memperhatikan taksiran Global, namun harus menggunakan model regresi yang mampu memberikan taksiran secara local.

Ketergantungan spasial yang disebabkan adanya kedekatan wilayah, juga mungkin mempengaruhi taksiran parameter model sehingga harus diperhatikan dalam pemodelan regresi.

Metode regresi yang telah dikembangkan untuk menganalisis data yang memperhatikan heterogenitas spasial dan ketergantungan spasial adalah *Geographically Weighted Regression* (GWR) [2]. Terjadinya heterogenitas spasial bisa disebabkan oleh kondisi dari unit-unit spasial didalam wilayah penelitian yang dasarnya tidak homogen [3].

Tujuan dari penelitian ini adalah membangun model regresi GWR untuk mengetahui besar pengaruh dari setiap faktor untuk setiap lokasi.

2. Kajian Teori

Analisis *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Analisis *Geographically Weighted Regression* adalah teknik analisis regresi yang memperhatikan adanya heterogeneity spatial. Dalam GWR terdapat dua model yaitu model Global dan Model Local. Penaksiran parameter local dalam GWR menggunakan pendekatan *Weighted Least Square Regression* dengan bobot dihitung menurut Hukum Tobler yaitu berdasarkan kedekatan satu lokasi dengan lokasi lainnya. Koefisien GWR diprediksi secara independen dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi penelitian. Pembobotnya yaitu matriks diagonal yang elemen-elemen diagonalnya merupakan fungsi pembobot dari titik lokasi pengamatan.

Misalkan pembobot untuk lokasi pengamatan (u_i, v_i) yaitu w_{ij} , $j=1,2,...,n$, maka koefisien regresi untuk titik lokasi pengamatan (u_i, v_i) ditaksir dengan menambahkan pembobot w_{ij} pada regresi berganda dan menjadi $Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) X_{ik} + \varepsilon_i$. Untuk mendapatkan taksiran parameter local GWR dilakukan seperti biasa dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n w_i [Y_i - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) X_{ik}]^2$$

Dengan taksiran parameter lokalnya adalah sebagai berikut :

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = [X'W(u_i, v_i)X]^{-1}X'W(u_i, v_i)Y$$

$\hat{\beta}(u_i, v_i)$ adalah penaksir tak bias, efisien dan konsisten untuk $\beta(u_i, v_i)$

Pembobot Model GWR

Pembobot dalam GWR dapat ditentukan dengan beberapa cara yaitu :

1. Fungsi *Inverse Jarak*

Fungsi tersebut dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } d_{ij} < b \\ 0, & \text{jika } d_{ij} \geq b \end{cases}$$

d_{ij} adalah jarak *euclidean* antara titik lokasi ke- i dengan titik lokasi ke- j (Fotheringham *et al*, 2002) dan b merupakan parameter non negatif yang disebut parameter penghalus (*bandwidth*) yang dianalogikan sebagai radius (b) suatu lingkaran, sehingga sebuah titik lokasi pengamatan yang berada dalam radius lingkaran masih dianggap berpengaruh dalam membentuk parameter di titik lokasi pengamatan ke- i .

2. Fungsi Kernel

Fungsi Kernel dapat memberikan pembobot sesuai *bandwidth* optimum yang nilainya bergantung pada kondisi data. Terdapat dua jenis fungsi Kernel dalam GWR, pertama fungsi Kernel tetap atau *fixed Kernel* dan kedua fungsi Kernel adaptif atau *adaptive Kernel* [5]

a. Fungsi Kernel tetap (*fixed Kernel*)

Fungsi Kernel tetap memiliki *bandwidth* yang sama pada setiap titik lokasi pengamatan.

Dua jenis fungsi Kernel tetap yang digunakan dalam GWR adalah:

1. Fungsi Kernel Gaussian

$$w_{ij} = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{b} \right)^2 \right]$$

2. Fungsi Kernel Bi-square

$$w_{ij} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{b} \right)^2 \right]^2, & \text{jika } d_{ij} < b \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

b. Fungsi Kernel adaptif (*adaptive Kernel*)

Fungsi Kernel adaptif memiliki *bandwidth* yang berbeda untuk setiap titik lokasi pengamatan. Ini dikarenakan kemampuan fungsi Kernel adaptif dapat disesuaikan dengan kondisi titik-titik pengamatan. Apabila titik-titik lokasi pengamatan tersebar secara padat disekitar lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh relatif sempit. Sebaliknya jika titik-titik lokasi pengamatan memiliki jarak yang relatif jauh dari titik lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh akan semakin luas [4].

Dua jenis fungsi Kernel adaptif yang digunakan dalam GWR adalah:

1. Fungsi Kernel adaptif Gaussian

$$w_{ij} = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{b_{i(q)}} \right)^2 \right]$$

2. Fungsi Kernel adaptif Bi-square

$$w_{ij} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{b_{i(q)}} \right)^2 \right]^2, & \text{jika } d_{ij} < b \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Dengan $b_{i(q)}$ merupakan *bandwidth* adaptif yang menetapkan *q* sebagai jarak tetangga terdekat dari titik lokasi pengamatan ke-*i*.

Bandwidth pada GWR

Bandwidth adalah ukuran jarak fungsi pembobot dan sejauh mana pengaruh lokasi terhadap lokasi lain. Secara teoritis *bandwidth* merupakan lingkaran dengan radius *b* dari titik pusat lokasi, dimana digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan terhadap model regresi pada lokasi tersebut. Untuk pengamatan-pengamatan yang terletak dekat dengan lokasi *i* maka akan lebih berpengaruh dalam membentuk parameter model pada lokasi *i*. [2]

Pada fungsi pembobot Kernel terdapat parameter *bandwidth* yang nilainya tidak diketahui. Oleh karena itu maka perlu dilakukan penaksiran terhadap parameter *bandwidth*. *Bandwidth* dapat dimisalkan sebagai radius (*b*) suatu lingkaran, sehingga sebuah titik lokasi pengamatan yang ada dalam radius lingkaran masih dianggap berpengaruh membentuk parameter di titik lokasi pengamatan ke-*i*. Pemilihan *bandwidth* optimum dalam GWR penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data.

Apabila nilai *bandwidth* sangat besar maka akan mengakibatkan bias yang semakin besar, sehingga model yang diperoleh terlalu halus. Sebaliknya jika nilai

bandwidth sangat kecil akan mengakibatkan penaksiran parameter di lokasi pengamatan ke-*i* semakin bergantung pada titik lokasi pengamatan lain yang memiliki jarak terdekat dengan lokasi pengamatan ke-*i*, sehingga varians yang dihasilkan akan semakin besar [3]

Untuk mendapatkan nilai *bandwidth* optimum dapat dilakukan dengan menghitung dengan menggunakan metode validasi silang atau *Cross Validation* (CV) sebagai berikut :

$$CV = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_{\neq i}(b)]^2$$

Keterangan:

i = lokasi ke-*i*

b = *bandwidth*

$\hat{y}_{\neq i}(b)$ = nilai prediksi y_i dengan pengamatan di titik lokasi pengamatan ke-*i* dihilangkan dari proses penaksiran

Jika nilai CV semakin kecil, maka didapatkan *bandwidth* yang optimum [2]

3. Metodologi

Data penelitian yang digunakan adalah data terkait kasus DBD di Kota Bandung dari Tahun 2012. Data DBD ini dikumpulkan untuk setiap kecamatan yang 30 Kecamatan.

Tabel 1. Daftar Kecamatan Yang Diteliti

No	Kecamatan	No	Kecamatan
1	Sukasari	16	Bojongloa Kaler
2	Sukajadi	17	Bojongloa Kidul
3	Cicendo	18	Babakan Ciparay
4	Andir	19	Bandung Kulon
5	Cidadap	20	Antapani
6	Coblong	21	Mandala Jati
7	Bandung Wetan	22	Arcamanik
8	Sumur Bandung	23	Ujungberung
9	Cibeunying Kaler	24	Cinambo
10	Cibeunying Kidul	25	Cibiru
11	Kiaracondong	26	Panyileukan
12	Batununggal	27	Gedebage
13	Lengkong	28	Rancasari
14	Regol	29	Buah Batu
15	Astanaanyar	30	Bandung Kidul

Objek penelitian dalam penelitian ini meliputi Angka Kejadian (IR) dalam 100 ribu penduduk sebagai variabel dependen, Angka Bebas Jentik (%) dan Rumah Sehat (%) sebagai variabel independen.

4. Hasil Analisis

Variabel yang dipergunakan dalam penelitian ini meliputi tingkat kejadian kasus (IR) per 100.000 penduduk, Angka bebas jentik (%) dan Rumah Sehat (%). Angka tingkat kejadian kasus DBD pada tahun 2012 rata-rata nya mencapai 220 dengan nilai

maksimum mencapai 443. Ini artinya bahwa untuk 100.000 penduduk di kota Bandung secara rata-rata terjadi sebanyak 220 kasus. Ini masuk kategori yang tinggi. Angka bebas jentik cukup tinggi mencapai 93.21%. Namun persentase rumah sehat masih rendah hanya sebesar 71.67%.

Tabel 2. Deskriptif

Variables	Mean	Standard Deviation	Minimum	Maximum
Incidence Rate	220	81.52	99	443
Angka Bebas Jentik	93.21	3.82	81.44	100
Rumah Sehat	71.67	8.92	51.19	87.12

Untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat kejadian kasus DBD di Kota Bandung pada tahun 2012 dilakukan analisis regresi dengan output sebagai berikut:

Model Regresi Linear Multipel

Tahapan sebelum dilakukan pemodelan GWR adalah perhitungan model regresi linear klasik untuk mendapatkan taksiran parameter Global dari GWR. Hasilnya disajikan dalam Tabel berikut:

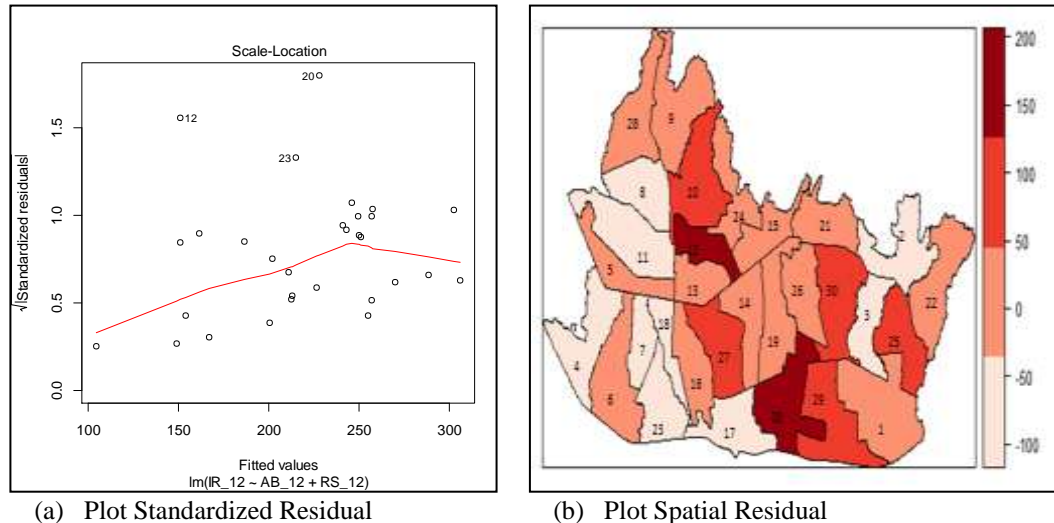
```
Call:
lm(formula = IR_12 ~ AB_12 + RS_12, data = data.combined)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-115.84  -37.59  -11.76   26.15  205.42

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -158.698    304.565  -0.521  0.606570
AB_12        -0.256     3.547   -0.072  0.942995
RS_12         5.617     1.518    3.699  0.000975 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 66.96 on 27 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.372,    Adjusted R-squared:  0.3255
F-statistic: 7.997 on 2 and 27 DF,  p-value: 0.001873
```

Output di atas menjelaskan bahwa angka bebas jentik dengan koefisien -0.256 menunjukkan bahwa semakin tinggi angka bebas jentik, maka tingkat kejadian kasus DBD akan semakin turun. Namun effect dari Angka bebas jentik tidak signifikan pada level 5%. Hasil yang berbeda ditunjukkan oleh variabel rumah sehat. Pengaruh dari rumah sehat sebesar 5.617 dan signifikan. Koefisien positif dari angka Rumah Sehat mengindikasikan bahwa semakin tinggi persentase rumah sehat maka kejadian kasus DBD akan semakin tinggi. Namun sebelum diambil kesimpulan dari hasil ini dilakukan analisis residual untuk menilai apakah model ini tepat atau tidak.

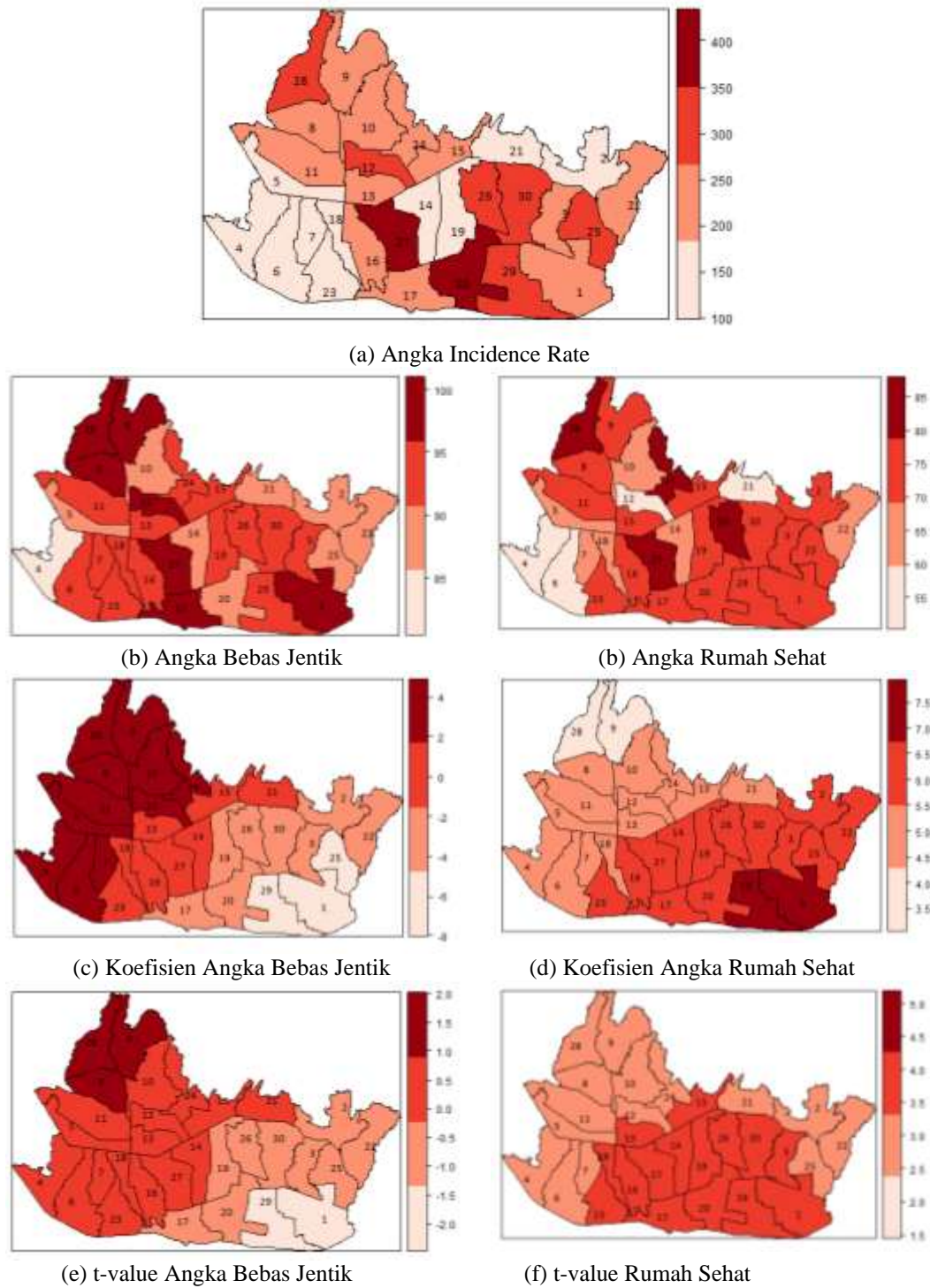


Gambar 1. Plot Residual

Plot residual di atas pada bagian (a) menunjukkan adanya pola heteroskedastisitas dan diperkuat dengan gambar bagian (b) yang menyatakan adanya pola spasial. Dimana nilai data tinggi cenderung mengelompok begitu juga untuk data residual yang rendah. Sehingga untuk pemodelan regresi dinilai lebih tepat menggunakan model regresi yang memperhatikan adanya heterogenitas antara lokasi yaitu model *Geographically Weighted Regression*.

```
Call:
gwr(formula = IR_12 ~ AB_12 + RS_12, data = data.combined, bandwidth = bwG,
     gweight = gwr.Gauss, hatmatrix = TRUE)
Kernel function: gwr.Gauss
Fixed bandwidth: 0.05439762
Summary of GWR coefficient estimates at data points:
      Min.   1st Qu.   Median   3rd Qu.    Max.   Global
X.Intercept. -445.1000 -334.9000 -187.5000  59.0100 385.3000 -158.6981
AB_12         -7.0330  -2.8120   0.2507   1.8580   3.9400  -0.2560
RS_12          4.0630   4.8380   5.4960   5.9020   6.9450   5.6172
Number of data points: 30
Effective number of parameters (residual: 2traces - traces'S): 6.950522
Effective degrees of freedom (residual: 2traces - traces'S): 23.04948
Sigma (residual: 2traces - traces'S): 65.54473
Effective number of parameters (model: traces): 5.429878
Effective degrees of freedom (model: traces): 24.57012
Sigma (model: traces): 63.48405
Sigma (ML): 57.45233
AICc (GWR p. 61, eq 2.33; p. 96, eq. 4.21): 345.2867
AIC (GWR p. 96, eq. 4.22): 333.6235
Residual sum of squares: 99023.12
Quasi-global R2: 0.4862373
```

Untuk taksiran Global dari GWR sama dengan taksiran regresi dengan metode OLS. Terlihat bahwa nilai R^2 model regresi GWR lebih baik dibandingkan dengan model OLS. Model GWR memberikan nilai R^2 sebesar 0.486. Hasil ini menginformasikan bahwa sebesar 48.6% keragaman pada tingkat kejadian kasus DBD di Kota Bandung dijelaskan oleh variabel angka bebas jentik dan rumah sehat. Berikut ini disajikan grafik koefisien regresi untuk masing-masing lokasi.



Gambar 2. Peta Pola Spatial

Berdasarkan peta peta di atas dapat dicermati bahwa secara umum tidak ada hubungan signifikan antara angka bebas jentik dan rumah sehat dengan angka kejadian kasus DBD di Kota Bandung. Tampak pola random antara peta Angka Kejadian Kasus DBD, Angka Bebas Jentik dan Rumah Sehat. Kecamatan-kecamatan di Daerah Utara dan Selatan seperti kecamatan Sukasari dan Sukajadi di Utara memiliki angka kejadian Kasus DBD pada Tahun 2012 sangat tinggi namun demikian dilihat dari angka bebas jentiknya juga tinggi. Ini mengindikasikan bahwa peningkatan kasus DBD tidak terjadi karena

ketidakmampuan dalam menekan angka jentik namun juga dikarenakan faktor-faktor lain. Hasil ini juga diperkuat dari hasil uji hipotesis dengan t student diperoleh bahwa secara umum angka bebas jentik tidak berkontribusi signifikan pada tinggi rendahnya angka kejadian DBD di Kota Bandung. Untuk rumah sehat juga menunjukkan hasil yang kontradiktif yaitu persentase rumah sehat yang tinggi tidak menjamin bahwa angka kasus DBD akan rendah.

Berdasarkan hasil analisis ini muncul pemikiran bahwa tingginya kasus DBD di suatu kecamatan tidak menunjukkan bahwa penderita tertular DBD di lokasi tempat tinggal mereka atau dengan kata lain kemungkinan terinfeksi di tempat lain seperti tempat bekerja dan sekolah.

5. Kesimpulan

Berdasarkan pemodelan secara spasial dapat diketahui lebih jelas pola spasial yang terjadi pada data. Analisis regresi GWR membantu dalam mencermati pola spasial pengaruh dari masing-masing variabel secara local.

Tinggi Rendahnya Kasus DBD di Kota Bandung Tahun 2012 tidak secara signifikan dipengaruhi oleh Angka Bebas Jentik dan Juga Rumah Sehat.

Tingginya angka kasus DBD di suatu kecamatan tidak berarti bahwa penderita terinfeksi DBD di kecamatan tersebut namun dapat terinfeksi di Kecamatan tempat bekerja atau sekolah

Daftar Pustaka

- [1] Soepardi, J. (2010). Demam Berdarah Dengue di Indonesia Tahun 1968 - 1999. *Buletin Jendela Epidemiologi* , 2, 1-43.
- [2] Fotheringham, A Stewart *et al.* 2002. *Geographically weighted Regression The Analysis Of Spasially Varying Relationship*. United Kingdom: University of Newcastle.
- [3] Oktavia M, Mega. 2011. Estimasi Model Linier Spasial Dengan Geographically Weighted Weighed Poisson Regression (GWPR). *Tugas Akhir Matematika-Fakultas SAINS dan Teknologi UIN, Malang*.
- [4] Dwinata, Alona. 2012. Model Regresi Logistik Terboboti Geografis (Studi Kasus: Pemodelan Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur). *Tesis*. Bogor: Sekolah Pascasarjana IPB.
- [5] Wheeler, David C. and Antonio Paez. 2010. *Handbook of Applied Spatial Analysis : Software Tools, Methods and Applications*. Berlin: Springer

PERAMALAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BANYUMAS MENGGUNAKAN METODE EKSPONENSIAL GANDA HOLT

Agustini Tripena

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik,
Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, tripena1960@yahoo.co.id

Abstrak

Pemerintah perlu mengetahui ramalan jumlah penduduk di masa yang akan datang guna membantu dan menunjang kegiatan sosial ekonomi di Indonesia. Penduduk merupakan faktor yang sangat dominan dalam pelaksanaan pembangunan karena penduduk menjadi pelaksana sekaligus sasaran pembangunan. Peramalan adalah kegiatan untuk memperkirakan apa yang akan terjadi pada masa yang akan datang. Peramalan jumlah penduduk merupakan hal yang penting bagi pemerintah untuk menentukan arah kebijakan perekonomian bangsa. Data jumlah penduduk yang pada dasarnya merupakan data deret waktu dapat dianalisis dengan metode rata-rata bergerak dan metode pemulusan eksponensial. Metode pemulusan eksponensial yang digunakan adalah pemulusan eksponensial ganda Holt karena data jumlah penduduk berpola trend linier. Penelitian ini difokuskan pada peramalan jumlah penduduk dengan menggunakan metode pemulusan eksponensial ganda Holt. Dari metode pemulusan eksponensial ganda Holt, diperoleh nilai ramalan jumlah penduduk untuk tahun 2012 sebesar 1.644.450 jiwa, tahun 2013 sebesar 1.657.490 jiwa, tahun 2014 sebesar 1.670.530 jiwa, tahun 2015 sebesar 1.683.569 jiwa. Metode pemulusan eksponensial ganda Holt menggunakan nilai parameter $\alpha = 0.99$ dan nilai parameter γ yang digunakan adalah $\gamma = 0.05$, memberikan nilai MSD terkecil sebesar 27797355,3 dan MAE = 3999,661 sehingga, metode pemulusan eksponensial ganda Holt efektif untuk meramalkan jumlah penduduk di Kabupaten Banyumas.

Kata kunci: peramalan, pemulusan eksponensial, pemulusan eksponensial ganda Holt, MSD dan MAE

1. Pendahuluan

Pengendalian kuantitas penduduk diarahkan pada keserasian, keselarasan, dan keseimbangan antara jumlah, struktur dan komposisi, pertumbuhan dan persebaran penduduk yang ideal sesuai daya dukung dan daya tampung serta kondisi perkembangan sosial ekonomi dan budaya. Peningkatan kualitas penduduk dilakukan melalui perbaikan kondisi penduduk dengan pengadaan sarana, fasilitas serta kesempatan untuk memperoleh pendidikan, pelayanan kesehatan, dan perluasan kesempatan kerja. Sedangkan pengarahannya lebih terfokus pada persebaran penduduk yang optimal atau merata, sehingga memberikan peluang terciptanya sentra-sentra kegiatan ekonomi baru yang pada gilirannya akan meningkatkan kesempatan kerja.

Pemerintah perlu mengetahui ramalan jumlah penduduk di masa yang akan datang guna membantu dan menunjang kegiatan sosial ekonomi di Indonesia. Hasil peramalan

yang diperoleh nantinya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam merencanakan maupun menentukan arah kebijakan perekonomian bangsa. Data jumlah penduduk pada dasarnya merupakan data deret waktu (*time series*). Untuk menganalisis data deret waktu tersebut, ada beberapa metode yang dapat digunakan, antara lain metode rata-rata bergerak (*moving average*), metode penghalusan eksponensial (*exponential smoothing*), dan. Model peramalan pemulusan eksponensial ganda dari Holt merupakan salah satu metode penghalusan eksponensial. Aswi dan Sukarna, (2004) metode pemulusan dapat mengurangi ketidakteraturan musiman dari data yang lalu maupun keduanya, dengan membuat rata-rata tertimbang dari sederetan data yang lalu. Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah meramalkan jumlah penduduk di Kabupaten Banyumas dengan metode Pemulusan Eksponensial Ganda Holt dan meramalkan jumlah penduduk di Kabupaten Banyumas untuk empat tahun ke depan.

2. Kajian Teori

Peramalan (*Forecasting*)

Assauri (1984) menjelaskan bahwa peramalan adalah kegiatan untuk memperkirakan apa yang akan terjadi pada masa yang akan datang. Peramalan bertujuan mendapatkan ramalan yang bisa meminimumkan kesalahan meramal yang biasanya diukur dengan metode Mean Squared Error (MSE), Mean Absolut Error (MAE), dan sebagainya.

Deret Waktu

Menurut Aswi dan Sukarna (2004), deret waktu merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval tetap. Analisis deret waktu adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilistik keadaan yang akan terjadi di masa yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan. Jadi umumnya, pengamatan dilakukan dalam jangka waktu tertentu, misal harian, bulanan, tahunan dan sebagainya. Jika pengamatan dilakukan dalam waktu yang kontinu, maka deret waktu diskrit dapat diperoleh dengan cara mengambil observasi pada waktu-waktu tertentu dengan selisih waktu yang sama. Suatu urutan pengamatan memiliki model deret waktu jika memenuhi dua hal yaitu interval waktu antar indeks waktu t dapat dinyatakan dalam satuan waktu yang sama (identik) dan adanya ketergantungan antara pengamatan Z_t dengan Z_{t+k} yang dipisahkan oleh jarak waktu berupa kelipatan Δt sebanyak k kali (dinyatakan sebagai lag k).

Trend

Trend adalah suatu gerakan yang menunjukkan arah perkembangan secara umum (kecenderungan secara menaik atau menurun dalam jangka yang panjang), Bowerman,(1993). Trend jangka panjang dari data deret waktu biasanya mengikuti pola-pola tertentu. Beberapa dari data tersebut bergerak ke atas, data lainnya menurun, data lainnya tetap pada tempat yang sama selama satu periode tertentu. Trend seringkali diperkirakan mempunyai garis lurus. Persamaan untuk menggambarkan garis trend adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = a + bt \quad (1)$$

$$b = \frac{\sum tY - \frac{(\sum Y)(\sum t)}{n}}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{n}} \quad (2)$$

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b\left(\frac{\sum t}{n}\right) \quad (3)$$

\hat{Y} = nilai proyeksi dari variabel Y pada nilai tertentu, a = nilai perpotongan (intersep) dari Y. Intersep ini merupakan nilai Y ketika $t=0$, b = kemiringan rata-rata dalam \hat{Y} untuk setiap perubahan dari satu unit t, t = nilai waktu yang dipilih

Metode Pemulusan

Pemulusan adalah mengambil rata-rata dari nilai-nilai pada beberapa tahun untuk menaksir nilai pada suatu tahun (Subagyo, 1986:7). Pemulusan dapat dilakukan antara lain dengan Metode Rata-rata Bergerak atau dengan Metode Pemulusan Eksponensial.

1. Metode Rata-rata Bergerak

Rata-rata bergerak diperoleh melalui penjumlahan dan pencarian nilai rata-rata dari sejumlah periode tertentu, setiap kali menghilangkan nilai terlama dan menambah nilai baru (Subagyo, 1986:7). Salah satu cara untuk mengubah pengaruh data masa lalu terhadap nilai tengah sebagai ramalan adalah dengan menentukan sejak awal berapa jumlah nilai observasi masa lalu yang akan dimasukkan untuk menghitung nilai tengah. Setiap muncul nilai observasi baru, nilai rata-rata baru dapat dihitung dengan membuang nilai observasi yang paling tua dan memasukkan nilai observasi yang terbaru. Diberikan sekumpulan data yang meliputi n periode waktu terakhir, dan ditentukan t titik data pertama sebagai “kelompok inisiasi” dan sisanya sebagai “kelompok pengujian” seperti pada tabel dibawah ini.

$Z_1 \ Z_2 \dots \ Z_t$	$Z_{t+1} \dots \ Z_n$
Kelompok Inisiasi	Kelompok pengujian

Metode rata-rata sederhana adalah mengambil rata-rata dari semua data dalam kelompok inisiasi tersebut. Dituliskan sebagai berikut:

$$\bar{Z} = \sum_{i=1}^t \frac{Z_i}{t} = F_{t+1} \quad (4)$$

Dimana F_{t+1} sebagai ramalan untuk periode $(t+1)$. Kemudian bilamana data periode $(t+1)$ tersedia, dimungkinkan untuk menghitung kesalahannya:

$$e_{t+1} = Z_{t+1} - F_{t+1} \quad (5)$$

Jika diberikan data kelompok inisiasi seperti berikut ini : $Z_{t-n}, Z_{t-2}, Z_{t-1}, Z_t$

Teknik peramalan dengan metode rata-rata bergerak dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \frac{Z_{t-n} + \dots + Z_{t-1} + \dots + Z_t}{n} \quad (6)$$

$$F_{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n}^t Z_i \quad (7)$$

t = nilai yang paling akhir dan, $t+1$ = nilai periode berikutnya, untuk periode mana suatu ramalan dibuat, F_{t+1} = ramalan untuk periode yang berikutnya, $t+1$, Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots = nilai observasi sebenarnya dari variabel pada periode $t, t-1, t-2, \dots$

n = jumlah observasi. Dari rumus (6) dan (7) dapat diketahui bahwa untuk menghitung rata-rata bergerak pada saat pertama, maka harus dipunyai sebanyak n observasi yang lalu. Bentuk ramalannya dapat disederhanakan menjadi:

$$F_{t+1} = \frac{Z_{t-n} + \dots + Z_{t-1} + \dots + Z_t}{n} \quad (8)$$

$$F_t = \frac{Z_{t-n+1} + Z_{t-n} + \dots + Z_{t-2} + Z_{t-1}}{n} \quad (9)$$

$$F_{t+1} = F_t + \frac{Z_t - Z_{t-n+1}}{n} \quad (10)$$

$$F_{t+1} = \frac{Z_t}{n} - \frac{Z_{t-n+1}}{n} + F_t$$

Metode Pemulusan Eksponensial

Pemulusan Eksponensial adalah suatu metode peramalan rata-rata bergerak yang melakukan pembobotan menurun secara eksponensial terhadap nilai-nilai observasi yang lebih tua (Makridakis, 1992:79). Bobot yang diberikan mempunyai ciri menurun secara eksponensial dari titik data terakhir sampai data yang terawal. Jika dalam perhitungan peramalan diasumsikan nilai meannya konstan sepanjang waktu, maka akan diberikan bobot yang sama terhadap setiap nilai observasi. Namun akan lebih beralasan bila

diasumsikan bahwa mean akan bergerak secara lambat sepanjang waktu. Oleh karena itu diberi bobot yang lebih pada nilai observasi yang baru.

Metode Pemulusan Eksponensial Tunggal

Jika suatu deret data historis Z_t untuk $t = 1, 2, 3, \dots, n$, maka data ramalan eksponensial untuk data waktu t adalah F_t . Dalam Assauri (1984:32), metode pemulusan eksponensial yang sederhana dikembangkan dari metode rata-rata bergerak, yaitu jika terdapat data dari t pengamatan maka nilai ramalan pada waktu $t+1$ adalah:

$$F_{t+1} = \frac{Z_t}{n} - \frac{Z_{t-n+1}}{n} + F_t. \text{ Apabila } Z_{t-n+1} \text{ tidak tersedia, maka tempatnya harus}$$

digantikan dengan suatu nilai pendekatan. Salah satu pengganti yang mungkin adalah nilai ramalan periode t yaitu F_t . Dengan mengadakan substitusi dalam persamaan tersebut akan diperoleh : $F_{t+1} = \frac{Z_t}{n} - \frac{Z_{t-n+1}}{n} + F_t$

$$F_{t+1} = \frac{Z_t}{n} - \frac{F_t}{n} + F_t \quad (11)$$

dimana $F_t = Z_{t-n+1}$. Sehingga metode Pemulusan Eksponensial untuk n pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut : $F_{t+1} = \left(\frac{1}{n}\right) Z_t + \left(1 - \frac{1}{n}\right) F_t$ (12)

Nilai ramalan pada waktu $t+1$ tergantung pada pembobotan nilai observasi saat t , yaitu $1/n$ dan pada pembobotan nilai ramalan saat t yaitu $1-1/n$ bernilai antara 0 dan 1. Jika $1/n = \alpha$ maka diperoleh persamaan : $F_{t+1} = \alpha Z_t + (1 - \alpha) F_t$ (13)

Persamaan ini merupakan bentuk umum dari metode Pemulusan Eksponensial.

Persamaan diatas dapat dituliskan dalam bentuk :

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Z_t - F_t) \quad (14)$$

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(e_t) \quad (15)$$

Dimana e_t adalah kesalahan ramalan (nilai sebenarnya dikurangi ramalan). Metode ini cocok bila digunakan pada data yang memperlihatkan pola konstan atau jika perubahannya kecil.

Metode Pemulusan Eksponensial Ganda Holt

Peramalan dengan pemulusan eksponen sederhana dilakukan jika data tidak mengandung komponen trend dan musiman, sedangkan jika mengandung komponen trend tetapi tidak mengandung komponen musiman, maka harus digunakan metode Holt. Pemulusan eksponensial ganda dari Holt adalah metode pemulusan eksponensial dengan dua kali pemulusan yang dikemukakan oleh Holt.

Pada prinsipnya, metode pemulusan eksponensial dari Holt serupa dengan metode pemulusan eksponensial dari Brown kecuali bahwa Holt tidak menggunakan rumus pemulusan berganda secara langsung. Holt memuluskan nilai trend dengan parameter yang digunakan pada deret yang asli. Ramalan dari pemulusan eksponensial ganda dari Holt untuk periode m ke depan adalah:

$$S_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (16)$$

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma) b_{t-1} \quad (17)$$

$$F_{t+m} = S_t + b_t m \quad (18)$$

dimana S_t = nilai pemulusan eksponensial pada periode ke t , b_t = nilai trend pada periode ke t . Persamaan (16) menyesuaikan S_t secara langsung untuk trend periode sebelumnya, yaitu b_{t-1} , dengan menambahkan nilai pemulusan yang terakhir yaitu S_{t-1} . Hal ini membantu untuk menghilangkan kelambatan dan menempatkan ke dasar perkiraan nilai data saat ini. (Makridakis, 1992:91). Inisialisasi adalah penentuan nilai awal yang digunakan dalam peramalan pemulusan eksponensial. Proses inisialisasi untuk

pemulusan eksponensial linier Holt memerlukan dua taksiran yaitu S_1 dan b_1 . Taksiran S_1 dan b_1 dapat mengambil dari persamaan garis trend. Selain itu, taksiran-taksiran tersebut dapat diperoleh dari :

a. Untuk inisiasi S_1 , ambil $S_1 = Z_1$

b. $b_1 = Z_2 - Z_1$ (19)

c. $b_1 = \frac{(Z_2 - Z_1) + (Z_3 - Z_2) + (Z_4 - Z_3)}{3}$ (20)

b_1 = taksiran kemiringan (slope) setelah data diplot.

Pengaruh dari metode ini adalah menghilangkan unsur random dalam data sehingga didapatkan suatu pola yang akan berguna dalam meramalkan nilai masa datang. Bobot yang diberikan tersebut berciri menurun secara eksponensial dari titik data terakhir sampai data yang terawal. Karena bila dalam perhitungan peramalan diasumsikan bahwa mean akan bergerak secara lambat sepanjang waktu. Oleh karena itu diberi bobot yang lebih pada nilai observasi yang baru dan mengurangi bobot pada observasi yang lama.

Perhitungan Kesalahan Peramalan

Untuk mengukur error (kesalahan) peramalan biasanya digunakan *Mean Absolute Error (MAE)* dan *Mean Square Error (MSE)*. *Mean Absolute Error (MAE)* adalah rata-rata nilai absolute error dari kesalahan meramal. Rumusnya:

$$MAE = \frac{\sum |Z_t - F_t|}{n} \quad (21)$$

Mean Square Error (MSE) adalah rata-rata dari kesalahan yang dikuadratkan. Rumusnya:

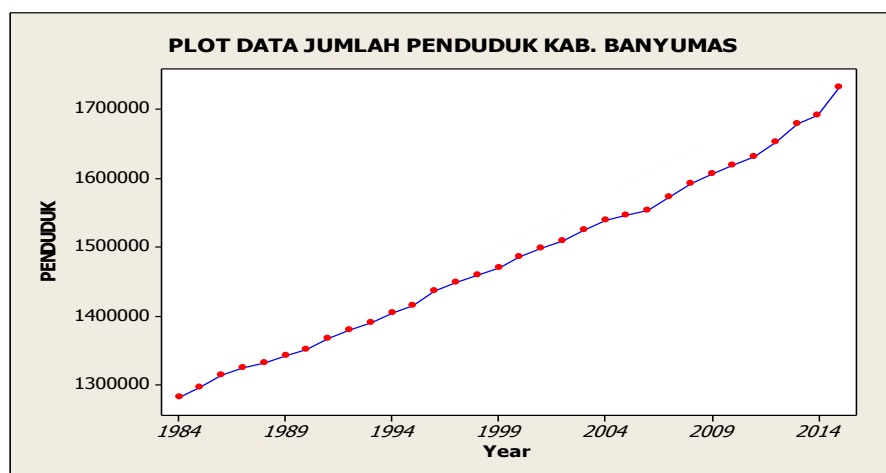
$$MSE = \frac{\sum (Z_t - F_t)^2}{n} \quad (22)$$

dimana, Z_t = data sebenarnya, F_t = data ramalan dihitung dari model yang digunakan pada waktu tahun t , n = banyaknya data. Kriteria : metode yang dipilih adalah metode yang mempunyai *MAE* dan *MSE* paling kecil

3. Hasil dan Pembahasan

Diagram Scatter Plot Metode Pemulusan Eksponensial Ganda Holt

Langkah pertama dalam menentukan nilai trend adalah dengan membuat diagram scatter plot. Diagram scatter plot yang dihasilkan adalah sebagai berikut.



Gambar 1. Scatter diagram untuk data penduduk Kab. Banyumas

Dengan menggunakan *scatter* diagram dari Gambar 1 akan dicari garis yang mendekati titik di dalam diagram. Dari *scatter* diagram dapat disimpulkan bahwa data banyaknya penduduk naik dari tahun ke tahun.

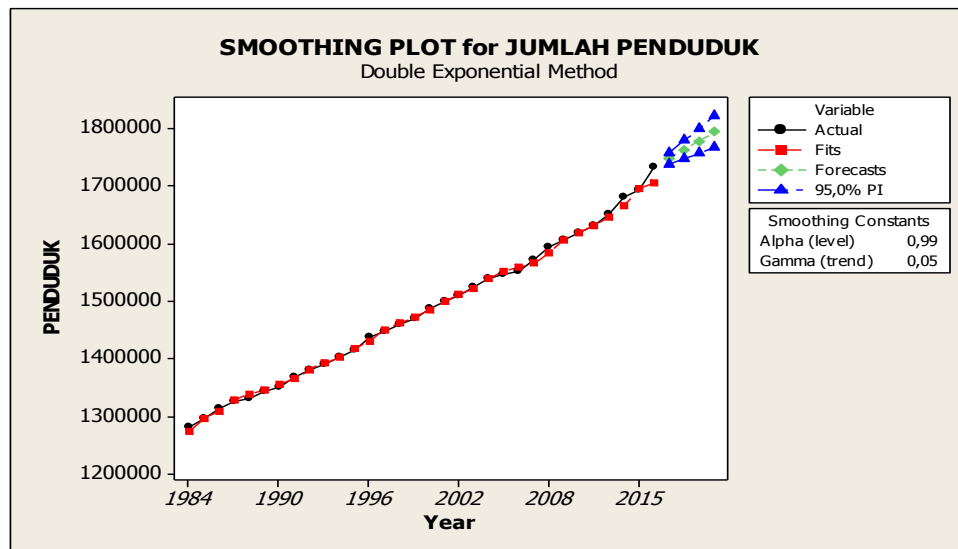
Persamaan Garis Trend

Gujarati, Damodar, (1979) perhitungan nilai trend dilakukan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut : $\hat{Y} = a + bt$. Dari perhitungan diperoleh persamaan garisnya : $\hat{Y} = 1267978 + 12692t$, dimana \hat{Y} = trend, t = tahun ke- t . Data penduduk berpola trend linier, sehingga metode Pemulusan Eksponensial dapat digunakan untuk menghitung pemulusan data jumlah penduduk di Kabupaten Banyumas. Hasil pemulusan dan taksiran nilai trendnya dapat ditentukan dengan menentukan α dan γ yang mempunyai kisaran nilai antara 0 sampai 1. Perhitungan pemulusan dan nilai trend dengan menggunakan $\alpha = 0,99$ dan $\gamma = 0,05$. Taksiran nilai $S_1 = Z_1$ dan b_1 dapat mengambil dari persamaan garis trend, $F_{t+m} = S_t + b_t m$. Nilai pemulusan dan trend terlihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Pemulusan Data Jumlah Penduduk

F_t	S_t	bt	F_t	S_t	bt
1281943	1281943,0	12692360	1449284	1447814,8	12793159
1294635	1295245,8	12722884	1460608	1458815,1	12703514
1307969	1312972,5	12973071	1471519	1470201,3	12637648
1325946	1324246,2	12888103	1482839	1485724,9	12781943
1337134	1331395,0	12601138	1498507	1498125,8	12762896
1343996	1342170,4	12509854	1510889	1509382,2	12687570
1354680	1350990,3	12325353	1522070	1524872,7	12827715
1363316	1366802,8	12499711	1537700	1538279,2	12856652
1379302	1379007,0	12484936	1551136	1545357,4	12567730
1391492	1390098,1	12415244	1557925	1552308,7	12286912
1402513	1403019,9	12440572	1564596	1571543,8	12634321
1415460	1415369,9	12436045	1584178	1592290,1	13039917
1427806	1436417,0	12866598	1618369	1605329,3	13039883
1281943	1281943,0	12692360	1631410	1618369,8	13039915

Ketika $\alpha = 0,99$ dan $\gamma = 0,05$ diperoleh nilai MSE = 27797355,3 dan nilai MAE = 3999,661



Gambar 2. Smoothing Double Exponensial untuk Data Penduduk Kab. Banyumas

Dari Gambar 2 digunakan $\alpha = 0,99$ dan $\gamma = 0,05$ dan hasil $MSE = 27797355,3$ dan nilai $MAE = 3999,661$

Penentuan Nilai Ramalan

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai ramalan untuk F_{29} , F_{30} , F_{31} , F_{32} (tahun 2012, 2013, 2014 dan 2015). $F_{t+m} = S_t + b_t m$, Untuk tahun 2012 dengan $t = 28$ dan $m = 1$ maka $F_{29} = 1644450$. Untuk tahun 2013 dengan $t = 28$ dan $m = 2$ maka $F_{30} = 1657490$. Untuk tahun 2014 dengan $t = 28$ dan $m = 3$ maka $F_{31} = 1670530$. Untuk tahun 2015 dengan $t = 28$ dan $m = 3$ maka $F_{32} = 1683569$

Diperoleh nilai ramalan untuk tahun 2012 adalah 1644935 jiwa, tahun 2013 sebanyak 1657490 jiwa dan tahun 2014 sebanyak 1670530 jiwa, tahun 2015 sebanyak 1683569 jiwa.

4. Kesimpulan

Ramalan jumlah penduduk berdasarkan Metode Pemulusan Eksponensial Ganda Holt untuk tahun 2012 adalah 1644935 jiwa, tahun 2013 sebanyak 1657490 jiwa dan tahun 2014 sebanyak 1670530 jiwa, tahun 2015 sebanyak 1683569 jiwa.

Berdasarkan kriteria MSE dan MAE, Metode Pemulusan Eksponensial Ganda Holt memberikan nilai $MSE = 27797355,3$ dan nilai $MAE = 3999,661$, sehingga model pemulusan eksponensial ganda Holt efektif untuk meramalkan jumlah penduduk di Kabupaten Banyumas.

Daftar Pustaka

- [1] Assauri S. (1984), *Teknik dan Metode Peramalan (Penerapannya Dalam Ekonomi dan Dunia Usaha)*, Edisi Satu, LPFE - UI: Jakarta.
- [2] Aswi dan Sukarna, (2004), *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*, Andira Publisher, Makassar.
- [3] Bowerman, Bruce L. dan O'Connell, Richard T. (1993), *Forecasting and Time Series: An Applied Approach 3rd edition*, Duxbury Press, California.

- [4] Gujarati, Damodar, 1979, *Basic Econometrics*, McGraw-Hill International Book Company : New York.
 - [5] Makridakis S., S.C. Wheelwright dan V.E. McGee, (1992), *Metode dan Aplikasi Peramalan*, (Penerjemah: Untung S.A. dan Abdul B.), Edisi Kedua, Erlangga: Jakarta.
 - [6] Subagyo, Pangestu, (1986), *Forecasting Konsep dan Aplikasi*, BPFE : Yogyakarta.
- .

PENDEKATAN REGRESI *ZERO INFLATED* GAMMA UNTUK PERMASALAHAN *ZERO INFLATION* PADA DATA KONTINU NON NEGATIF

Muflihatus Surur¹, Alfian Futuhul Hadi², Dian Anggraeni³

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, muflihatussurur@gmail.com

²Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, afhadi@gmail.com

³Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, anggraeni1602@gmail.com

Abstrak

Zero inflation yang terjadi pada data kontinu non negatif mengakibatkan hasil analisis menggunakan regresi Gamma menjadi tidak valid. Salah satu teknik analisis data yang dapat digunakan untuk permasalahan tersebut adalah regresi *Zero Inflated* Gamma (ZIG). Regresi ZIG menggunakan pendekatan *Two Parts Models* yang juga memodelkan peluang observasi bernilai positif selain memodelkan nilai observasi. Penelitian dilakukan terhadap dua jenis data yaitu data kontinu non negatif (Gamma) yang tidak mengalami *zero inflation* dan data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan 3 variasi peluang variabel respon bernilai positif (p_β) yaitu 0,8; 0,6; dan 0,3. Ukuran sampel untuk tiap jenis data adalah 50, 100, dan 200. Pada data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*, regresi Gamma dapat memodelkan data dengan baik. Sedangkan pada data Gamma yang mengalami *zero inflation*, regresi Gamma gagal konvergen untuk beberapa sampel data, yaitu ketika $p_\beta = 0,6$ dengan ukuran sampel 50 serta ketika $p_\beta = 0,3$ untuk semua ukuran sampel. Di sisi lain, regresi *Zero Inflated* Gamma mampu mendapatkan estimasi parameter untuk semua sampel. Pada data yang tidak mengalami *zero inflation* hasilnya sama baik dengan regresi Gamma dan pada data yang mengalami *zero inflation* hasilnya lebih baik dari regresi Gamma dilihat dari nilai MSE model regresi ZIG yang lebih kecil dan nilai R^2 yang lebih besar dibandingkan model regresi Gamma.

Kata kunci: *zero inflation*, kontinu non negatif, regresi Gamma, regresi *Zero Inflated* Gamma

1. Pendahuluan

Salah satu teknik analisis data yang bertujuan untuk menyelidiki hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor adalah analisis regresi. Perkembangan analisis regresi inilah yang merupakan dasar teori perkembangan model linier. Model linier pada awalnya diasumsikan harus berdistribusi Normal dan antara variabel satu dengan lainnya harus saling independen. Model ini kemudian dikenal dengan model linier klasik. Pada kenyataannya, data-data pengamatan yang diperoleh tidak selalu berdistribusi Normal sehingga asumsi model linier klasik tidak dapat dipenuhi. Atas dasar hal tersebut, berkembang model linier yang mengasumsikan data tidak harus berdistribusi Normal namun masih dalam keluarga eksponensial yaitu model linier tergeneralisir (*Generalized Linier Model*). Banyak penelitian dalam berbagai bidang menghasilkan variabel respon

berupa data non negatif yang terdiri dari nilai positif dan nilai 0, dimana nilai positif tersebut dapat berupa suatu rentang (kontinu). Model linier tergeneralisir yang menggunakan pendekatan distribusi Gamma biasa disebut model regresi Gamma. Model regresi Gamma dapat digunakan untuk data dengan kondisi dimana variabel responnya mengambil nilai lebih besar atau sama dengan 0. Akan tetapi, jika proporsi nilai 0 yang muncul besar (*zero inflation*) maka model regresi Gamma biasa menjadi tidak sesuai untuk menganalisis data tersebut karena asumsi-asumsi pada distribusi Gamma biasa menjadi tidak terpenuhi. Pendekatan yang sesuai untuk data jenis ini adalah menggunakan regresi *Zero Inflated* Gamma. Tidak seperti regresi Gamma, regresi *Zero Inflated* Gamma juga memodelkan peluang observasi bernilai positif disamping memodelkan nilai observasi tersebut (Mills, [1]). Penelitian ini akan menggunakan pendekatan regresi *Zero Inflated* Gamma untuk menyelesaikan permasalahan *zero inflation* pada data kontinu non negatif serta menguji apakah regresi *Zero Inflated* Gamma juga dapat diterapkan pada data kontinu non negatif yang tidak mengalami *zero inflation*. Sebagai pembandingan hasil analisis menggunakan regresi *Zero Inflated* Gamma, pada penelitian ini juga dilakukan analisis menggunakan regresi Gamma.

2. Metode Penelitian

2.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi dengan cara membangkitkan data berdasarkan simulasi data yang digunakan oleh (Liu & Chan, [2]) dengan memodifikasi pada distribusi dan model yang digunakan untuk membangkitkan data. Ukuran data yang dibangkitkan bervariasi yaitu sebanyak 50, 100, dan 200 dengan variabel-variabel sebagai berikut :

- x_1 merupakan variabel bebas yang berdistribusi Uniform(1,3),
- x_2 merupakan variabel bebas yang berdistribusi Uniform(2,5),
- y merupakan variabel tak bebas, dimana y dibangkitkan dengan 2 kondisi yaitu tidak mengalami *zero inflation* dan mengalami *zero inflation* dengan variasi, yaitu 0,8; 0,6; dan 0,3.

Pemilihan variasi *zero inflation* di atas, bertujuan untuk mengetahui pengaruh *zero inflation* dalam data ketika nilai 0 dalam data lebih sedikit dibandingkan nilai positif (0,8), ketika nilai 0 dalam data hampir sama dengan nilai positif (0,6), dan ketika banyak nilai 0 dalam data lebih banyak dari nilai positif (0,3).

2.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan bantuan program R versi 3.1.0 untuk simulasi dan analisis data. Langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- Tahap Simulasi
 - Membangkitkan Variabel Bebas
Membangkitkan variabel bebas (x_1 dan x_2) dimana $x_1 \sim U(1,3)$ dan $x_2 \sim U(2,5)$ menggunakan fungsi runif pada program R.
 - Mendesain Model Log untuk Mean
Data simulasi yang digunakan merupakan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dan Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan mean dan mean bersyarat (μ) dimodelkan dengan model log. Parameter model log yang ditetapkan adalah τ_0, τ_1 , dan τ_2 .
 - Membangkitkan Variabel Respon (y) yang Tidak Mengalami *Zero Inflation*
Membangkitkan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dengan menetapkan nilai *rate* parameter $\lambda = 1$ (Gamma standar) sehingga nilai *shape*

parameternya (τ) sama dengan mean, dimana nilai mean sesuai dengan model log yang telah ditetapkan. Untuk membangkitkan data Gamma menggunakan bantuan fungsi `rgamma` pada program R.

4. Membangkitkan Variabel Respon (y) yang Mengalami *Zero Inflation*

Langkah-langkah membangkitkan variabel respon yang mengalami *zero inflation* adalah sebagai berikut.

- Membangkitkan data Gamma standar yang tidak mengalami *zero inflation* dengan nilai *shape* parameternya (τ) sama dengan mean, dimana nilai mean sesuai dengan model yang telah ditetapkan sebelumnya. Data Gamma dibangkitkan menggunakan bantuan fungsi `rgamma` pada program R.
- Mendesain model logit untuk $p_\beta = P(Y > 0)$, dimana model logit yang ditetapkan akan menentukan banyaknya nilai 0 yang muncul/nilai p_β . Parameter model logit (β_0, β_1 , dan β_2) ditetapkan sedemikian hingga untuk mendapatkan nilai p_β 0,8; 0,6; dan 0,3.
- Membangkitkan data binomial dengan peluang sukses sesuai dengan model logit yang telah ditetapkan dengan bantuan fungsi `rbinom` pada program R.
- Memodifikasi data Gamma yang telah dibangkitkan, yaitu dengan menetapkan nilai 0 pada data Gamma yang memiliki urutan sama dengan data binomial yang bernilai 0.

b. Tahap Estimasi

1. Model Regresi Gamma

Memodelkan data menggunakan regresi gamma dengan fungsi *link* log dengan pendekatan distribusi *tweedie* dengan *varians power* = 2 dan *link power* = 0. Estimasi parameter model regresi Gamma menggunakan bantuan fungsi `glm` dan *tweedie* pada program R.

2. Model Regresi *Zero Inflated* Gamma

Memodelkan data dengan *two parts models* dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- memodelkan $p_\beta = P(Y > 0)$ dengan regresi Logistik sebagai berikut :

$$\text{logit}(p_\beta) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

- memodelkan nilai $Y > 0$ menggunakan regresi Gamma dengan fungsi *link* log sebagai berikut :

$$\log(\mu) = \tau_0 + \tau_1 x_1 + \tau_2 x_2$$

- melakukan estimasi parameter model regresi Logistik maupun regresi Gamma ($\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_0, \tau_1, \tau_2$) secara terpisah menggunakan metode Maksimum *Likelihood* dengan pendekatan iterasi *Newton Raphson* dimana fungsi *log-likelihood* regresi *Zero Inflated* Gamma dapat dipartisi menjadi :

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^n (-\ln(1 + e^{x_i \beta}) + \mathbf{I}(y_i > 0) x_i \beta)$$

dan

$$l(\tau) = \sum_{i=1}^n \mathbf{I}(y_i > 0) (v - 1) \ln(y_i) - \mathbf{I}(y_i > 0) \ln(\Gamma(v)) + \mathbf{I}(y_i > 0) v \ln(v) - v \sum_{i=1}^n \mathbf{I}(y_i > 0) \left(x_i \tau + \frac{y_i}{e^{x_i \tau}} \right)$$

Estimasi parameter model regresi *Zero Inflated* Gamma menggunakan bantuan fungsi `maxLik` pada R.

3. Menghitung Galat Pendugaan Parameter Regresi

Galat pendugaan ε merupakan jarak antara penduga dan parameter yang diduga. Besar galat pendugaan dari penduga parameter regresi dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut (Wackerly, [3]):

$$\varepsilon = |\hat{\beta} - \beta|$$

4. Menghitung Nilai MSE(Mean Square Error) dan R^2 (Koefisien Determinasi) Model

Menghitung nilai MSE dan R^2 dari tiap model baik model hasil regresi Gamma maupun regresi *Zero Inflated* Gamma. Nilai MSE dapat diketahui dari persamaan

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n} \quad (1)$$

(Muzathik *et al*, [4]), sedangkan nilai R^2 (Koefisien Determinasi) didefinisikan sebagai (Tirta, [5]) :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2)$$

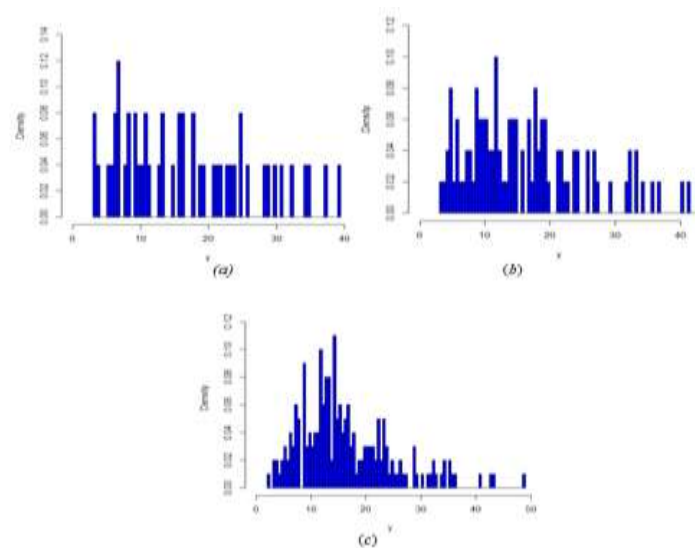
c. Tahap Analisis

Membandingkan Nilai MSE(Mean Square Error) dan R^2 (Koefisien Determinasi) Tiap Model.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Deskripsi Data

Data kontinu non negatif yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dan data Gamma yang mengalami *zero inflation*, hasil simulasi menggunakan bantuan program R 3.1.0. Variasi ukuran sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah 50, 100, dan 200. Sebelum pembahasan tentang hasil analisis data, berikut gambaran data hasil simulasi yang telah diperoleh. Data disajikan dalam bentuk histogram agar lebih mudah dipahami dan dikenali karakteristik data yang mengalami *zero inflation* maupun yang tidak mengalami *zero inflation*.



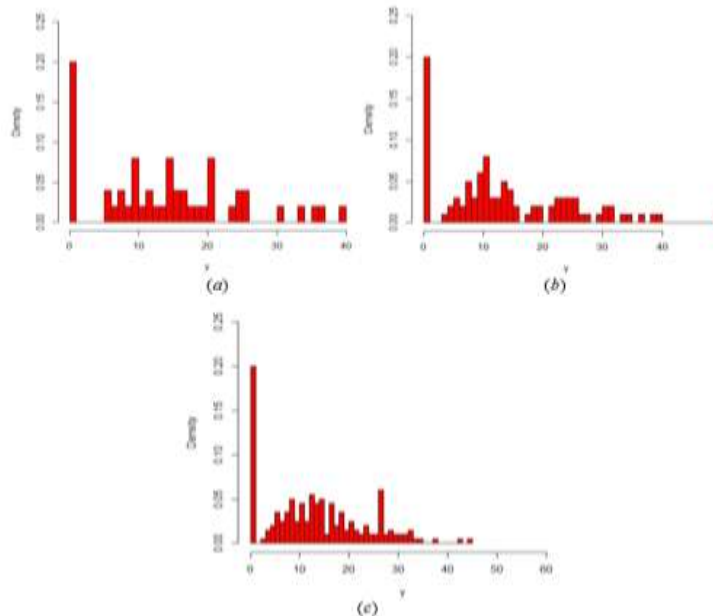
(a) Data dengan $n = 50$; (b) Data dengan $n = 100$;

(c) Data dengan $n = 200$

Gambar 1. Histogram data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*

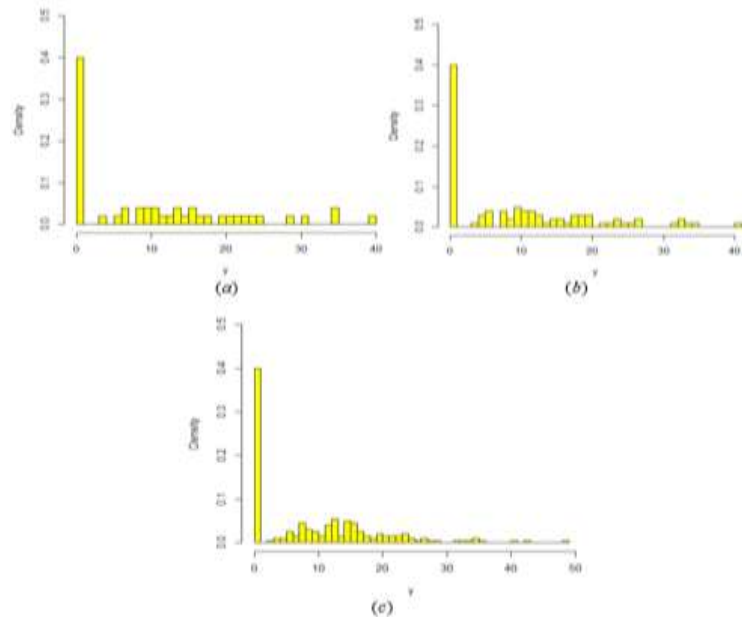
Gambar 1 di atas merepresentasikan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* hasil simulasi dengan program R. Data hasil simulasi tersebut merupakan data *skewed positive* dimana *density* untuk nilai 0 sama dengan 0 untuk semua ukuran sampel, yang artinya data tidak mengalami *zero inflation*.

Gambar 2, 3, dan 4 berikut merepresentasikan data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan tiga variasi $p_\beta = P(Y > 0)$, yaitu 0,8; 0,6; dan 0,3, dimana data-data tersebut merupakan data hasil simulasi menggunakan bantuan program R. Ukuran data yang dibangkitkan bervariasi yaitu sebanyak 50, 100, dan 200 untuk tiap nilai p_β .



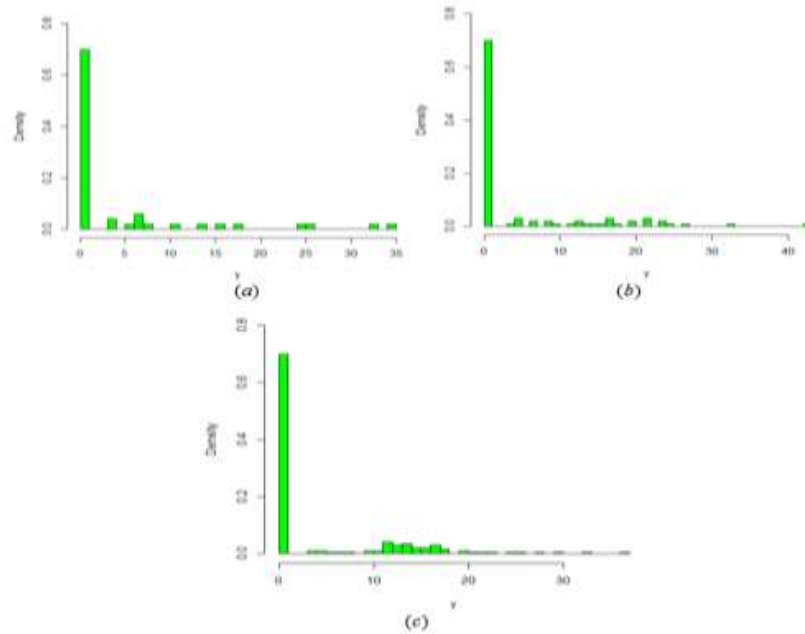
(a) Data dengan $n = 50$; (b) Data dengan $n = 100$;
(c) Data dengan $n = 200$

Gambar 2. Histogram data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,8$



(a) Data dengan $n = 50$; (b) Data dengan $n = 100$;
(c) Data dengan $n = 200$

Gambar 3. Histogram data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,6$



(a) Data dengan $n = 50$; (b) Data dengan $n = 100$; (c) Data dengan $n = 200$

Gambar 4. Histogram data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,3$

Data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,8$ merupakan data *skewed positive* dengan banyak data yang bernilai positif sebesar 80%, atau dengan kata lain banyak nilai 0 pada data sebesar 20%. Hal tersebut dapat dilihat dari visualisasi data pada Gambar 2 dimana *density* untuk nilai 0 sama dengan 0,2. Data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,6$ merupakan data *skewed positive* dengan nilai 0 pada data sebesar 40%, atau dengan kata lain *density* nilai 0 pada data sama dengan 0,4 (lihat Gambar 3). Sedangkan data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan $p_\beta = 0,3$ merupakan data *skewed positive* dengan nilai 0 pada data sebesar 70%, atau dengan kata lain *density* nilai 0 pada data sama dengan 0,7 (lihat Gambar 4).

3.2 Model Regresi Gamma

Regresi Gamma untuk Data Gamma yang Tidak Mengalami *Zero Inflation*

Tahapan analisis data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dengan regresi Gamma diawali dengan estimasi parameter regresi Gamma (τ_0, τ_1, τ_2), dimana fungsi *link* yang digunakan adalah fungsi *link* log. Hasil estimasi parameter, galat estimasi, serta standar error model regresi Gamma tersaji pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Estimasi parameter regresi Gamma untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*

n	Parameter	Estimasi	ε	Standar Error
50	$\tau_2 \tau_1 \tau_0$	-0,07840	0,17840	0,21677
		0,70527	0,10527	0,07137
		0,38890	0,01110	0,05018
100	$\tau_1 \tau_2 \tau_0$	0,18295	0,08295	0,14793
		0,61919	0,01919	0,04873
		0,36570	0,03430	0,03135
200	$\tau_1 \tau_0 \tau_2$	0,34592	0,24592	0,09983
		0,56868	0,03132	0,03105
		0,35424	0,04576	0,02076

Hasil estimasi parameter regresi Gamma untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* pada semua ukuran sampel cukup bagus terlihat dari nilai *standard error*

untuk semua parameter yang relatif kecil yaitu kurang dari 1 dan galat estimasi (ε) yang mendekati 0. Galat estimasi (ε) yang semakin kecil/semakin mendekati nilai 0 artinya nilai estimasi parameter yang diperoleh semakin mendekati nilai parameter sebenarnya.

Tahapan selanjutnya yaitu uji kebaikan model menggunakan nilai MSE (*Mean Square Error*) yang didapatkan menggunakan persamaan (1) dan R^2 (Koefisien Determinasi) yang didapatkan dengan persamaan (2). Semakin kecil nilai MSE maka model semakin baik, sebaliknya semakin besar nilai R^2 maka model semakin baik. Berikut ini pada Tabel 2 disajikan model yang diperoleh dari regresi Gamma untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dengan berbagai ukuran sampel beserta nilai MSE dan R^2 model.

Tabel 2. Nilai MSE dan R^2 model regresi Gamma untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*

n	Model	MSE	R^2
50	$\log(\mu) = -0,07840 + 0,70527x_1 + 0,3889x_2$	22,74302	0,7601133
100	$\log(\mu) = 0,18295 + 0,61919x_1 + 0,3657x_2$	16,43857	0,8070760
200	$\log(\mu) = 0,34592 + 0,56868x_1 + 0,35424x_2$	13,78962	0,8089797

Dari Tabel 2 di atas dapat diketahui nilai MSE model untuk $n = 50$ lebih besar dibandingkan model dengan $n = 100$ yang juga lebih besar dari nilai MSE untuk model dengan $n = 200$. Berbanding terbalik dengan nilai MSE, nilai R^2 yang diperoleh model dengan $n = 50$ lebih kecil dari model dengan $n = 100$ yang lebih kecil dari model dengan $n = 200$. Berdasarkan hasil tersebut, terlihat bahwa untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* model regresi Gamma semakin baik dengan bertambahnya ukuran sampel.

Regresi Gamma untuk Data Gamma yang Mengalami *Zero Inflation*

Hasil estimasi parameter, galat estimasi, serta *standard error* model regresi Gamma untuk data yang mengalami *zero inflation* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Estimasi parameter regresi Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation*

p_β	n	Parameter	Estimasi	ε	Standar Error
0,8	50	τ_0	0,25330	0,15330	0,50970
		τ_1	0,20530	0,39470	0,16250
		τ_2	0,52930	0,12930	0,11260
	100	τ_0	-0,48269	0,58269	0,38495
		τ_1	0,37603	0,22397	0,12266
		τ_2	0,61735	0,21735	0,08161
	200	τ_0	0,01641	0,08359	0,23213
		τ_1	0,42725	0,17275	0,08025
		τ_2	0,45994	0,05994	0,05055
0,6	50	Tidak Konvergen			
	100	τ_0	-0,11110	0,21110	0,47350
		τ_1	0,32700	0,27300	0,15590
		τ_2	0,46640	0,06640	0,10030
	200	τ_0	-0,04027	0,14027	0,34577
		τ_1	0,27925	0,32075	0,10756
		τ_2	0,47207	0,07207	0,01191
0,3	50	Tidak Konvergen			
	100	Tidak Konvergen			
	200	Tidak Konvergen			

Tahapan analisis data Gamma yang mengalami *zero inflation* menggunakan regresi Gamma sama dengan analisis pada data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*. Regresi Gamma dilakukan menggunakan pendekatan distribusi *Tweedie* karena terjadinya kesulitan dalam komputasi *glm* menggunakan pendekatan distribusi Gamma biasa. Distribusi *Tweedie* yang digunakan adalah *Tweedie* dengan *varians power* 2, ekuivalen dengan distribusi Gamma. *Link power* yang dipilih adalah 0, ekuivalen dengan fungsi *link* log. Tabel 3 di atas menunjukkan bahwa estimasi parameter regresi Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero iflation* ketika $p_\beta = 0,8$ bisa diperoleh untuk semua ukuran sampel. Ketika $p_\beta = 0,6$, estimasi parameter regresi Gamma hanya bisa didapatkan untuk ukuran sampel $n = 100$ dan $n = 200$, sedangkan untuk ukuran sampel $n = 50$, estimasi parameter regresi Gamma gagal didapatkan karena proses estimasi tidak konvergen. Untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan nilai $p_\beta = 0,3$ estimasi parameter menggunakan regresi Gamma gagal diperoleh untuk semua ukuran sampel karena terjadi ketidakkonvergenan dalam proses estimasi.

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji kebaikan model dengan melihat nilai MSE (*Mean Square Error*) dan R^2 (Koefisien Determinasi) model.

Tabel 4. Nilai MSE dan R^2 model regresi Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation*

p_β	n	Model	MSE	R^2
0,8	50	$\log(\mu) = 0,2533 + 0,2053x_1 + 0,5293x_2$	68,68642	0,3776426
	100	$\log(\mu) = -0,48269 + 0,37603x_1 + 0,61735x_2$	62,03343	0,5538778
	200	$\log(\mu) = 0,01641 + 0,42725x_1 + 0,45994x_2$	61,25679	0,4016701
0,6	50	Tidak Konvergen		
	100	$\log(\mu) = -0,1111 + 0,3270x_1 + 0,4664x_2$	89,61369	0,2015495
	200	$\log(\mu) = -0,04027 + 0,27925x_1 + 0,47207x_2$	81,37796	0,2061917
0,3	50	Tidak Konvergen		
	100	Tidak Konvergen		
	200	Tidak Konvergen		

Dari Tabel 4 di atas, dapat diketahui bahwa semakin besar ukuran sampel maka model regresi Gamma yang diperoleh semakin baik. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai MSE model yang semakin kecil dengan bertambahnya ukuran sampel pada data dengan nilai $p_\beta = 0,8$ dan $p_\beta = 0,6$ ($n = 100$ dan $n = 200$) meskipun nilai R^2 yang didapat tidak selalu bertambah besar. Model regresi Gamma pada data dengan $p_\beta = 0,6$ untuk $n = 50$ dan $p_\beta = 0,3$ untuk semua ukuran sampel tidak dapat ditentukan karena estimasi parameternya tidak konvergen.

3.3 Model Regresi Zero Inflated Gamma

Regresi *Zero Inflated* Gamma untuk Data Gamma yang Tidak Mengalami *Zero Inflation*

Tahapan analisis data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* dengan regresi *Zero Inflated* Gamma meliputi estimasi parameter regresi Gamma dengan fungsi *link* log serta inferensi model regresi *Zero Inflated* Gamma. Estimasi parameter regresi Logistik tidak dilakukan, karena keseluruhan data bernilai positif atau $P(Y > 0) = 1$.

Tabel 5. Hasil Estimasi parameter regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*

n	Parameter	Estimasi	ε	Standar Error
50	$\tau_1 \tau_0$	-0,07840	0,17840	0,497746
	$\tau_0 \tau_2$	0,70527	0,10527	0,159326
		0,38890	0,01110	0,111065
100	τ_1	0,18295	0,08295	0,343899
	$\tau_0 \tau_2$	0,61919	0,01919	0,113449
		0,36570	0,03430	0,072439
200	τ_1	0,34592	0,24592	0,345919
	τ_2	0,56868	0,03132	0,568682
		0,35424	0,04576	0,354239

Dari Tabel 5 di atas, dapat diketahui bahwa hasil estimasi parameter regresi ZIG untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* untuk semua ukuran sampel cukup bagus terlihat dari nilai *standard error* untuk semua parameter relatif kecil yaitu kurang dari 1 dan galat estimasi (ε) yang mendekati 0.

Tabel 6 berikut menyajikan model yang diperoleh dari regresi ZIG untuk berbagai ukuran sampel beserta nilai MSE dan R^2 model.

Tabel 6. Nilai MSE dan R^2 model regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang Tidak mengalami *zero inflation*

n	Model	MSE	R^2
50	$\log(\mu) = -0,07840 + 0,70527x_1 + 0,3889x_2$	22,74298	0,7601138
100	$\log(\mu) = 0,18295 + 0,61919x_1 + 0,3657x_2$	16,43857	0,8089797
200	$\log(\mu) = 0,34592 + 0,56868x_1 + 0,35424x_2$	13,78962	0,8097077

Dari Tabel 6 di atas, dapat diketahui bahwa semakin besar ukuran data (n) maka nilai MSE model regresi ZIG semakin kecil sedangkan nilai R^2 yang diperoleh semakin besar. Hal tersebut menunjukkan bahwa untuk data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*, model regresi *Zero Inflated* Gamma semakin baik dengan bertambahnya ukuran sampel.

Regresi *Zero Inflated* Gamma untuk Data Gamma yang Mengalami *Zero Inflation*

Estimasi parameter regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation* meliputi 2 tahapan yaitu estimasi parameter regresi logistik ($\beta_0, \beta_1, \beta_2$) dan estimasi parameter regresi Gamma (τ_0, τ_1, τ_2) dengan fungsi *link* log.

Tabel 7 menunjukkan bahwa hasil estimasi parameter regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan berbagai variasi p_β (0,8; 0,6; dan 0,3) untuk semua ukuran sampel cukup baik meskipun terdapat beberapa hasil estimasi yang *standard error* dan galat estimasinya lebih dari 1, akan tetapi secara keseluruhan nilai *standard error* dan galat estimasi (ε) yang diperoleh relatif kecil.

Tabel 7. Hasil Estimasi parameter regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation*

$p\beta$	n	Parameter	Estimasi	ε	Standar Error
0,8	50	β_0	3,00966	2,90966	2,59815
		β_1	-2,02699	1,22699	0,91094
		β_2	0,84794	0,14794	0,55842
		τ_0	0,22240	0,12240	0,58994
		τ_1	0,58344	0,01656	0,20881
		τ_2	0,38475	0,01525	0,13073
	100	β_0	1,04745	0,94745	1,66865
		β_1	-1,37465	0,71465	0,57988
		β_2	0,97453	0,14453	0,35247
		τ_0	-0,08527	0,18527	0,42367
		τ_1	0,67808	0,07808	0,14722
		τ_2	0,40072	0,00072	0,09801
	200	β_0	1,26686	1,18686	0,99902
		β_1	-0,58081	0,04919	0,34018
		β_2	0,39792	0,43207	0,22337
		τ_0	0,29321	0,19321	0,27636
		τ_1	0,53988	0,06012	0,09590
		τ_2	0,37822	0,02178	0,06357
0,6	50	β_0	-0,28694	0,29694	1,53331
		β_1	-1,08977	0,36177	0,53825
		β_2	0,87068	0,27068	0,39305
		τ_0	0,32911	0,22911	0,67388
		τ_1	0,64533	0,04533	0,21331
		τ_2	0,32242	0,07758	0,15133
	100	β_0	1,08430	1,07430	1,06283
		β_1	-0,66521	0,08479	0,35462
		β_2	0,19124	0,40876	0,22661
		τ_0	0,18760	0,08760	0,42684
		τ_1	0,59199	0,00801	0,14779
		τ_2	0,37969	0,02031	0,09525
	200	β_0	0,95161	0,94161	0,77353
		β_1	-0,64183	0,14317	0,24490
		β_2	0,21481	0,34519	0,16396
		τ_0	0,23076	0,13076	0,31985
		τ_1	0,58102	0,01898	0,10984
		τ_2	0,37411	0,02589	0,06764
0,3	50	β_0	1,41082	1,39082	1,59236
		β_1	-0,45701	0,40299	0,52618
		β_2	-0,40318	0,50318	0,37756
		τ_0	-0,68839	0,78839	0,82504
		τ_1	0,93242	0,33242	0,27322
		τ_2	0,41600	0,01600	0,19422
	100	β_0	-1,35120	1,37120	1,16023
		β_1	-0,92426	0,09426	0,41146
		β_2	0,64324	0,44324	0,25848
		τ_0	-0,03992	0,13992	0,68373
		τ_1	0,54129	0,05871	0,24750
		τ_2	0,45657	0,05657	0,13925
	200	β_0	-0,12745	0,14745	0,82686
		β_1	-0,58392	0,22608	0,26661
		β_2	0,11719	0,08281	0,17289
		τ_0	0,55655	0,45655	0,51641
		τ_1	0,51661	0,08339	0,16835
		τ_2	0,32162	0,07838	0,09764

Berikut ini pada Tabel 8 disajikan model yang diperoleh dari regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation* beserta nilai MSE dan R^2 model.

Tabel 8. Nilai MSE dan R^2 model regresi *Zero Inflated* Gamma untuk data Gamma yang mengalami *zero inflation*

p_β	n	Model	MSE	R^2
0,8	50	$\text{logit}(p_\beta) = 3,00966 - 2,02699x_1 + 0,84794x_2$	62,24250	0,436030
		$\log(\mu) = 0,22240 + 0,58344x_1 + 0,38475x_2$		
	100	$\text{logit}(p_\beta) = 1,04745 - 1,37465x_1 + 0,97453x_2$	58,45196	0,579634
		$\log(\mu) = -0,085271 + 0,678083x_1 + 0,400772x_2$		
	200	$\text{logit}(p_\beta) = 1,26686 - 0,58081x_1 + 0,39792x_2$	61,00057	0,404173
		$\log(\mu) = 0,293208 + 0,539882x_1 + 0,378221x_2$		
0,6	50	$\text{logit}(p_\beta) = -0,28694 - 1,08977x_1 + 0,87068x_2$	99,49830	0,178841
		$\log(\mu) = 0,32911 + 0,64533x_1 + 0,32242x_2$		
	100	$\text{logit}(p_\beta) = 1,08430 - 0,66521x_1 + 0,19124x_2$	89,38193	0,203614
		$\log(\mu) = 0,1876 + 0,591987x_1 + 0,379692x_2$		
	200	$\text{logit}(p_\beta) = -0,95161 - 0,64183x_1 + 0,21481x_2$	80,5618	0,214153
		$\log(\mu) = 0,230758 + 0,581021x_1 + 0,374110x_2$		
0,3	50	$\text{logit}(p_\beta) = 1,41082 - 0,45701x_1 - 0,40318x_2$	70,07839	0,04374
		$\log(\mu) = -0,68839 + 0,93242x_1 + 0,41600x_2$		
	100	$\text{logit}(p_\beta) = -1,35120 - 0,92426x_1 + 0,64324x_2$	60,96199	0,21091
		$\log(\mu) = -0,039925 + 0,541299x_1 + 0,456575x_2$		
	200	$\text{logit}(p_\beta) = -0,12745 - 0,58392x_1 + 0,11719x_2$	56,79557	0,02567
		$\log(\mu) = 0,556550 + 0,516610x_1 + 0,321624x_2$		

Kebaikan model hasil regresi *Zero Inflated* Gamma dapat dilihat dari nilai MSE dan R^2 model. Tabel 8 menunjukkan bahwa secara keseluruhan semakin besar ukuran data, maka nilai MSE model akan semakin kecil yang berarti model semakin baik meskipun nilai R^2 yang diperoleh tidak selalu lebih besar dengan bertambahnya ukuran sampel.

3.4 Perbandingan Regresi Gamma dan Regresi *Zero Inflated* Gamma

Analisis data yang telah dilakukan pada pembahasan sebelumnya untuk data yang tidak mengalami *zero inflation* baik menggunakan regresi Gamma maupun regresi *Zero Inflated* Gamma menghasilkan nilai yang identik dan cukup baik terlihat dari nilai *standard error* dan galat estimasi (ϵ) yang diperoleh untuk kedua metode relatif kecil.

Analisis data Gamma yang mengalami *zero inflation* menggunakan regresi Gamma menunjukkan bahwa regresi Gamma hanya mampu mendapatkan estimasi parameter untuk semua ukuran sampel ($n = 50$, $n = 100$, $n = 200$) ketika nilai $p_\beta = P(Y > 0) = 0,8$. Ketika nilai $p_\beta = 0,6$ dan $n = 50$, estimasi parameter regresi Gamma tidak berhasil diperoleh karena proses estimasi tidak konvergen sehingga model regresi Gamma hanya bisa memodelkan data dengan ukuran sampel di atas 50 ($n = 100$ dan $n = 200$). Sedangkan ketika $p_\beta = 0,3$ estimasi parameter regresi Gamma untuk semua ukuran sampel tidak konvergen. Di sisi lain, Regresi *Zero Inflated* Gamma mampu mendapatkan estimasi parameter untuk semua nilai p_β .

Kebaikan model regresi *Zero Inflated* Gamma maupun regresi Gamma dalam memodelkan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* maupun yang mengalami *zero inflation* dapat dilihat dari nilai MSE dan R^2 model pada Tabel 9. Dengan membandingkan nilai MSE dan R^2 model hasil regresi *Zero Inflated* Gamma dan hasil regresi Gamma, dapat diketahui metode mana yang lebih sesuai untuk memodelkan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation* maupun yang mengalami *zero inflation*.

Tabel 9. Rangkuman nilai MSE dan R^2 keseluruhan model

Data Gamma Tidak Mengalami <i>Zero Inflation</i>					Data Gamma Mengalami <i>Zero Inflation</i>				
n	Model ZIG		Model Gamma		n	Model ZIG		Model Gamma	
	MSE	R^2	MSE	R^2		MSE	R^2	MSE	R^2
50	22,74298	0,7601	22,7430	0,7601	$p_\beta = 0,8$				
100	16,43857	0,8090	16,4386	0,8071	50	62,2425	0,4360	68,68642	0,3776
200	13,78962	0,8097	13,7896	0,8090	100	58,4519	0,5796	62,03343	0,5539
					200	61,0005	0,4042	61,25679	0,4017
					$p_\beta = 0,6$				
					50	90,4983	0,1788	Tidak Konvergen	
					100	89,3819	0,2036	89,61369	0,2015
					200	80,5618	0,2141	81,37796	0,2062
					$p_\beta = 0,3$				
					50	70,0784	0,0437	Tidak Konvergen	
					100	60,9620	0,2109	Tidak Konvergen	
					200	56,7956	0,0257	Tidak Konvergen	

MSE menunjukkan kuadrat kesalahan/*error* yang dapat digunakan untuk mengevaluasi kebaikan suatu model. Model semakin baik dengan nilai MSE yang semakin kecil. Nilai R^2 menunjukkan seberapa besar kemampuan variabel bebas dalam menjelaskan variasi variabel respon. Nilai R^2 yang semakin besar menunjukkan bahwa variabel bebas yang digunakan dalam model mampu menjelaskan variasi variabel respon dengan lebih tepat. Dalam penelitian ini, rata-rata nilai R^2 yang didapat kurang dari 50% yang menunjukkan bahwa pemilihan variabel respon yang digunakan dalam model kurang bisa menjelaskan variasi variabel respon.

Tabel 9 menunjukkan bahwa pada data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*, nilai MSE dan R^2 model hasil regresi Gamma dan model hasil regresi *Zero Inflated* Gamma cenderung sama yang menunjukkan kedua metode sama baik dalam memodelkan data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*. Hal tersebut juga dapat dilihat dari hasil estimasi kedua metode yang identik. Sedangkan pada data Gamma yang mengalami *zero inflation*, nilai MSE model hasil regresi *Zero Inflated* Gamma selalu lebih kecil dibandingkan MSE model regresi Gamma dan nilai R^2 model hasil regresi *Zero Inflated* Gamma juga selalu lebih besar dari model regresi Gamma. Selain itu, ketidakkonvergenan yang dialami regresi Gamma menunjukkan bahwa regresi Gamma kurang sesuai untuk memodelkan data Gamma yang mengalami *zero inflation* dengan kejadian *zero inflation* yang terlalu besar atau nilai p_β yang terlalu kecil. Ketidakkonvergenan terjadi dikarenakan ketika proses estimasi berlangsung nilai estimasi tidak mendekati suatu nilai tertentu. Hal tersebut mengakibatkan hasil estimasi tidak dapat ditentukan. Berdasarkan penjelasan tersebut, terlihat bahwa metode yang lebih sesuai untuk memodelkan data Gamma yang mengalami *zero inflation* adalah regresi *Zero Inflated* Gamma.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan pada bab sebelumnya, didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Pada data Gamma yang tidak mengalami *zero inflation*, regresi Gamma dan regresi *Zero Inflated* Gamma sama-sama dapat memodelkan data dengan baik, hal tersebut dapat dilihat dari hasil estimasi, galat estimasi, nilai MSE, dan nilai R^2 kedua metode tersebut yang identik.
2. Pada data Gamma yang mengalami *zero inflation*, regresi Gamma tidak berhasil mendapatkan hasil estimasi yang konvergen untuk beberapa sampel data, yaitu ketika $p_\beta = 0,6$ dengan ukuran sampel $n = 50$ serta ketika $p_\beta = 0,3$ untuk semua ukuran sampel (50,100, dan 200). Sebaliknya, regresi *Zero Inflated* Gamma berhasil mendapatkan estimasi parameter untuk semua sampel data *Zero Inflated* Gamma dan hasil estimasinya pun cukup baik terlihat dari nilai galat estimasi parameter regresi *Zero Inflated* Gamma yang relatif kecil.
3. Regresi *Zero Inflated* Gamma dapat memodelkan data Gamma yang mengalami *zero inflation* lebih baik dibandingkan regresi Gamma terlihat dari Nilai MSE model regresi ZIG yang lebih kecil dan nilai R^2 yang lebih besar untuk semua variasi sampel dibandingkan model regresi Gamma.

Pada penelitian ini, penulis mencoba menerapkan dan mengkaji kebaikan model regresi *Zero Inflated* Gamma untuk menganalisis data kontinu non negatif (Gamma) yang mengalami *zero inflation*. Penelitian selanjutnya dapat mencoba metode regresi lain seperti regresi *Zero Inflated* Log Normal atau *Compound Poisson* untuk menyelesaikan permasalahan serupa.

Daftar Pustaka

- [1] Mills, E. D. 2013. "Adjusting for Covariates in Zero Inflated Gamma and Zero Inflated Log Normal Models for Semicontinuous Data". Tidak Diterbitkan. Tesis. Iowa : The University of Iowa.
- [2] Liu, H. & Chan, K. S. 2010. Introducing COZIGAM: An R Package for Unconstrained and Constrained Zero-Inflated Generalized Additive Model Analysis. *Journal of Statistical Software*, **35**(11).
- [3] Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer. 2008. *Mathematical Statistics with Applications*. 7th Edition. USA: Thomson Brooks/cole.
- [4] Muzathik, Nik, Ibrahim, Samo, Sopian, & Alghoul. 2011. Daily Global Solar Radiation Estimate Based on Sunshine Hours. *Internasional Journal of Mechanical and Engineering (IJMME)*, **6**(1): 75-80.
- [5] Tirta, I M. 2009. *Analisis Regresi dengan R*. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.

PENDETEKSIAN FAKTOR RISIKO SERTA PEMETAAN PENYEBARAN TUBERKOLOSIS ANAK DI KECAMATAN NGAMPRAH KABUPATEN BANDUNG DENGAN PENDEKATAN MODEL MULTILEVEL DENGAN EFEK SPASIAL

¹Anna Chadidjah, ²Resa Septiani Pontoh, ³Defi Yusti F, ⁴Bertho P

¹Departemen Statistika, FMIPA-Unpad, anna_chadidjah@yahoo.co.id

²Departemen Statistika, FMIPA-Unpad, resa.pontoh@gmail.com

³Departemen Statistika, FMIPA-Unpad, yusti.88@gmail.com

⁴Departemen Statistika, FMIPA-Unpad, berthotantular@gmail.com

1. Pendahuluan

“Kabupaten Bandung Endemis TBC”

Kalimat tersebut menjadi salah satu judul berita harian Republika yang terbit pada September 2013. Kabupaten Bandung adalah salah satu wilayah endemis TBC di Indonesia dengan angka prevalensi sebesar 235 orang per 100 ribu orang. Nilai ini masih lebih tinggi dari angka prevalensi di Jawa Barat sebesar 224 orang per 100 ribu orang dan angka prevalensi nasional sebesar 107 orang per 100 ribu orang. Kurangnya langkah pencegahan penyebaran dan penanggulangan penyakit ini disinyalir sebagai penyebab terus berkembangnya penyakit menular ini. Namun demikian, penjelasan mengenai prevalensi kasus TB anak di Kabupaten Bandung masih sulit untuk ditemukan.

Seperti yang telah diketahui, tuberkulosis (TB) adalah penyakit infeksi menular yang disebabkan oleh kuman *Mycobacterium tuberculosis*. Berbeda dengan orang dewasa, tanda-tanda seorang anak terkena TB sangat sulit didiagnosa. Sehingga perlu untuk diketahui faktor resiko seorang anak yang terinfeksi TB atau sakit TB. Beberapa faktor resiko yang dapat menyebabkan seorang anak terinfeksi TB adalah lamanya terpajan, kedekatan dengan kasus TB, serta beban kuman pada kasus sumber. Sedangkan faktor risiko seorang anak sakit TB adalah usia kurang dari 5 tahun, malnutrisi, infeksi TB baru, serta imunosupresi terutama pada kasus HIV (Nelson et al. dalam Kartasasmita, 2002).

Beragam penelitian yang berkaitan dengan pendeteksian faktor-faktor yang dapat menyebabkan seorang anak terinfeksi TB telah dilakukan, namun masih sedikit melibatkan wilayah Bandung Barat. Penelitian awal ini, akan memfokuskan di wilayah Kecamatan Ngamprah dengan memperhatikan efek dari 11 kelurahan yang berada di bawahnya. Diharapkan dengan penelitian awal ini dapat menjadi prior riset mengenai kasus TB di Kabupaten Bandung secara lebih khusus.

2. Tinjauan Pustaka

Model Multilevel

Data berstruktur hierarki dapat dianalisis menggunakan Model Multilevel. Model multilevel mengikutsertakan efek kelompok yang merupakan gabungan dari individu-individu. Secara umum model multilevel mempunyai struktur data hierarki yaitu: sebuah peubah tak bebas (*dependent variable*) yang diukur pada level 1 dan beberapa peubah

bebas (*explanatory variable*) diukur pada setiap level. Suatu model regresi multilevel yang sederhana hanya terdiri dari dua level. Model multilevel merupakan bagian dari model regresi dengan melibatkan efek dari kelompok. (Hox 2002)

Generalised Least Square digunakan untuk menaksir parameter pada model multilevel (Goldstein, 1995). Metode ini dinilai lebih baik dari metode sebelumnya karena model yang digunakan merupakan model yang telah disubstitusikan sehingga struktur varians-kovarians yang digunakan terdiri dari komponen Level 1 dan Level 2. Model multilevel dalam notasi matriks adalah sebagai berikut

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{E} \quad (2.1)$$

dengan $\mathbf{E} = \mathbf{u} + \mathbf{e}$

dalam hal ini varians galat adalah $V(\mathbf{E}) = \mathbf{V}$. Dengan demikian penaksir *Generalized Least Square* diperoleh dengan meminimumkan fungsi persamaan linier berikut ini

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{E} &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{y}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

sehingga dapat dengan mudah diperoleh penaksir parameternya sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y} \quad (2.2)$$

Penaksir pada Persamaan 2.2 ini masih mengandung unsur parameter yang nilainya tidak diketahui yaitu pada matriks \mathbf{V} yang merupakan matriks *block diagonal* dari parameter acak σ_{u0}^2 dan σ_e^2 . Sehingga untuk mendapatkan nilai taksiran ini harus melalui proses iterasi. Sehingga metode penaksirannya disebut sebagai *Iterative Generalised Least Square* (IGLS). (Goldstein, 1995)

Secara umum prosedur metode IGLS dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (1) Tentukan nilai $\boldsymbol{\beta}$ dengan Metode Kuadrat Terkecil Biasa, (2) hitung nilai $\mathbf{y}^* = \tilde{\mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{r}}'$ dalam hal ini berukuran $(n \times n)$ dengan $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ yang berukuran $(n \times 1)$ dengan $n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$, (3) tentukan bahwa $E(\mathbf{y}^*) = \mathbf{V}$ dengan \mathbf{V} merupakan matriks varians-kovarians untuk model yang nilainya tidak diketahui, (4) buatlah vektor $\mathbf{y}^{**} = \text{vec}(\mathbf{y}^*)$ berukuran $(n^2 \times 1)$ sehingga $E(\mathbf{y}^{**}) = \mathbf{Z}^* \boldsymbol{\theta}$ dalam hal ini vektor $\boldsymbol{\theta}$ berisi parameter-parameter komponen acak dan \mathbf{Z}^* adalah matriks rancangan koefisien acak, (5) hitunglah $\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{Z}^{*'} \mathbf{V}^{*-1} \mathbf{Z}^*)^{-1} \mathbf{Z}^{*'} \mathbf{V}^{*-1} \mathbf{y}^{**}$ dengan $\mathbf{V}^* = \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}$ gunakan $\mathbf{V} = \mathbf{I}$ untuk iterasi pertama, (6) Gunakan penaksir pada langkah 5 untuk mengisi elemen matriks \mathbf{V} yang bersesuaian, (7) Tentukan nilai $\boldsymbol{\beta}$ dengan Metode GLS seperti pada Persamaan 2.2 dengan matriks \mathbf{V} yang diperoleh pada langkah 6, (8) Ulangi ke langkah 2 dan proses diiterasi hingga didapatkan hasil yang konvergen.

Penaksir IGLS secara umum menghasilkan penaksir yang bias terutama pada saat ukuran sampel kecil. Untuk mendapatkan penaksir yang tak bias Goldstein (1995) memodifikasi penaksir IGLS ini dengan cara mengubah langkah 3 yaitu $E(\mathbf{y}^*) = \mathbf{V}$ menjadi

$$E(\mathbf{y}) = \mathbf{V} - \mathbf{X}(\mathbf{X}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \quad (2.3)$$

penaksir ini disebut sebagai *Restricted Iterative Generalised Least Square* atau RIGLS.

Model Logistik *Random Coefficient* Dua Level

Dalam model regresi apabila responnya data kategori seperti maka model regresi yang digunakan adalah model regresi logistic. Model regresi logistic merupakan model data kategori dengan fungsi penghubung logit (Agresti, 2006). Secara umum rumusan matematis dalam bentuk matriks untuk model *random-coefficient* dua level dengan fungsi penghubung *logit* dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$\text{Logit}(\pi) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{u} \quad (2.4)$$

Dengan \mathbf{X} adalah matriks variabel bebas *fixed* dari level pertama, β adalah vektor koefisien regresi dan \mathbf{u} adalah vektor galat untuk level 2 dan \mathbf{Z} adalah matriks *random-effect* pada level 2.

Untuk menaksir parameter-parameter yang terlibat dalam model multilevel untuk respon biner bisa digunakan *Marginal Quasi-Likelihood* (MQL) yang diusulkan oleh Goldstein (1995). Menurut Goldstein (1995) penaksiran koefisien dengan menggunakan MQL akan menyebabkan *underestimate* terutama untuk sampel kecil. Begitu pula menurut Rodriguez dan Goldman (2001) penaksiran yang diturunkan menggunakan MQL untuk respon biner akan menyebabkan bias pada saat kuantitas klasternya cukup besar. Selain menggunakan MQL parameter-parameter tersebut juga bisa ditaksir dengan menggunakan Penalized Quasi-Likelihood (PQL) yang diusulkan oleh Goldstein dan Rashbash (2001).

Regresi Poisson Multilevel

Dalam model regresi apabila responnya merupakan data cacahan atau *counting data* seperti dalam kasus maka model regresi yang digunakan adalah model regresi poisson (Agresti, 2006). Misalkan ditentukan bahwa populasi mempunyai O_i kasus dengan E_i adalah ekspektasinya yang dapat dihitung melalui persamaan berikut ini

$$E_i = N_i \frac{\sum O_i}{\sum N_i}$$

Secara umum Model Regresi Poisson untuk model multilevel dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$\begin{aligned} O_i &\sim \text{Poisson}(\mu_i), \\ \log(\mu_i) &= \log(E_i) + \mathbf{X}_i\beta + u_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dengan \mathbf{X}_i adalah matriks variabel bebas *fixed* dari level pertama, β adalah vektor koefisien regresi dan u_i adalah vektor galat untuk level 2, dalam hal ini u_j berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians σ^2_2 . (Langford et al., 1999).

Struktur Spatial dalam Model

Untuk mendefinisikan struktur spatial dalam model multilevel ada dua kemungkinan yaitu mendefinisikan heterogenitas spatial yang direpresentasikan oleh efek acak dari model tersebut dengan menambahkan unsur spatialnya sebagai berikut

$$\begin{aligned} O_i &\sim \text{Poisson}(\mu_i), \\ \log(\mu_i) &= \log(E_i) + \mathbf{X}_i\beta + u_i + v_i \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan v_i merupakan efek acak spatial dan mungkin memiliki salah satu dari sejumlah struktur yang menggambarkan kedekatan dalam ruang. Namun, sebelum membahas struktur efek spasial ini, pertama harus diperhitungkan fakta bahwa terdapat hubungan nonlinier (logaritmik) antara respon dengan prediktor dari model.

Ada dua pendekatan yang dapat digunakan dalam model ini yaitu untuk kasus kasus setiap wilayah cukup besar dapat digunakan model logaritma risiko relatif dengan mengasumsikan mengikuti distribusi normal. Dalam hal ini efek heterogenitas dapat diakomodasi dengan memberikan bobot pada bagian acak model tersebut menggunakan fungsi risiko dari setiap wilayah (Clayton and Hills, 1993). Pendekatan kedua adalah untuk kasus yang cukup sedikit dapat digunakan pendekatan linierisasi untuk menaksir parameter acak. Dalam hal ini residual dari model dapat ditaksir menggunakan metode Penalized Quasi Likelihood (PQL) yang biasa digunakan dalam model logistik melalui pendekatan Deret Taylor Order kedua (Goldstein, 1995).

Tuberkolosis Anak Kecamatan Ngamprah Kabupaten Bandung

Pada salah satu artikel di situs resmi Kabupaten Bandung pada tahun 2009 dijelaskan bahwa kasus TB di wilayah Kabupaten Bandung Barat seperti fenomena gunung es karena pada kenyataannya, jumlah kasus TB jauh lebih besar dari pada apa yang telah dilaporkan. Namun, untuk kasus TB pada anak, prevalensi kejadian TB ini sangat sulit didapatkan karena sulitnya mendeteksi seorang anak terinfeksi TB.

Beberapa penelitian di daerah kabupaten Bandung Barat berkaitan dengan kasus TB pada anak sangat sedikit dilakukan, salah satunya penelitian yang dilakukan oleh Rakhmawati et al. di tahun 2009. Penelitian tersebut terfokus pada wilayah puskesmas Ngamprah yang juga berada di Kecamatan Ngamprah Kabupaten Bandung Barat. Dalam penelitian biomedis seringkali terkonsentrasi pada masalah bagaimana menelusuri hubungan antara individu dengan kelompok. Individu berkorelasi dengan kelompok dimana mereka berada. Secara umum individu dan kelompok merupakan suatu sistem hierarki. Pendekatan yang dapat digunakan untuk memodelkan data hierarki adalah model multilevel. Selain itu, dalam perkembangannya, model multilevel seringkali melibatkan data spasial sebagai sesuatu yang berpengaruh dalam model. Oleh karena itu, dilakukan pengembangan model multilevel spasial. Sepengetahuan tim peneliti, belum banyak penelitian yang menggunakan pendekatan model multilevel spasial.

Informasi tambahan yang dapat dijelaskan adalah bahwa penelitian Rakhmawati et al. dilakukan pada anak balita yang tentu saja berusia antara 3-5 tahun. Beberapa faktor risiko yang menjadi penyebab seorang anak terkena TB yang digunakan pada penelitian tersebut adalah status gizi anak, pemberian imunisasi BCG, riwayat kontak dengan pasien TB, status ekonomi, serta keadaan lingkungan rumah. Berikut penjelasan dari tiap variabel.

1) Status Gizi Anak

Gizi anak sangat penting untuk diperhatikan karena dengan asupan gizi yang baik akan meningkatkan daya tahan tubuh anak. Dengan daya tahan tubuh yang baik, seorang anak akan sulit terinfeksi TB. Oleh karena itu, pada banyak kasus, seorang anak yang memiliki gizi cukup biasanya hanya menderita TB ringan.

Penilaian status gizi anak dilihat dari penimbangan rata-rata berat badan (BB) anak dua bulan terakhir dilihat dari KMS balita yang kemudian dibandingkan dengan standar baku dari grafik pertumbuhan anak laki-laki dan perempuan. Apabila BB berada di bawah garis merah, maka anak tersebut menderita gizi kurang dengan penilaian 0 (nol). Apabila BB berada di atas garis merah namun berada di area kuning, maka anak tersebut mempunyai gizi sedang dengan penilaian 1 (satu). Apabila BB berada di atas garis merah namun berada di area hijau, maka anak tersebut mempunyai gizi baik dengan penilaian 2 (dua).

2) Pemberian Imunisasi BCG

Sebagai langkah awal pencegahan terinfeksi dan terkenanya penyakit TB pada anak adalah dengan melakukan imunisasi BCG. Namun, efek dari pemberian imunisasi ini masih menjadi kajian menarik untuk diteliti karena ternyata, BCG hanya berperan memberikan proteksi sebesar 50% dan pada banyak kasus hanya efektif untuk pencegahan terjadinya TB berat (Nelson et al., 2004). Walaupun demikian, pemberian imunisasi BCG sangat diharapkan untuk dapat mengurangi resiko seorang anak terinfeksi TB berat misalnya meningitis TB dan TB miller.

Status imunisasi dikategorikan menjadi 1 (satu) jika seorang anak tidak pernah mendapat imunisasi BCG dan 2 (dua) jika seorang anak pernah mendapat imunisasi BCG.

3) Riwayat Kontak dengan Pasien TB

Pada banyak kasus, terlihat bahwa sebagian besar anak tertular TB dari pasien TB dewasa (Kartasasmita, 2002). Penularan biasanya terjadi pada waktu bicara karena kuman menyebar melalui udara dalam bentuk percikan dahak (droplet). Anak-anak sangat rentan tertular karena daya tahan tubuh anak yang masih lemah. Karena pendeteksian TB pada anak sangat sulit, maka untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang berperan dalam terinfeksi seorang anak oleh TB, salah satunya, dapat dilihat melalui perilaku ataupun beberapa fenomena dari orang tua pasien TB anak tersebut. Adapun pengkategorian riwayat seorang anak kontak dengan pasien TB adalah 0 (nol) jika pernah, 1 (satu) jika tidak pernah.

4) Status Ekonomi

Seseorang yang mempunyai status ekonomi yang rendah biasanya tinggal di lingkungan dengan kualitas hidup yang juga rendah dengan kepadatan hunian yang tinggi dan kondisi lingkungan yang buruk. Sebuah penelitian menjelaskan bahwa ada hubungan antarakepadatan penghuni rumah, luas ventilasi rumah, serta pencahayaan rumah dengan kejadian TB pada anak (Nurhidayah, 2007). Hal ini dikarenakan kuman TB akan berkurang ataupun mati jika terpapar oleh sinar matahari dan sirkulasi udara yang bagus. Tidak hanya itu, kondisi ekonomi yang lemah juga dapat mengakibatkan standar hidup yang rendah pula seperti kecukupan gizi, pendidikan rendah, dan lain sebagainya. Oleh karena itu, status ekonomi secara tidak langsung berdampak terhadap semakin besarnya peluang seseorang terinfeksi atau menderita TB.

Keempat variabel tersebut akan tetap digunakan sebagai penelitian awal. Namun, peneliti akan tetap memperhatikan dan mempertimbangkan variabel-variabel lain dari sumber referensi yang berbeda untuk dapat ditambahkan.

3. Tujuan dan Manfaat Penelitian

1. Mengetahui faktor risiko penyebaran TB anak sehingga diharapkan dapat menurunkan angka prevalensi kasus TB pada anak,
2. Dapat menggambarkan (mapping) bagaimana penyebaran TB yang terjadi di Kecamatan Ngamprah,
3. Pengembangan ilmu khususnya penggabungan antara *multilevel modeling* dengan *spatial analysis* dengan penggunaan data kategori pada bidang biomedik.

4. Penerapan Model Regresi Poisson Multilevel

4.1 Kondisi Populasi dan Sampel

Target populasi dalam penelitian ini adalah Kecamatan Ngamprah Kabupaten Bandung Barat. Kondisi populasi tahun 2013 di Kecamatan Ngamprah adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1. Banyak RT dan Banyak KK di Kecamatan Ngamprah Kabupaten Bandung Barat

No	Desa	Banyak RT	Banyak KK
1	Bojong Koneng	73	4151
2	Cilame	146	8444
3	Cimanggu	40	1996
4	Cimareme	42	3074
5	Gadobangkong	64	3588
6	Margajaya	73	4076
7	Mekarsari	38	3155
8	Ngamprah	34	1798
9	Pakuhaji	40	2247
10	Sukatani	34	1987
11	Tanimulya	157	8339
Jumlah		741	42855

Sumber: BPS Jawa Barat

Selain itu diketahui pula bahwa prevalensi kejadian TB di Kabupaten Bandung Barat sebesar 235 per 100 ribu. Unit sampling yang digunakan dalam penelitian ini adalah RT sehingga informasi populasi tersebut digunakan dalam pemilihan sampel menggunakan *stratified random sampling* dengan taraf kekeliruan sebesar 5% dan *margin of error* 1% diperoleh sampel sebesar 80 RT. Dengan alokasi proporsional diperoleh sampel untuk setiap stratum (Desa) adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2. Alokasi Sampel Tiap Desa

No	Desa	Sampel
1	Bojong Koneng	8
2	Cilame	16
3	Cimanggu	4
4	Cimareme	5
5	Gadobangkong	7
6	Margajaya	8
7	Mekarsari	4
8	Ngamprah	4
9	Pakuhaji	4
10	Sukatani	4
11	Tanimulya	17
Jumlah		80

4.2 Aplikasi pada Data Bangkitan

Model Regresi Poisson Multilevel yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya akan diaplikasikan pada data sebenarnya. Namun karena keterbatasan waktu penelitian maka untuk tahap awal aplikasi akan dilakukan pada data hasil bangkitan dengan parameter-parameter yang telah diketahui dari penelitian sebelumnya (Rachmawati, 2013) dan struktur populasi menurut BPS. Data yang digunakan dapat dilihat pada lampiran.

Model yang digunakan dalam analisis adalah model intersep acak. Langkah pertama adalah menguji apakah data memiliki struktur multilevel. Untuk itu dilakukan analisis devians pada model tanpa variabel penjelas, hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut ini

Tabel 4.3 Analisis Devians

Model	Devians	db	Selisih	db	Nilai-p
Poisson	407.22	80			
Poisson Multilevel	278.0	79	129.22	1	0

Dari Tabel 4.3 terlihat bahwa model Poisson Multilevel memiliki devians yang lebih kecil dari model Poisson. Hal ini mengindikasikan bahwa model Poisson Multilevel lebih tepat digunakan pada data tersebut. Pengujian perbedaan devians menunjukkan hasil signifikan yang berarti struktur data yang digunakan merupakan struktur multilevel. Hal ini berarti bahwa antar desa memiliki keragaman sehingga efek dari desa terhadap individu harus disertakan dalam model.

Selanjutnya dilakukan analisis menggunakan model intersep acak yang hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut ini

Tabel 4.4 Hasil Penaksiran Parameter Model Intersep Acak

<i>Fixed</i>	Penaksir	Std. Err	<i>z</i>	Nilai-p
Intersep γ_0	-0.6562	0.5001	-1.312	0.18946
β_1	1.1802	0.5411	2.181	0.02919*
β_2	0.8873	2.2529	0.394	0.69368
β_3	0.4135	0.3665	1.128	0.25928
β_4	1.2219	0.434	2.812	0.00492*
<i>Random</i>				
σ_u^2	1.492			

Dari hasil tersebut dapat dituliskan model Poisson Multilevel sebagai berikut :

Level 1 : $\log(\mu) = \beta_{0j} + 1.1802 X_1 + 0.8873 X_2 + 0.4135 X_3 + 1.2219 X_4$

Level 2 : $\beta_{0j} = -0.6562 + u_j$

Interpretasi untuk setiap koefisien pada Level 1 menggunakan interpretasi regresi Poisson biasa, sedangkan pada Level 2 menggunakan model regresi linier.

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa ada dua koefisien berarti (signifikans) pada taraf signifikansi 5% yaitu koefisien untuk X_1 (Persentase Status Gizi Kurang) dan X_4 (Persentase Status Ekonomi Lemah). Sementara itu dapat dikatakan bahwa terdapat efek dari desa (Level 2) terhadap kasus TB (Level 1) hal ini terlihat dari keragaman antar desa yang cukup besar yaitu 1.492.

Selanjutnya kita dapat menentukan keragaman yang dapat dijelaskan oleh model untuk Level 2 (Desa). Untuk itu digunakan model tanpa variabel penjelas sebagai pembanding, hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut ini

Tabel 4.5. Nilai Taksiran Komponen Varians Model Intersep Acak

Model tanpa prediktor	1.308
Model dengan prediktor	1.492

Diperoleh nilai keragaman yang dapat dijelaskan oleh model pada Level 2 (Desa) sebesar 0.1233. Nilai yang sangat kecil ini cukup wajar karena pada Level 2 (desa) memang tidak disertakan variabel penjelas.

5. Simpulan

Dalam aplikasi menggunakan data hasil bangkitan diperoleh simpulan bahwa variabel yang memengaruhi kejadian TB di suatu RT yaitu persentase status gizi kurang dan persentase status ekonomi lemah, sementara persentase Balita yang tidak diimunisasi BCG dan persentase pernah kontak dengan penderita TB tidak berarti. Selain itu terlihat jelas bahwa Desa memberikan efek terhadap kejadian kasus TB dan memiliki nilai keragaman yang cukup besar. Tidak adanya variabel penjelas pada tingkat desa mengakibatkan keragaman yang dapat dijelaskan pada level desa sangat kecil.

Penelitian Lanjutan

Beberapa hal yang cukup penting dalam penelitian ini belum diperhatikan seperti, variabel penjelas pada level desa, desain sampling yang digunakan, aplikasi pada *real data* dan efek *spatial* yang mungkin muncul dalam model. Sehingga penelitian ini akan dilanjutkan dengan membuat desain sampling yang sesuai dengan kasus TB, pengambilan data primer dengan menyertakan efek *spatial* dalam model.

Daftar Pustaka

- Agresti, Alan (2002) *Categorical Data Analysis: Second edition*. John Wiley & Sons, New York.
- Bliese, P. (2006) *Multilevel Models in R (2.2)*. R Development Core Team.
- Goldstein, H. (1995) *Multilevel Statistical Models 2 nd Ed.*, E-Book of Arnold, London.
- Hox, J.Joop. (2002). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Mahwah, New Jersey, London
- Jones, B.S., Steenbergen, M.R. (1997) *Modelling Multilevel Data Structures*. Paper prepared in 14 th annual meeting of the political methodology society, Columbus, OH.
- Langford, Ian H. Leyland, A.H., Rashbash, Jon, Goldstein, Harvey (1999) Multilevel Modelling of The Geographical Distribution of Desease. *Journal Royal Statistical Society Series C*, **Vol 48**, pp. 253-268.
- Rachmawati, Windy, Fatimah, Sari, Nurhidayah, Ikeu (2009) Faktor-faktor yang berhubungan dengan kejadian Tuberkulosis pada Anak di Kecamatan Ngamprah Kabupaten Bandung Barat. Laporan Litmud, Fakultas Keperawatan Universitas Padjadjaran.
- Rodriguez, German (2008) Multilevel Generalized Linier Models. *Handbook of Multilevel Analysis* de Leeuw, Meijer. Springer.
- Snijders, Tom A.B., Bosker, Roel J. (2012) *An Introduction to Basic and Advance Multilevel Modelling*. 2nd Ed. Sage Publication, London.

PARTISIPASI DAN KEBERLANJUTAN EKOWISATA: APLIKASI MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL PADA EKOWISATA DI KINTAMANI

I Putu Eka N. Kencana

Staf Pengajar Jurusan Matematika – Universitas Udayana
Peneliti di Konsorsium Riset Pariwisata – Universitas Udayana
E-mail: i.putu.enk@gmail.com

Abstract

This research aimed to study the relationship between local participation and sustainable of ecotourism at Kintamani, Province of Bali. In detail, motivation of local people to take parts in designing ecotourism development in their area and motivation to take benefits from tourists' activities were considered in this study. Meanwhile, sustainability of ecotourism at Kintamani under studied were reflected into three sub-latents i.e. economic benefits perceived by local people, cultural heritage, and environment conservation. Applying structural equation modeling (SEM) to model the problem, we found motivation to take benefits overcome motivation to take parts in ecotourism development. These motivations significantly affect local participation, and in turn, will significantly affects ecotourism sustainability.

Keywords: ecotourism, Kintamani, structural modeling, sustainability

1. Pendahuluan

Sebagai salah satu negara yang meletakkan pilar-pilar pembangunan pada industri pariwisata, Indonesia telah memiliki regulasi yang mengatur pembangunan pariwisata di tingkat nasional melalui Undang-undang nomor 10 tahun 2009. Pada undang-undang ini secara tegas dinyatakan bahwa pembangunan kepariwisataan sebagai bagian integral dari pembangunan nasional harus dilaksanakan secara sistematis, bertanggung jawab, terpadu, terencana, dan berkelanjutan, dan tidak mengabaikan perlindungan terhadap nilai-nilai agama, budaya yang hidup di masyarakat, kelestarian dan mutu lingkungan hidup, serta kepentingan nasional [1].

Berbagai fakta empiris menunjukkan pariwisata memberikan manfaat positif terhadap perekonomian masyarakat di suatu negara. Perjalanan wisata yang dilakukan wisatawan mancanegara merupakan sumber devisa bagi banyak negara berkembang. Selain sebagai sumber devisa, pariwisata sebagai sebuah industri padat karya (*labour intensive industry*) telah terbukti mampu menciptakan kesempatan kerja serta kesempatan berusaha melalui tumbuh dan berkembangnya industri rumah tangga, mikro, dan kecil di tempat-tempat aktivitas wisata berlangsung [2].

Pada Laporan Akuntabilitas Kinerja Kementerian Pariwisata dan Ekonomi Kreatif terlihat semakin dominannya peran pariwisata dan ekonomi kreatif pada perekonomian Indonesia. Kontribusi sektor pariwisata terhadap Produk Domestik Bruto (PDB) nasional sebesar 3,90 persen dengan nilai absolut 9 120,87 juta US\$ dan menduduki peringkat kelima setelah minyak dan gas bumi, batubara, minyak kelapa sawit, dan karet olahan [3].

Jumlah tenaga kerja yang terserap secara langsung atau tidak langsung pada sektor pariwisata dan sektor ikutannya mencapai 9,77 juta orang, dengan kontribusi terhadap penyerapan tenaga kerja nasional sebesar 8,81 persen.

Meski telah disepakati bahwa kepariwisataan mampu memberikan manfaat positif pada perekonomian masyarakat, juga disadari adanya potensi manfaat negatif terhadap dimensi sosial-budaya dan kelestarian lingkungan akibat pengembangan kepariwisataan yang hanya mengedepankan kemanfaatan pada dimensi ekonomi [4],[5]. Sebagai misal, Untong *et al.* menyatakan adanya potensi komodifikasi dari artefak-artefak budaya masyarakat setempat [6].

Salah satu bentuk aktivitas kepariwisataan yang disepakati memiliki potensi kecil untuk menyebabkan gangguan pada dimensi sosial-budaya serta lingkungan adalah ekowisata. Istilah ekowisata mengemuka pada awal 1980-an, diintroduksi oleh Cabellos-Lascurian, sebagai "*traveling to relatively undisturbed or uncontaminated natural areas with the specific objectives of studying, admiring, and enjoying the scenery and its wild plants and animals, as well as any existing cultural manifestations (both past and present) found in these area...*"[7].

Sebagai salah bentuk kepariwisataan, pengembangan ekowisata di berbagai daerah di Indonesia semakin meningkat. Hal ini dipicu meningkatnya keyakinan bahwa ekowisata merupakan aktivitas wisata yang selain memberikan manfaat ekonomis juga berperan pada peningkatan konservasi lingkungan. Meski demikian, terlepas dari berkembangnya ekowisata sebagai sarana untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat dan konservasi lingkungan, sangat jarang peranserta masyarakat lokal pada perencanaan pengembangan dan tatakelola ekowisata di suatu wilayah diperhatikan. Hal ini seringkali bermuara pada ketidakberlanjutan ekowisata di suatu wilayah[8], [9].

Sebagai salah satu sentra kepariwisataan Bali, Kintamani yang berlokasi di Kabupaten Bangli sedang mengalami masa-masa suram dalam sejarah kepariwisataannya. Hal ini diduga belum optimalnya partisipasi masyarakat lokal dalam mewujudkan kepariwisataan Kintamani yang berkelanjutan. Beberapa fenomena yang mendukung dugaan ini antara lain berlangsungnya aktivitas penggalian pasir dan batu di kawasan sekitar Gunung Batur, prilakupedagang acung (*street vendor*) yang menyebabkan wisatawan merasa kurang aman dan nyaman dalam menikmati panorama kaldera Batur, serta persaingan yang tidak sehat antarpelaku industri di daerah ini.

Tujuan dari tulisan ini adalah mengetahui apakah partisipasi dari masyarakat lokal berpengaruh terhadap keberlanjutan ekowisata di Kintamani. Permasalahan ini didekati secara kuantitatif dengan model persamaan struktural (*structural equation modeling/SEM*) mengingat kedua konsep yang dikaji, partisipasi masyarakat dan keberlanjutan ekowisata, merupakan konsep-konsep laten yang tidak bisa diukur secara langsung.

2. Tinjauan Teoritis

Partisipasi masyarakat merupakan sebuah proses di mana individu-individu dalam sebuah kelompok masyarakat mengambil bagian pada proses pengambilan keputusan institusi di mana individu-individu ini menjadi anggotanya, atau pada program-program yang dianggapnya berpengaruh pada kehidupannya, langsung dan atau tidak langsung [10]. Melalui pernyataan yang sederhana tetapi sarat makna, "*citizen participation is citizen power*", Arnstein menyatakan bahwa partisipasi merupakan gambaran kekuatan masyarakat itu sendiri [11]. Merujuk kepada dua definisi tentang partisipasi masyarakat, maka bisa disintesis partisipasi tidak lain potensi kekuatan yang dimiliki masyarakat untuk memperbaiki nasibnya melalui peran yang diambilnya pada inisiatif pembangunan yang berlangsung di wilayahnya.

Partisipasi masyarakat lokal dalam perencanaan dan implementasi ekowisata secara umum dapat dilihat setidaknya dari dua dimensi: (a) partisipasi masyarakat dalam proses pengambilan keputusan, dan (b) partisipasi dalam menerima manfaat aktivitas

ekowisata. Pada proses pengambilan keputusan, masyarakat dianjurkan memiliki kontrol atas sumber daya pariwisata, serta mempunyai inisiatif dan mampu membuat keputusan yang dapat mempengaruhi dan meningkatkan kualitas kehidupan mereka [12]-[14]. Partisipasi dari masyarakat dalam menerima manfaat pariwisata tercermin dari peningkatan pendapatan, pekerjaan, dan pengetahuannya tentang pariwisata dan kewirausahaan, disertai dengan meningkatnya kesadaran publik mengenai pariwisata. Meningkatnya kesadaran publik akan menciptakan lingkungan yang lebih ramah dan nyaman bagi wisatawan dan mampu meningkatkan citra destinasi, yang bermuara pada bertambahnya manfaat dari kegiatan pariwisata bagi masyarakat [12].

Memperhatikan aktivitas ekowisata cenderung berlangsung di wilayah-wilayah yang dikonservasi dan pemanfaatannya diatur secara ketat oleh negara, usaha mewujudkan adanya partisipasi masyarakat tidak bisa dilakukan secara mudah [14]. Merujuk pada kondisi ini, diperlukan penjelasan yang tegas tentang pariwisata berbasis masyarakat (*community-based tourism*) sebagai pariwisata di mana masyarakat memiliki kendali pada sumber-sumber daya tarik wisata. Terdapat beberapa pendapat yang menyatakan bahwa sejumlah besar pengembangan ekowisata keberlanjutannya tidak terjamin karena kurang diperhatikannya peran serta masyarakat lokal pada inisiatif perencanaan maupun pada aktivitas ekowisata [8],[9].

Studi yang dilakukan [14] mengenai partisipasi masyarakat pada pengembangan ekowisata di Thailand menunjukkan keterlibatan masyarakat lokal pada pengembangan ekowisata direpresentasikan dengan keikutsertaannya menjalankan 'bisnis' di bawah arahan dari institusi lokal. Keterlibatan masyarakat secara langsung melalui 'bisnis' yang dilakukannya menyebabkan mereka memperoleh manfaat ekonomis yang selanjutnya menggugah minat mereka untuk menjaga kelestarian alam dan fauna yang menurut pengamatannya digemari wisatawan. Demikian pula halnya dengan kebiasaan-kebiasaan masyarakat sebagai representasi budaya, menjadi terlestarikan manakala terdapat persepsi bahwa kebiasaan tersebut dapat 'mengundang' kunjungan wisatawan.

3. Metode dan Konseptual Penelitian

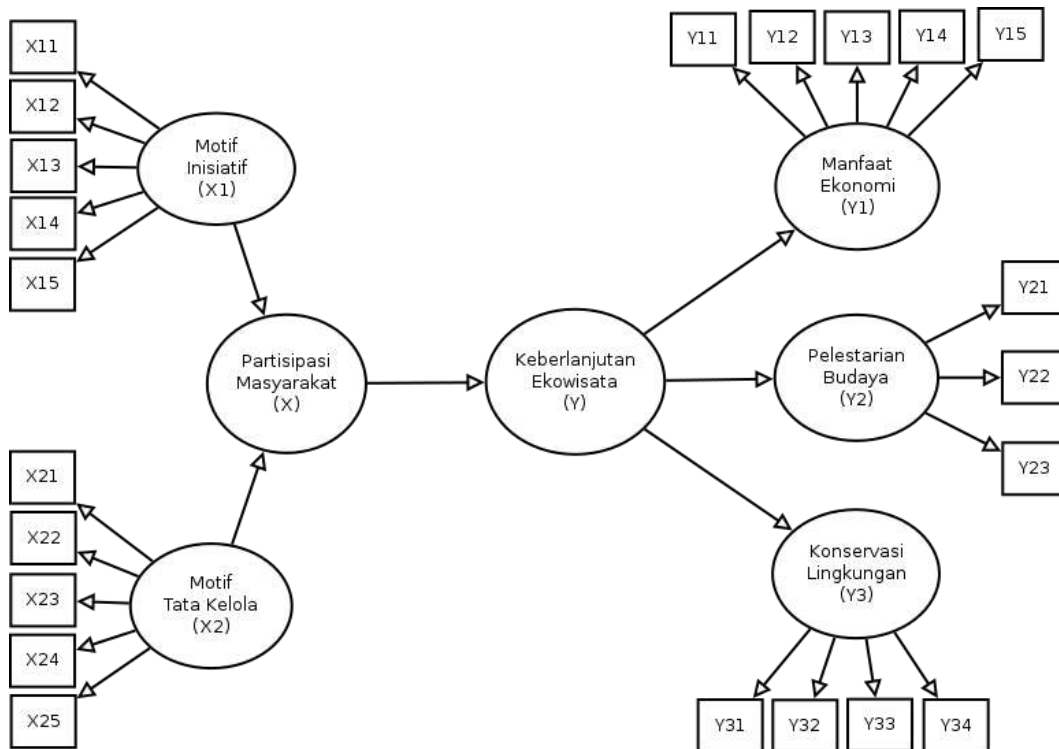
Penelitian ini dilaksanakan di tiga desa di Kecamatan Kintamani yaitu Desa Abang Songan, Desa Abang Batudinding, dan Desa Suter. Pemilihan ketiga desa ini sebagai lokus penelitian didasari oleh telah berkembangnya aktivitas ekowisata di Desa Abang Songan, dan sedang direncanakan untuk mengembangkan ekowisata di kedua desa lainnya. Posisi ketiga desa yang bertetangga ini ada di sudut tenggara Danau Batur, di sepanjang ruas jalan antara Kintamani – Besakih; suatu rute perjalanan wisatawan.

Penelitian ini dirancang menggunakan pendekatan kuantitatif dengan data diperoleh melalui penyebaran kuesioner kepada responden penelitian. Populasi pada penelitian ini adalah anggota masyarakat di ketiga desa. Jumlah responden secara purposif ditetapkan 60 orang yang terdistribusi secara merata di ketiga desa. Masyarakat desa yang terpilih sebagai responden ditetapkan secara acak. Masing-masing responden diberikan satu set pernyataan yang harus dipersepsikan dengan memilih salah satu dari lima opsi persepsi yang disediakan. Persepsi responden untuk setiap pernyataan atau item pada kuesioner dinyatakan pada skala Likert dengan 5 taraf, di mana persepsi paling negatif disimbulkan dengan angka 1 dan persepsi positif disimbulkan dengan angka 5. Sebelum digunakan, kuesioner diuji reliabilitas dan validitasnya.

Validitas suatu variabel laten merujuk kepada kevalidan setiap item sebagai unsur pembangun laten atau *construct* yang bersesuaian, sedangkan reliabilitas merupakan suatu ukuran yang menggambarkan tingkat keandalan (*degree of reliability*) sekumpulan item merepresentasikan suatu variabel laten [15]. Sekumpulan indikator/item dianggap tingkat keandalan yang dapat dipercaya bila memiliki nilai koefisien Alpha Cronbach (α) – sebagai ukuran reliabilitas – bila lebih besar atau sama dengan 0,7 [16].

Sementara itu, sebuah item dinyatakan valid sebagai indikator laten jika memiliki nilai koefisien korelasi sekurang-kurangnya 0,3 dan memiliki tanda (*sign*) yang sama dengan nilai koefisien korelasi lainnya. Jika sebuah item memiliki koefisien korelasi yang kurang dari 0,3 tetapi memiliki tanda yang sama dengan koefisien korelasi lainnya dan nilai tersebut tidak menyimpang terlalu jauh dari nilai-nilai lainnya, peneliti bisa mempertahankannya. Selain itu, item tersebut sebaiknya dikeluarkan dari daftar item penyusun laten [17].

Data selanjutnya dianalisis menggunakan *Partial Least Square Path Modeling* (PLS-PM). Metode statistik PLS-PM merupakan metode SEM berbasis komponen yang tidak mensyaratkan jumlah sampel yang banyak dan bisa digunakan pada laten dengan indikator formatif. Pada penelitian ini yang menjadi dasar pertimbangan penggunaan PLS berbasis komponen dan bukan SEM berbasis varian seperti AMOS atau LISREL adalah keterbatasan jumlah sampel yang tidak bisa dilakukan dengan menggunakan SEM berbasis peragam (*covariance*) [15]. Model konseptual yang dibangun pada penelitian ini direpresentasikan pada gambar 1:



Gambar 1. Model Konseptual Hubungan Partisipasi Masyarakat dengan Keberlanjutan Ekowisata

4. Hasil Penelitian dan Diskusi

A. Profil Responden

Secara deskriptif responden di ketiga desa didominasi laki-laki dengan persentase sebesar 94,8 persen dan telah tinggal di kawasan semenjak lahir. Pada variabel umur, 74,1 persen responden berada pada kelompok umur 35 – 54 tahun dengan kelompok pendidikan tertinggi yang diperoleh adalah SMA (49,1 persen), disusul pendidikan SMP (22,8 persen). Selain itu, lebih dari separuh responden (60,0 persen) bekerja sebagai pegawai pemerintah/swasta dengan lokasi pekerjaan sebagian besar (70,0 persen) di desa yang sama dengan tempat tinggalnya.

Hasil analisis deskriptif pada profil responden memperlihatkan kelayakan responden untuk menilai persepsi masyarakat di ketiga desa mengenai keberlanjutan ekowisata di wilayahnya baik. Hal ini didukung oleh fakta-fakta berikut:

1. Hampir seluruh responden lahir, besar, dan bertempat tinggal di desa bersangkutan. Hal ini memberikan keyakinan responden memiliki pengetahuan memadai tentang hal-hal yang berlangsung di desanya, termasuk pula pengembangan ekowisata dan partisipasi masyarakat pada pengembangan tersebut;
2. Dari sisi pandang tingkat pendidikan responden, memperhatikan sebagian besar responden memiliki tingkat pendidikan SMA atau sarjana (64,8 persen), memberikan jaminan penilaian responden pada masing-masing item pernyataan dalam kuesioner cukup representatif dan bisa dipercaya;
3. Meskipun sebagian besar pekerjaan responden berlokasi di desa yang sama dengan tempat tinggalnya yang memperkecil peluang terjadinya interaksi antarkomunitas desa/wilayah lainnya, mengingat jenis pekerjaan sebagian besar responden adalah pegawai (pemerintah atau swasta); maka dapat diduga peluang interaksi tersebut diperbesar melalui karakteristik kerja responden yang cenderung memiliki mobilitas cukup tinggi, khususnya pada jenis pekerjaan pegawai swasta.

B. Kelayakan Kuesioner

Kuesioner yang digunakan pada penelitian ini diperiksa validitas dan reliabilitasnya dengan melakukan *pre-test* pada 30 tokoh masyarakat dari luar lokasi penelitian tetapi masih berada di dalam wilayah Kecamatan Kintamani. Hasil yang diperoleh ditampilkan pada Tabel 1 dan 2 berikut:

Tabel 1. Nilai Validitas dan Reliabilitas pada Laten Partisipasi Masyarakat

ITEM Pernyataan (diringkas)	Rataan (Bila Dikeluarkan)	Ragam (Bila Dikeluarkan)	Korelasi Item-Total Dikoreksi	Nilai Alpha bila Dieliminasi
X ₁₁ Kesiapan waktu berdiskusi	36,73	9,720	0,087	0,767
X ₁₂ Kesiapan memberikan saran	36,73	8,961	0,355	0,737
X ₁₃ Kesiapan <i>finance sharing</i>	36,63	8,033	0,335	0,750
X ₁₄ Kesiapan mengajak orang lain berpartisipasi	36,60	8,662	0,539	0,717
X ₁₅ Kesiapan mendengarkan pendapat orang lain	36,43	8,185	0,462	0,721
X ₂₁ Kemampuan memperoleh keuntungan ekonomis	37,17	7,385	0,666	0,685
X ₂₂ Kesempatan memperoleh keuntungan ekonomis	37,03	7,895	0,502	0,714
X ₂₃ Kemampuan mengelola usaha ekowisata	36,87	8,602	0,477	0,722
X ₂₄ Kesempatan mengelola usaha ekowisata	36,90	8,714	0,399	0,731
X ₂₅ Kemampuan dan kesempatan mengawasi aktivitas ekowisata	36,40	8,869	0,363	0,735
Alpha Cronbach	0,749			

Sumber: Data Primer (2014), Diolah

Tabel 2. Nilai Validitas dan Reliabilitas pada Keberlanjutan Ekowisata

ITEM Pernyataan (diringkas)	Rataan (Bila Dikeluarkan)	Ragam (Bila Dikeluarkan)	Korelasi Item-Total Dikoreksi	Nilai Alpha bila Dieliminasi
Y ₁₁ Ada kesempatan kerja	46,30	19,941	0,680	0,876
Y ₁₂ Ada kesempatan berusaha	46,37	19,551	0,700	0,875
Y ₁₃ Tempat belajar berusaha	46,07	20,409	0,826	0,870
Y ₁₄ Meningkatkan pendapatan rumah tangga	46,07	20,892	0,835	0,871
Y ₁₅ Membina jaringan usaha	46,27	20,340	0,781	0,871
Y ₂₁ Menguatnya pelestarian kesenian tradisional	46,03	21,137	0,644	0,879
Y ₂₂ Menguatnya pelestarian bangunan tradisional	45,77	22,185	0,429	0,889
Y ₂₃ Menguatnya pelestarian adat dan istiadat	45,80	22,234	0,370	0,893
Y ₃₁ Berkurangnya kebiasaan merusak kelestarian alam	46,23	20,185	0,697	0,875
Y ₃₂ Meningkatnya kepedulian pada lingkungan	46,20	21,683	0,458	0,889
Y ₃₃ Meningkatnya kepedulian pada flora dan fauna	46,27	20,478	0,675	0,876
Y ₃₄ Menyetujui adanya <i>pararem</i> tentang lingkungan	45,57	23,771	0,147	0,901
Alpha Cronbach	0,890			

Sumber: Data Primer (2014), Diolah

Pemeriksaan item-item penyusun variabel laten partisipasi masyarakat pada Tabel 1 dan Tabel 2 menunjukkan item X₁₁ memiliki nilai korelasi hanya sebesar 0,087 dan item Y₃₄ sebesar 0,147; jauh lebih kecil dari nilai kritis 0,3 yang dipersyaratkan. Mencermati hal ini, maka diputuskan untuk mengeliminasi kedua item dari model yang menyebabkan nilai koefisien Cronbach untuk laten partisipasi masyarakat dan keberlanjutan ekowisata berubah menjadi 0,767 dan 0,901; dua nilai yang lebih besar dari nilai kritis 0,7.

C. Analisis Model Persamaan Struktural

Data yang terkumpul setelah kuesioner reliabel dan item-itemnya tervalidasi dianalisis dengan menggunakan perangkat lunak SmartPLS 3.0 dari Ringle et al.[18]. Pada gambar 1, partisipasi masyarakat dan keberlanjutan ekowisata merupakan laten-laten berderajat dua dengan partisipasi masyarakat diformasi oleh dua laten berderajat satu yaitu motif inisiatif dan motif tata kelola[19], keberlanjutan ekowisata direfleksikan dalam tiga laten berderajat satu yaitu manfaat ekonomi, pelestarian budaya, dan konservasi lingkungan. [20]. Hasil analisis dalam bentuk diagram SEM diperlihatkan pada gambar 2.

Mencermati SEM terdiri dari 2 sub-model, yaitu: (a) *outer* atau *measurement model*, yang menggambarkan hubungan antara sebuah laten dengan indikator-indikatornya; dan (b) *inner* atau *structural model*, yang menggambarkan hubungan antarlaten dalam bangun model[21]-[23], hasil analisis harus diuraikan untuk masing-masing sub-model:

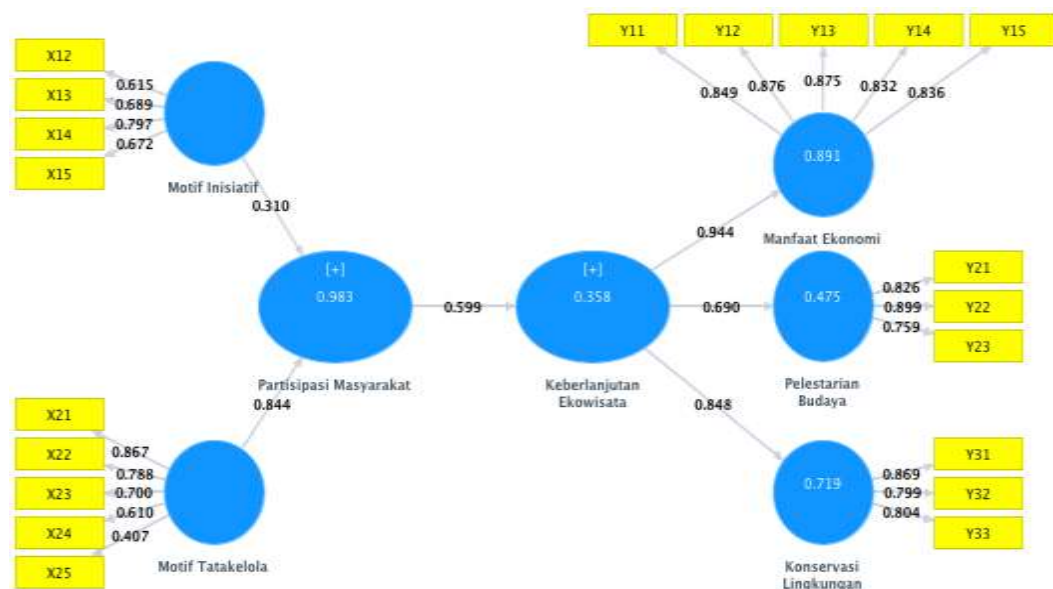
(a) Analisis Outer (Measurement) Model

Pada gambar 2, terlihat kelima laten berderajat satu merupakan laten-laten dengan indikator reflektif. Jadi, analisis pada model pengukuran dilakukan dengan mengamati

nilai-nilai *factor loading* dari masing-masing indikator. Proses *bootstrap* yang dilakukan dengan menetapkan ukuran sub-sampel 500 yang diatur pada metode *no sign change* dan nilai sigfikansi uji 5 persen memperlihatkan seluruh indikator pada laten motif inisiatif signifikan. *Loading* terbesar teramati pada indikator X_{14} dan terkecil pada X_{12} .

Pada laten motif tata kelola, seluruh indikator juga memiliki nilai *loading* yang nyata pada taraf uji 5 persen. *Loading* terbesar serta terkecil masing-masing teramati pada indikator X_{21} dan terkecil pada X_{24} . Pada ketiga laten orde satu lainnya juga memiliki nilai *loading* yang signifikan pada taraf uji 5 persen.

Memperhatikan hasil analisis dari sub-model pengukuran ini yang memperlihatkan seluruh indikator memiliki nilai *loading* yang signifikan pada taraf uji 5 persen, maka analisis pada sub-model struktural atau *inner model* bisa dilanjutkan.



Gambar 2. Hasil Analisis Model

(b) Analisis Inner (Structural) Model

Merujuk terminologi dari Jarvis et al. [21], terdapat lima laten orde satu (*first order*) yang terhubung dengan dua laten orde dua (*second order*) seperti terlihat pada gambar 2. Tabel 3 memberikan nilai koefisien jalur (*path coefficients*) dari hubungan antar laten orde satu dengan orde dua pada model:

Tabel 3. Nilai *Path Coefficients* pada Hubungan antara *First Order* dengan *Second Order Latent*

<i>Second Order Laten</i>	Bentuk Hubungan	<i>First Order Latent</i>	<i>Original Sample</i>	<i>Standard Error</i>	T Statistic
Partisipasi Masyarakat	Formatif	Motif Inisiatif	0,310	0,213	1,454 ns
		Motif Tatakelola	0,844	0,135	6,250 **
Keberlanjutan Ekowisata	Reflektif	Manfaat Ekonomi	0,944	0,020	48,103 **
		Pelestarian Budaya	0,690	0,086	7,985 **
		Konservasi Lingkungan	0,848	0,050	16,918 **

Sumber: Data Primer (2014), Diolah

ns : tidak nyata pada taraf uji 5 persen

** : nyata pada taraf uji 1 persen

Tabel 3 menunjukkan terdapat sebuah jalur, yaitu pengaruh motif inisiatif terhadap partisipasi masyarakat yang tidak nyata. Empat jalur lainnya menunjukkan hubungan yang signifikan. Selain itu, pengaruh dari partisipasi masyarakat terhadap keberlanjutan

ekowisata juga signifikan dengan koefisien jalur sebesar 0,599 (statistik $T = 6,126$).

Hasil penelitian memperlihatkan partisipasi masyarakat secara signifikan dibentuk oleh motif tatakelola dengan kemampuan pembentuk (*formation power*) yang lebih besar dibandingkan dengan motif inisiatif. Hal ini sejalan dengan riset yang dilakukan Wei et al. [23] yang meneliti mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi partisipasi masyarakat pada perkembangan pariwisata di Xingwen World Geopark, Cina. Secara empirik Wei et al. membuktikan meningkatnya peluang kerja yang bisa dimanfaatkan masyarakat dengan berkembangnya pariwisata di wilayahnya memiliki pengaruh hampir empat kali lebih besar dibandingkan dengan keinginan untuk berpartisipasi.

Penelitian ini juga mengkonfirmasi pendapat yang menyatakan bahwa partisipasi masyarakat berpengaruh terhadap keberlanjutan ekowisata yang terefleksikan ke dalam tiga indikator yaitu manfaat ekonomi, manfaat pada pelestarian budaya, dan manfaat pada konservasi lingkungan. Ketiga indikator ini terefleksi secara signifikan, dengan manfaat ekonomi dan konservasi lingkungan merupakan dua sub-laten dengan koefisien jalur terbesar, masing-masing 0,944 dan 0,848; sedangkan manfaat pelestarian budaya memiliki koefisien jalur sebesar 0,690. Nilai ini secara empiris membuktikan bahwa keberlanjutan ekowisata di sebuah kawasan akan didominasi oleh manfaat ekonomi dan konservasi lingkungan yang dirasakan oleh masyarakat. Temuan penelitian ini sejalan dengan teori dan hasil-hasil penelitian sebelumnya [4],[7],[24]-[26] dan membantah hasil riset Garrod [8] yang menitikberatkan definisi ekowisata hanya pada kemanfaatan ekonomi bagi masyarakat lokal dan mengabaikan partisipasi pada keberlanjutannya.

5. Simpulan dan Rekomendasi

A. Simpulan

Pada kajian mengenai hubungan antara partisipasi masyarakat dengan keberlanjutan ekowisata di Kintamani, beberapa hal bisa disimpulkan:

1. Partisipasi masyarakat Kintamani secara nyata hanya dipengaruhi motif tata kelola pada aktivitas kepariwisataan di wilayahnya. Motif inisiatif belum mampu berperan nyata dalam membangun partisipasi masyarakat;
2. Motif tatakelola yang memiliki kekuatan formasi lebih besar daripada motif inisiatif didominasi oleh keyakinan bahwa masyarakat memiliki kemampuan dan kesempatan untuk memperoleh keuntungan secara ekonomis. Meskipun demikian, masyarakat berpendapat kemampuan dan kesempatan untuk mengawasi aktivitas ekowisata di wilayahnya sebagai item dengan nilai refleksi terendah dari motif tatakelola;
3. Partisipasi secara meyakinkan mempengaruhi keberlanjutan ekowisata di Kintamani yang terefleksikan pada adanya manfaat secara ekonomis, konservasi lingkungan, dan manfaat pelestarian budaya yang dirasakan masyarakat lokal. Secara empiris terbukti manfaat ekonomis disusul oleh manfaat konservasi lingkungan sebagai dua sub-laten yang direfleksikan terbesar oleh keberlanjutan ekowisata di wilayah tersebut.

B. Rekomendasi

Mengingat vitalnya peranan partisipasi dalam mewujudkan keberlanjutan ekowisata di Kintamani, maka kepada para pengambil kebijakan dan peneliti lainnya disarankan beberapa hal berikut:

1. Memprioritaskan pembentukan aturan yang memungkinkan masyarakat lokal sebagai 'pemilik wilayah' melakukan pengawasan dan pengendalian aktivitas ekowisata yang tengah berlangsung. Pembentukan aturan harus dilengkapi dengan pelatihan kepada masyarakat lokal, khususnya pada pengelolaan ekowisata. Hal ini mencermati masih rendahnya kemampuan dan kesempatan masyarakat lokal untuk mengawasi aktivitas ekowisata di wilayahnya;

2. Para peneliti berikutnya disarankan melakukan riset longitudinal memperhatikan karakteristik ekowisata yang dinamis. Melalui riset berkelanjutan, dapat diketahui *trend* partisipasi, termasuk tingkatan partisipasi masyarakat;
3. Penelitian sejenis di daerah yang penduduknya lebih heterogen sangat dianjurkan mengingat masyarakat di lokasi penelitian ini cenderung homogen. Heterogenitas dari masyarakat diduga akan mempengaruhi partisipasi yang terbangun

Daftar Pustaka

- [1] RI, "Undang-Undang Nomor 10 Tahun 2009," Republik Indonesia, Jakarta, Undang-Undang 2009.
- [2] ESCAP, "Bali Declaration on Sustainable Tourism Development," United Nations, New York, Report 2007.
- [3] Biro Perencanaan dan Informasi, "Laporan Akuntabilitas Kinerja Kementerian Pariwisata dan Ekonomi Kreatif 2012," Sekretariat Jenderal, KEMENPAREKRAF Republik Indonesia, Jakarta, LAKIP 2013.
- [4] Fariborz Aref, "The Effects of Tourism on Quality of Life: A Case Study of Shiraz, Iran," *Life Science Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 26-30, 2011.
- [5] L. S. Sebele, "Community-based tourism ventures, benefits and challenges: Khama Rhino Sanctuary Trust, Central District, Botswana," *Tourism Management*, vol. 31, p. 136-146, 2010.
- [6] Akarapong Untong, Mingsarn Kaosa-ard, Vicente Ramos, Korawan Sangkakorn, and Javier Rey-Maquieria, "Factors Influencing Local Resident Support for Tourism Development: A Structural Equation Model," in *The APTA Conference 2010*, Macau, 2010.
- [7] Mark B. Orams, "Towards a More Desirable Form of Ecotourism," *Tourism Management*, vol. 16, no. 1, pp. 3-8, 1995.
- [8] Brian Garrod, "Local Participation in the Planning and Management of Ecotourism: A Revised Model Approach," *Journal of Ecotourism*, vol. 2, no. 1, pp. 33-53, 2003.
- [9] Ghazala Mansuri and Vijayendra Rao, "Community-Based and -Driven Development: A Critical Review," *The World Bank Research Observer*, vol. 19, no. 1, pp. 1-39, 2004.
- [10] Paul Florin and Abraham Wandersman, "An Introduction to Citizen Participation, Voluntary Organizations, and Community Development: Insights for Empowerment Through Research," *American Journal of Community Psychology*, vol. 18, no. 1, pp. 41-52, February 1990.
- [11] Sherry R. Arnstein, "A Ladder of Citizen Participation," *Journal of the American Planning Association*, vol. 35, no. 4, pp. 216-224, 1969.
- [12] Dallen J. Timothy, "Participatory Planning: a View of tourism in Indonesia," *Annals of Tourism Research*, vol. 26, pp. 371-391, 1999.
- [13] Weibing Zhao and J. R. Brent Ritchie, "Tourism and Poverty Alleviation: An Integrative Research Framework," *Current Issues in Tourism*, vol. 10, pp. 119-143, 2007.
- [14] Anucha Leksakundilok, "Ecotourism and Community-based Ecotourism in the Mekong Region," University of Sidney, Sidney, Working Paper # 10 1 86487 222 5, 2004.
- [15] Joseph F. Hair, Rolph E. Anderson, Ronald L. Tatham, and William C. Black, *Multivariate Data Analysis with Readings*, 4th ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1995.

- [16] Jum C. Nunnally, "Psychometric Theory. 25 Years Ago and Now," *Educational Researcher*, vol. 4, no. 10, pp. 7-14;19-21, November 1975.
- [17] Gilbert A. Churchill, Jr., "A Paradigm for Developing Better Measures of Marketing Constructs," *Journal of Marketing Research*, vol. 16, no. 1, pp. 64-73, February 1979.
- [18] Christian Mark Ringle, Sven Wende, and Alexander Will. (2014) SmartPLS 3.0. [Online]. <http://www.smartpls.de>
- [19] Masahiro Shoji, Keitaro Aoyagi, Ryuji Kasahara, and Yasuyuki Sawada, "Motives behind Community Participation: Evidence from Natural and Field Experiments in a Developing Country," JICA Research Institute, Tokyo, Working Paper No. 16 2010.
- [20] World Commission on Environment and Development, "Our Common Future," United Nation, New York, Report 1987.
- [21] Cheryl Burke Jarvis, Scott B. Mackenzie, and Philip M. Podsakoff, "A Critical Review of Construct Indicators and Measurement Model Misspecification in Marketing and Consumer Research," *Journal of Consumer Research*, vol. 30, pp. 199-218, 2003.
- [22] Jorg Henseler, Christian M. Ringle, and Rudolf R. Sinkovics, "The Use of Partial Least Squares Path Modeling in International Marketing," *Advances in International Marketing*, vol. 20, pp. 277-319, 2009.
- [23] Shui Wei, Xu Xueyi, Wei Yali, and Wang Xinggui, "Influencing factors of community participation in tourism development: A case study of Xingwen world Geopark," *Journal of Geography and Regional Planning*, vol. 5, no. 7, pp. 207-211, April 2012.
- [24] Richard W. Butler, "Tourism - an evolutionary perspective," in *Tourism and Sustainable Development: Monitoring, Planning, Managing*, J. G. Nelson, R. W. Butler, and G. Walls, Eds. Waterloo: Geography Publication Series # 52, 1993.
- [25] Keith W. Sproule, "Community-based Ecotourism Development: Identifying Partners in the Process," *The Ecotourism Equation: Measuring the Impacts*, pp. 233-250, 1998.
- [26] Potjana Suansri, *Community Based Tourism Handbook*. Bangkok: Responsible Ecological Social Tour, 2003.
- [27] Cevat Tosun, "Host Perception of Impacts: A Comparative Tourism Study," *Annals of Tourism*, vol. 29, no. 1, pp. 231-253, 2002.
- [28] Michel Tenenhaus, Vincenzo Esposito Vinzi, Yves-Marie Chatelin, and Carlo Lauro, "PLS path modeling," *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 48, pp. 159-205, 2005.

Ucapan Terima Kasih

Riset ini sebagian dibiayai oleh Sekolah Tinggi Pariwisata (STP) Nusa Dua, Bali pada tahun anggaran 2014. Untuk itu, ucapan terima kasih disampaikan kepada Ketua STP Nusa Dua, Bali yang telah membantu sehingga riset ini terlaksana. Kepada para responden di tiga desa lokasi penelitian yang telah memberikan data yang berharga, ucapan yang sama juga disampaikan.

FUNGSI BIAYA UNTUK DESAIN PENERIMAAN SAMPLING MENGUNAKAN MODEL BAYESIAN

H. Bernik Maskun², Yeny Krista Franty², Budhi Handoko³

¹Jurusan Statistika Universitas Padjadjaran, bernikmaskun@yahoo.co.id

Abstrak

Berdasarkan desain penerimaan sampling baru yang bertujuan untuk menerima atau menolak lot berdasarkan model bayesian untuk memperbaharui fungsi distribusi dari persentase barang yang tidak sesuai dimana ukuran sampel (n) dan bilangan penerimaan (c) yang diperlukan dalam rencana penerimaan sampling dilakukan dengan melakukan estimasi terhadap parameter distribusi prior, maka besarnya biaya yang dibutuhkan dengan rencana sampling tersebut dapat dihitung berdasarkan fungsi biayanya

Kata kunci: Sampling Penerimaan, Metode *Bayesian*, Distribusi *Prior*, fungsi biaya.

1. Pendahuluan

Salah satu alat yang praktis dalam Pengendalian Persediaan (Quality Control), adalah perencanaan sampling penerimaan sebagai aturan dalam pengambilan keputusan untuk penerimaan lot berdasarkan kualitas tertentu. Keputusan yang diambil biasanya berdasarkan penghitungan banyaknya barang yang tidak sesuai dalam sampel untuk menentukan apakah keputusan yang diambil dapat menerima atau menolak lot. Pada sampling berurutan (sequensial) dan sampling ganda (multiple), pengambilan sampel bisa dilakukan lebih dari satu kali sehingga akan terjadi pengulangan proses pengambilan keputusan. Biasanya perencanaan sampling penerimaan akan melindungi konsumen agar terhindar dari menerima produk yang tidak sesuai.

Pelaksanaan sampling penerimaan dapat dilakukan dalam keadaan sebagai berikut:

1. Apabila pengujian bersifat merusak.
2. Apabila biaya pemeriksaan 100% sangat tinggi.
3. Apabila pemeriksaan 100% memerlukan waktu yang lama dan biaya yang besar sehingga dapat mempengaruhi penjadwalan produksi.

Sebuah model untuk fungsi biaya diperkenalkan oleh [1] dan [2] yang memberikan informasi sederhana mengenai unsur-unsur dalam fungsi biaya dan [3] memperkenalkan model biaya ketika persentase dari barang cacat adalah sebuah variabel random yang berdistribusi Gamma. Membangun model yang berbeda termasuk aturan menerima lot $[\delta(x)]$ dan $[1 - \delta(x)]$ jika menolak lot, distribusi posterior $f(p/x)$ mendapatkan bilangan penerimaan yang optimal (c) *is a closed form*, dan juga menentukan sampel minimal yang diperlukan dalam pemeriksaan (n). Dalam makalah ini akan dibahas bagaimana fungsi biaya pada pengontrolan kualitas berdasarkan rencana sampling Desain Penerimaan Sampling menggunakan Model Bayesian untuk ukuran sampel (n, c) pada sistem (AOQL) menggunakan analisis Bayesian dengan persentase lot yang rusak merupakan variabel random yang mempunyai distribusi prior $f(p)$.

2. Metode Penelitian

Tujuan dari penelitian adalah memperoleh fungsi biaya dari rencana penerimaan sampling dengan metode Bayesian untuk sistem (AOQL) [4], dengan persentase barang cacat merupakan variabel yang bervariasi dari lot ke lot dan mempunyai distribusi prior $[f(p)]$, yang ditentukan oleh data penelitian terdahulu dan hasil eksperimen. Contoh dari distribusi prior antara lain distribusi Beta, distribusi Gamma, distribusi Log-Normal dan sebagainya. Distribusi prior ini diperlukan untuk menentukan parameter dari rencana penerimaan sampling dengan metode Bayesian (n, c) , yang diperoleh dari ukuran lot N dengan meminimalkan biaya inspeksi total dan meminimalkan resiko membuat keputusan yang salah.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis data adalah sebagai berikut:

1. Menentukan distribusi prior dari persentase barang cacat yaitu berdistribusi Beta dengan parameter α dan β .

$$f(p; \alpha, \beta) = \frac{1}{\text{Beta}(\alpha, \beta)} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1}, \quad 0 \leq p \leq 1 \quad \dots \quad (1)$$

2. Menentukan distribusi posterior dari persentase barang cacat yang berdistribusi Beta dengan parameter $(x + \alpha)$ dan $(n + \beta - x)$.

$$\begin{aligned} f(p|x, n) &= \frac{f(p)b(x; n, p)}{g_n(x)} \\ &= \frac{1}{\beta(x+\alpha, n+\beta-x)} p^{x+\alpha-1} (1-p)^{n+\beta-x-1} \end{aligned} \quad \dots \quad (2)$$

3. Mendapatkan fungsi dari rencana penerimaan sampling metode Bayesian (n, c) dengan formula sebagai berikut:

$$\gamma(n, c) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \sum_{x=0}^c C_x^n [pr B(x+\alpha, n+\beta-x) - B(x+\alpha+1, n+\beta-x)] \quad \dots \quad (3)$$

Sehingga diperoleh bilangan penerimaan (c) yang optimal adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta + n)pr - (\alpha + 1) &< C^* \leq (\alpha + \beta + n)pr - \alpha \\ C &= (C^*) \end{aligned} \quad \dots \quad (4)$$

Ukuran sampel n diperoleh dengan formula pada persamaan (5)

$$n^* = \left[\frac{(C_3 - C_5) pr^{\alpha-1} (1-pr)^{\beta} N}{2B(\alpha, \beta) [(C_2 - C_4) \bar{p} + (C_1 - C_3) + (C_4 - C_6) (\bar{p} IB_{pr}(\alpha+1, \beta) - pr IB_{pr}(\alpha, \beta))]} \right]^{1/2} \quad \dots \quad (5)$$

dengan:

$$\begin{aligned} IB_{pr}(\alpha, \beta) &= \sum_{x=\alpha}^{\alpha+\beta-1} C_x^{\alpha+\beta-1} pr^x (1-pr)^{\alpha+\beta-x-1} \\ IB_{pr}(\alpha, \beta) &= E(\alpha, \alpha + \beta - 1, pr) \\ IB_{pr}(\alpha + 1, \beta) &= E(\alpha + 1, \alpha + \beta, pr) \\ \therefore n^* &= \left[\frac{(C_3 - C_5) pr^{\alpha-1} (1-pr)^{\beta} N}{2B(\alpha, \beta) [(C_2 - C_4) \bar{p} + (C_1 - C_3) + (C_4 - C_6) (\bar{p} E(\alpha + 1, \alpha + \beta, pr) - pr E(\alpha, \alpha + \beta - 1, pr))]} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Fungsi biayanya akan berbentuk :

$$R[f(p)n, c] \quad \dots \quad (6)$$

dengan :

$f(p)n, c$ = distribusi prior rencana penerimaan sampling n dengan penerimaan c

3. Hasil Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data produksi minyak dari sebuah perusahaan minyak Irak [21] . Setelah dilakukan pengujian terhadap data tersebut memberikan hasil bahwa data produksi minyak pada sebuah perusahaan minyak Irak mengikuti distribusi Beta dengan parameter (α, β) . Kelompok terakhir pada data Tabel 1 digabungkan karena mempunyai data pengamatan kurang dari 5, rata-rata dari persentase barang cacat adalah $\bar{x}_p = 0.0042625$ and rata-rata $lot\ N = 247328$ unit, dan varians dari persentase barang cacat adalah $S_p^2 = 0.0000079613$.

Nilai estimasi dari parameters α, β diperoleh dengan metode moment yaitu:

$$\hat{\alpha} = 2.268248, \quad \hat{\beta} = 529.872768$$

Hipotesis untuk menguji distribusi prior yaitu:

$$H_0: p_i \sim Beta(\alpha, \beta)$$

$$H_1: p_i \not\sim Beta(\alpha, \beta)$$

Dengan statistik uji

$$\chi_{cal}^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Nilai dari $(\chi_{cal}^2 = 0.762854)$ dibandingkan dengan $(\alpha = 0.05)$ dan derajat bebas $(k = m - p - 1 = 9 - 3 = 6)$, $(\chi_{6,0.05}^2 = 12.6)$, karena $\chi_{cal}^2 < \chi_{tab}^2$ maka gagal menolak H_0 sehingga kesimpulannya adalah distribusi prior adalah distribusi Beta dengan parameter;

$$\hat{\alpha} = 2.268248, \quad \hat{\beta} = 529.872768$$

Untuk mendapatkan nilai parameter dari rencana penerimaan sampling dengan metode Bayesian untuk sistem AOQL diperoleh dengan langkah-langkah sebagai berikut;

1. Menentukan rata-rata dari distribusi prior :

$$\bar{p} = E(p) = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\beta}} = 0.0042625$$

2. Menghitung nilai estimasi parameter dari fungsi biaya total yaitu;

$$C_1 = 0.009 \text{ ID per unit}$$

$$C_2 = 0.260 \text{ ID per unit}$$

$$C_3 = 0.021 \text{ ID per unit}$$

$$C_4 = 0.382 \text{ ID per unit}$$

$$C_5 = 0.00 \text{ ID per unit}$$

$$C_6 = 0.742 \text{ ID per unit}$$

$$\text{product risk } \alpha_0 = 0.05, \text{ consumer's risk } \beta_0 = 0.10$$

$$p_0 = \bar{p} = 0.0042625, \quad p_1 = 0.05$$

$$\int_0^{pr} (pr - p)f(p)dp = prIB_{pr}(\alpha, \beta) - \bar{p}IB_{pr}(\alpha + 1, \beta)$$

$$= (0.0187)(0.9374) - (0.00426)(0.9532) = 0.013468$$

Estimasi nilai dari persentase barang cacat pada kondisi normal yaitu $\bar{x}_p = 0.0042625$, atau dinotasikan sebagai p_0 , sedangkan persentase barang cacat pada kondisi tidak normal adalah

$$p_1 = 0.05$$

$$\alpha_0 = 0.05 \text{ producer risk}$$

$$\beta_1 = 0.10 \text{ consumer risk}$$

Menggunakan persamaan (4) dan (5) dengan mensubstitusikan nilai estimasi dari $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ and $(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)$, dan juga untuk beberapa nilai berbeda dari rata-rata proses (\bar{p}) serta hasil dari beberapa ukuran lot N yang berbeda diberikan pada Tabel (2).

Hasil pengujian distribusi diberikan pada Tabel (1), pada Tabel (2) memuat nilai (n, c) dari rencana penerimaan sampling dengan metode Bayesian berdasarkan level kualitas $\bar{x}_p = 0.001(0.001)0.005$ dan ukuran lot $N = 1000(1000)25000$, sehingga rencana penerimaan sampling yang disarankan untuk data produksi minyak perusahaan Irak adalah $N = 16818$ unit dan $(n, c) = (1295, 25)$ dan nilai dari $R[f(p)n, c] = (71.720 \$)$

Tabel 1. Distribusi dari kualitas proses untuk lot = 100

Percent of defective	Number of lots (O_i)	Expected frequency	$(O_i - E_i)^2/E_i$
0.00 - 0.103	7	8.3	0.203614
0.103 - 0.206	13	12.05	0.074896
0.206 - 0.309	21	20.71	0.004061
0.309 - 0.412	19	17.02	0.230430
0.412 - 0.505	9	9.30	0.009677
0.505 - 0.608	9	9.70	0.050515
0.608 - 0.711	5	5.01	0.000020
0.711 - 0.804	7	8.22	0.181070
0.804 - 0.907	3	10	0.008661
0.907 - 1.010	3		
1.010 - 1.113	2		
1.113 - 1.216	2		
Total	100	100.02	0.762854

Tabel 2. Rencana penerimaan sampling dengan metode Bayesian untuk sistem *AOQL*

Lot size	Quality level process									
	0.001		0.002		0.003		0.004		0.005	
	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>
1000	89	2	143	3	175	4	189	5	225	4
2000	155	3	289	5	297	4	297	6	364	7
3000	247	5	327	6	327	5	395	7	415	9
4000	317	6	425	7	455	6	502	8	528	12
5000	389	7	513	8	575	8	593	10	610	13
6000	425	8	587	9	618	9	599	11	726	14
7000	526	10	669	10	695	10	778	14	809	15
8000	563	11	710	11	730	12	847	15	886	16
9000	612	12	763	13	850	13	886	15	973	17
10000	689	13	801	15	920	15	969	16	1013	18
11000	710	13	860	16	996	16	1040	17	1080	20
12000	763	14	895	18	1010	18	1131	18	1143	22
13000	802	15	926	18	1078	18	1189	19	1165	23
14000	846	16	957	19	1119	19	1212	20	1298	24
15000	885	17	992	20	1172	21	1265	21	1313	26
16000	912	17	946	20	1214	21	1283	22	1364	28
17000	943	18	1098	21	1206	22	1298	24	1385	29
18000	978	18	1109	22	1296	23	1310	26	1403	30
19000	1016	19	1155	23	1320	24	1364	27	1461	32
20000	1047	20	1179	23	1378	25	1393	27	1489	33
21000	1096	20	1219	24	1395	26	1402	28	1505	34
22000	1120	21	1269	25	1410	27	1458	29	1561	34
23000	1165	22	1302	26	1456	28	1506	30	1599	35
24000	1194	22	1338	26	1512	29	1585	32	1630	36
25000	1225	23	1396	27	1566	30	1613	34	1689	36

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

- Distribusi kualitas 100 lot adalah Prior Beta dengan $\hat{\alpha} = 2,27$ dan $\hat{\beta} = 529,87$.
- Nilai $\alpha_0 = 0,05$ adalah risiko produsen dan $\beta_1 = 0,10$ adalah risiko konsumen, yang dipertimbangkan dalam merancang berbagai rencana sampling dapat digunakan (α_0, β_1).
- Tabel 2 menunjukkan bahwa ukuran sampel (n) meningkat jika persentase kerusakan meningkat. Hasil ini merupakan hasil yang logis.
- Model yang diusulkan dalam makalah ini dapat diterapkan pada sampling bayes jenis lain yang memiliki prior Gamma dan Log Normal, karena model ini merupakan model yang bersifat umum.
- Berdasarkan data, diperoleh $\bar{x} = 0,00426$ yang merupakan nilai taksiran persentase kerusakan proses produksi dalam kondisi normal, dan nilai sebenarnya diperoleh $\bar{x}_p = 0,08$. Nilai ini lebih besar dari $AOQL = 5\%$ untuk pabrik, hasil ini juga cukup logis dikarenakan kondisi proses produksi yang kompleks dan kurang baik. Dengan persentase 0,08 saat ini sangat baik.
- Besarnya biaya dengan rencana sampling tersebut adalah \$ 71.720

Daftar Pustaka

- [1] Guenther, W. C., (1969)," *Use of the Binomial hypergeometric and Poisson tables to obtain sampling plans*", j. Qual. Technol.,1: 105 – 109.
- [2] Guthrie, D. and Jhons , M. V. (1959). "Bayes acceptance sampling procedures for large lots", Ann. Math. Stat. 30, 896 – 925.
- [3] Hald, A. (1960)," The compound hypergeometric distribution and a system of single sampling inspection plans based on prior distributions and costs". Technometrics 2, 275 – 340.
- [4] Al-athari, F.M., Hassan, D.S., Ibrahim, N.A., and Ameen, H.A.(2012)," *Using Decision Theory Approach to Build a Model for Bayesian Sampling Plans*", American Journal of Mathematics and Statistics, Vol. 2. No. 6, 184 – 190.

PENERAPAN ANALISIS GEROMBOL DALAM PENGELOMPOKAN LENGKUAS MENURUT KANDUNGAN BIOAKTIF

I Gusti Ayu Made Srinadi¹, I Made Agus Gelgel Wirasuta²

¹Jurusan Matematik, FMIPA, Universitas Udayana, srinadiigustiyumade@yahoo.co.id

²Jurusan Farmasi, FMIPA, Universitas Udayana, mgelgel1@yahoo.de

Abstrak

Analisis gerombol (*cluster analysis*) merupakan salah satu analisis peubah ganda yang digunakan untuk mengelompokkan obyek-obyek pengamatan berdasarkan karakteristik peubah indikator yang diamati. Obyek-obyek yang tergabung dalam satu gerombol/kelompok diharapkan memiliki homogenitas yang tinggi, dan antara satu gerombol dengan gerombol yang lain memiliki heterogenitas yang tinggi. Pada penelitian ini obyek pengamatan adalah 18 sampel rimpang lengkuas (18 daerah berbeda), dengan peubah indikator adalah kandungan zat kimia dari rimpang lengkuas. Kandungan zat kimia ditandai dengan nilai R_f (pola noda kromatogram dan fluoresensi puncak) dari ekstrak profiling rimpang lengkuas. Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui metode pengelompokan terbaik dari 18 sampel rimpang lengkuas berdasarkan kriteria *Cluster Tightness Measure* (CTM) terkecil. Nilai CTM didasarkan pada simpangan baku dari beberapa kelompok yang terbentuk dengan beberapa peubah indikator. Dalam penelitian ini diterapkan analisis gerombol berhirarki dengan menggunakan jarak *Euclidean* dan *Square Euclidean*. Berdasarkan kriteria CTM terkecil, diantara empat metode pautan yaitu *Single linkage*, *Complete linkage*, *Average linkage*, dan metode *Ward's* diperoleh bahwa *single linkage* merupakan metode pautan terbaik dalam analisis gerombol berhirarki. Pada jarak kedekatan *Euclidean* dan *Square Euclidean*, metode pautan *single linkage* memberikan dengan nilai CTM yang sama yaitu sebesar 0,1966.

Kata Kunci: *Cluster Tightness Measure*, Analisis Gerombol Berhirarki, Jarak *Euclidean*, *Squared Euclidean*, *single linkage*.

1. Pendahuluan

Peran serta bidang ilmu Matematika dan Statistika dalam pembangunan sektor pariwisata salah satunya adalah implementasi Matematika dan Statistika dalam penelitian-penelitian sektor pariwisata. Penelitian ini mendukung upaya pemerintah meningkatkan pembangunan sektor pariwisata, khususnya di Bali, karena sektor pariwisata merupakan sumber utama pendapatan daerah. Spa, sebagai salah satu usaha pariwisata saat ini mengembangkan pemanfaatan bahan-bahan alam sebagai ramuan dalam usahanya. Hal ini didasarkan pada kebutuhan wisatawan yang lebih tertarik melakukan perawatan pada Spa yang menggunakan ramuan bahan alam.

Ramuan bahan alam selain berkembang dalam usaha Spa, saat ini juga dikembangkan dalam bidang Farmasi yaitu pengembangan obat-obat herbal. Lengkuas merupakan salah satu jenis tanaman (*simplicia*) yang banyak dimanfaatkan dalam pengembangan obat herbal. Geografik dan iklim tempat tumbuh akan berpengaruh pada

sintesa senyawa aktif (biomarker) yang pada akhirnya akan menentukan perbedaan kandungan bioaktifnya. Lengkuas dari beberapa daerah berbeda dikelompokkan untuk mengetahui lengkuas daerah mana saja yang memiliki kandungan bioaktif yang homogen.

Cluster Analysis (analisis gerombol) diterapkan untuk mengelompokkan objek-objek, (objek penelitian ini adalah simplisia lengkuas) sehingga memiliki homogenitas kandungan bioaktif yang tinggi dalam satu kelompok dan heterogen antar kelompok yang berbeda. Analisis gerombol berhirarki digunakan karena tidak ada informasi mengenai banyak kelompok yang dibentuk dengan jarak kedekatan *Euclidean* dan *Squared Euclidean* dengan metode penggabungan/pautan diantaranya: *Single linkage*, *Complete linkage*, *Average linkage*, dan metode *Ward's*. Nilai *Cluster Tightness Measure* (CTM) yang didasarkan pada simpangan baku dari beberapa kelompok yang terbentuk dengan beberapa peubah indikator dapat dihitung pada setiap kombinasi jarak kedekatan dan metode penggabungan.

Dengan jarak kedekatan *Euclidean* dan *Squared Euclidean* serta keempat metode penggabungan yang diterapkan, rumusan permasalahan dalam penelitian ini adalah metode mana yang memberikan pengelompokan terbaik berdasarkan CTM terkecil. Berdasarkan rumusan permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menentukan metode pengelompokan terbaik dan hasil pengelompokan terbaik dari 18 simplisia lengkuas berdasarkan zat bioaktifnya.

2. Tinjauan Teori

2.1 Analisis Gerombol (*Cluster Analysis*)

Analisis gerombol merupakan salah satu analisis peubah ganda yang digunakan untuk mengelompokkan objek-objek pengamatan berdasarkan karakteristik peubah-peubah yang diamati. Tujuan utama analisis gerombol adalah mengelompokkan objek-objek berdasarkan kesamaan karakteristik, Johnson & Wichern [1] dan Hair, et al [2]. Objek tersebut akan diklasifikasikan ke dalam satu atau beberapa *cluster* sehingga objek-objek yang berada dalam satu *cluster* akan mempunyai kemiripan satu dengan yang lain. Homogenitas (kesamaan) yang tinggi antar anggota dalam *cluster* (*within cluster*) dan heterogenitas (perbedaan) yang tinggi antar *cluster* satu dengan *cluster* lainnya (*between cluster*) merupakan dua hal yang harus dimiliki sebuah *cluster* agar dapat dikatakan *cluster* tersebut baik, Brown, et al [3], Izenman [4], Tabachnik & Fidell [5].

Tahapan penggerombolan dapat disajikan dalam bentuk diagram pohon (*dendogram*) yang memungkinkan penelusuran penggerombolan objek-objek yang diamati dengan lebih mudah dan informatif. Hal yang perlu diperhatikan dalam *cluster analysis* diantaranya: 1) himpunan objek yang ingin dikelompokkan, 2) peubah yang diamati (peubah indikator), 3) skala peubah (nominal, ordinal, interval dan rasio), 4) ukuran kemiripan dan ketakmiripan, dan 5) teknik penggerombolan/pengelompokan.

Ukuran ketakmiripan atau jarak kedekatan yang sering digunakan adalah jarak *Euclidean* atau *Squared Euclidean* antara dua objek. Misalkan terdapat n objek dengan p peubah dalam matriks \mathbf{X} berukuran $n \times p$ maka jarak *Euclidean* (1) dan jarak *Squared Euclidean* (2) antara objek ke r dan ke- s adalah:

$$d_{rs} = \left[\sum_{k=1}^p (x_{rk} - x_{sk})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$d_{rs}^2 = \sum_{k=1}^p (x_{rk} - x_{sk})^2 \quad (2)$$

Dengan d_{rs} , menyatakan jarak objek ke- r dan objek ke- s , x_{rk} menyatakan nilai amatan pada objek ke- r dan peubah ke- k , dan x_{sk} menyatakan nilai amatan pada objek ke- s dan peubah ke- k . Hasil ukuran jarak ini kemudian disusun ke dalam matriks jarak.

Analisis gerombol hirarki adalah analisis hasil pengelompokan yang hasil pengelompokannya disajikan secara berjenjang dari n , $(n-1)$, sampai terdapat satu kelompok. Terdapat beberapa metode penggabungan (*agglomerative*) diantaranya: *Single linkage*, *Complete linkage*, *Average linkage*, dan metode *Ward's*. Bila d_{UW}, d_{VW} adalah jarak tetangga antara kelompok U dan W serta antara kelompok V dan W atau sebaliknya, maka keempat metode penggabungan diuraikan dalam persamaan (3), (4), (5), dan (6).

- a. Metode *Single linkage* : pengelompokkan dengan penggabungan berdasarkan jarak terdekat antar objek.

$$d_{(UV)W} = \min\{d_{UW}, d_{VW}\} \quad (3)$$

- b. Metode *Complete linkage* : pengelompokkan dengan prinsip jarak terjauh antar objek

$$d_{(UV)W} = \max\{d_{UW}, d_{VW}\} \quad (4)$$

- c. Metode *Average linkage* : pengelompokkan dengan prinsip jarak rata-rata antar setiap pasangan objek yang mungkin dari semua objek pada satu kelompok dengan seluruh objek pada kelompok lain.

$$d_{(UV)W} = \frac{\sum_i \sum_j d_{ij}}{n_{(UV)}n_W} \quad (5)$$

d_{ij} : adalah jarak antara objek ke- i pada kelompok (UV) dan objek ke- j pada kelompok W ; $n_{(UV)}, n_W$: jumlah objek pada kelompok (UV) dan W.

- d. Metode *Ward's* : pengelompokkan dengan prinsip penggabungan 2 group untuk meminimalkan *Error of Sum Squares* (ESS).

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^T (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}) \quad (6)$$

dengan \mathbf{X}_i : vector objek ke- i dan $\bar{\mathbf{X}}$: vector rata-rata semua objek; dan n : banyak objek, Johnson & Winchurn [1].

Pemilihan metode terbaik dalam pengelompokan berdasarkan keragaman yang terbentuk, keragaman semakin kecil menunjukkan pengelompokan yang dihasilkan semakin baik. CTM bernilai nol menunjukkan semua data berada pada pusat kelompok. CTM dirumuskan sebagai:

$$CTM = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{p} \sum_{m=1}^p \frac{S_{im}}{S_m} \right) \quad (7)$$

2.2 Zat Bioaktif Simplisia

Indonesia sangat dikenal dengan keanekaragaman biodevesitasnya, serta keanekaragaman tanaman obatnya. Secara tradisional tanaman ini telah dimanfaatkan untuk pengobatan oleh masyarakat. Peningkatan penggunaan obat herbal tercatat sejak krisis moneter yang menimpa Indonesia. Obat Tradisional Indonesia berdasarkan cara pembuatan serta jenis klaim penggunaan dan tingkat pembuktian khasiatnya dikelompokkan ke dalam: jamu, obat herbal terstandar, dan fitofarmaka. Jamu adalah obat herbal yang memiliki standar keamanan dan mutu yang dipersyaratkan dengan klaim khasiat dibuktikan berdasarkan data empiris, yaitu secara tradisional telah dimanfaatkan untuk penyembuhan penyakit tertentu dan terbukti. Obat herbal terstandar dipersyaratkan memiliki standar keamanan dan mutu yang ditetapkan, serta klaim khasiat dibuktikan secara ilmiah / pra-klinik. Sediaan Fitofarmaka adalah produk obat herbal yang mutu dan keamanannya terstandarkan dengan klaim khasiat secara ilmiah melalui uji klinik lengkap BPOM, [6].

Standarisasi obat herbal adalah sistem yang digunakan untuk menjamin bahwa setiap bath produksi memiliki keseragaman kandungan yang sama dan tepat sesuai dengan yang tertera, sehingga dijamin memiliki efikasi khasiat yang sama, Liang et.al.[7]. Sistem standarisasi sangat dibutuhkan produksi obat herbal, dimana telah diketahui

simplisia memiliki variasi kandungan fitokimia. Variasi ini dipengaruhi oleh, geografik tempat tumbuh, suhu dan iklim, metode kultivasi, masa panen, serta proses sortasi dan penanganan pasca panen. Geografik dan iklim tempat tumbuh simplisia akan berpengaruh pada sintesa senyawa aktif (biomarker) yang pada akhirnya akan menentukan perbedaan kandungan bioaktinya.

Phytochemical chromatographic fingerprint (PCFP) adalah metode sidik jari kromatografi obat herbal. Kandungan fitokimia herbal akan dipisahkan oleh sistem kromatografi yang tepat. PCFP dari setiap herbal terdiri dari informasi: a) puncak-puncak kromatogram dengan tambatan relative (R_f atau R_t) yang berbeda-beda; b) kadar dari masing-masing fitokimia penyusunnya yang digambarkan oleh luas area dibawah puncak (AUC) dari setiap puncak kromatogramnya, serta c) indentitas berupa tambatan relative (R_f , R_t) dan spektrum (UV-Vis, MS, IR) dari setiap puncak, Liang et.al.[7], Gan and Ye [8], Jing et.al.[9], Kunle [10], dan Balamman et al. [11].

PCFP obat herbal dapat dikerjakan dengan berbagai metode kromatografi seperti TLC, HPTLC, HPLC, GC, dan LC-MS. Dengan menetapkan salah satu senyawa kimianya sebagai marker maka penetapan kadar kimia dari simplisia dapat dilakukan. Apabila setiap ekstrak herbal memberikan fingerprint yang sama maka dapat dikatakan obat herbal tersebut akan memiliki *efficacy* / khasiat dan keamanan yang sama.

Biomarker dalam fingerprint didefinisikan sebagai konstituen kandungan fitokimia suatu simplisia yang digunakan untuk tujuan kontrol identitas dan kualitas simplisia tersebut. Biomarker dapat berupa kandungan kimia aktif atau tidak memiliki aktifitas biologi simplisia tersebut. Marker sangat berguna sebagai identitas penentu dari fingerprint. Marker dapat juga dimanfaatkan dalam penetapan mutu simplisia tersebut baik sebagai bahan awal, kualitas ekstrak, maupun kualitas produk akhir dari sediaan obat herbal (Kunle et al., 2012). Fingerprint obat herbal dengan bantuan software kemometrik telah dijadikan sebagai standar digital dalam melakukan standarisasi obat herbal (Jing et al., 2011). Hal ini tentunya akan mengatasi halangan dalam menyediakan senyawa kimia pembandingan yang sangat susah dicari di pasaran.

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data *Phytochemical chromatographic fingerprint* (PCFP) 18 simplisia lengkuas yang ditanam pada 18 daerah berbeda. Peubah indikator dalam penelitian ini adalah nilai-nilai R_f yang menunjukkan jenis senyawa Bioaktif yang dikandung simplisia, terdapat 14 jenis senyawa Bioaktif dari simplisia lengkuas. Observasi/pengamatan dalam penelitian ini adalah nilai AUC yang menunjukkan konsentrasi senyawa Bioaktif yang dikandung simplisia.

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini adalah;

1. Melakukan analisis korelasi untuk mengetahui apakah ada korelasi antar peubah indikator. Jika tidak ada korelasi yang signifikan maka peubah indikator tersebut dipakai dalam analisis gerombol. Jika terdapat korelasi antar peubah indikator, dilakukan analisis komponen utama dan skor komponennya dipakai sebagai variabel input dalam analisis gerombol.
2. Mengukur kesamaan objek menggunakan jarak kedekatan *Euclidean* dan *Square Euclidean* dengan persamaan (1) dan (2)
3. Melakukan pengelompokan objek dengan setiap kombinasi jarak kedekatan dan metode penggabungan (terdapat delapan kombinasi cara pengelompokan)
4. Melakukan pemilihan metode terbaik berdasarkan nilai CTM terkecil dari perhitungan CTM dengan persamaan (7)
5. Menentukan hasil pengelompokan terbaik yang terbentuk.

4. Hasil dan Pembahasan

Apabila terjadi korelasi yang signifikan antar peubah indikator, maka terlebih dahulu perlu dilakukan analisis komponen utama untuk memperoleh peubah baru yang tidak saling berkorelasi yaitu masing-masing skor komponennya. Selanjutnya dilakukan analisis gerombol dengan menggunakan skor komponen-skor komponen sebagai peubah indikatornya. Berdasarkan nilai korelasi antar peubah indikator, terdapat korelasi yang signifikan antar peubah indikator sehingga dilakukan analisis komponen utama dan menggunakan skor komponennya sebagai peubah indikator baru dalam analisis gerombol.

Tanpa informasi mengenai banyak gerombol atau kelompok yang terbentuk dari 18 simplisia lengkuas, digunakan cluster berhirarki dengan metode *single linkage*, *complete linkage*, *average linkage*, dan metode *ward's* dengan jarak kedekatan *Euclidean* dan *Squared Euclidean*. Dari delapan kombinasi cara pengelompokan pada penelitian ini, yang akan ditentukan kombinasi cara yang memberikan hasil pengelompokan terbaik berdasarkan kriteria CTM terkecil. Teknik cluster berhirarki menyajikan hasil pengelompokan secara berjenjang, dari n , $(n-1)$, sampai terdapat satu kelompok. Dengan menggunakan skor komponen-skor komponen sebagai peubah indikator dalam analisis gerombol, jumlah kuadrat dalam gerombol (*within cluster sum of squares*), jarak rata-rata dari pusat (*average distance from centroid*), dan jarak maksimum dari pusat (*maximum distance from centroid*) pada partisi akhir, yaitu saat terbentuk satu kelompok secara berturut-turut memiliki nilai 238; 2,5272; dan 4,9399. Apabila diambil tahapan hingga terbentuk lima gerombol/kelompok maka tingkat kedekatan (*Similarity level*), ukuran jarak (*Distance level*), dan CTM untuk delapan kombinasi cara disajikan dalam Tabel 1. Pemilihan tahapan hingga terbentuk lima kelompok dengan memperhatikan nilai *similarity level* tidak terlalu kecil dan banyak kelompok yang terbentuk tidak terlalu besar.

Tabel 1. Nilai *Similarity level* dan *Distance level*

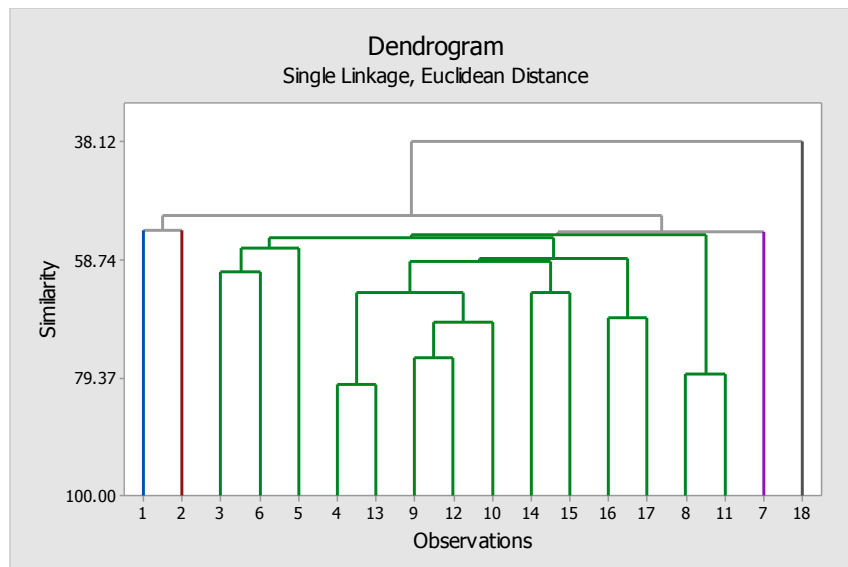
Jarak Kedekatan	Metode Pautan	<i>Similarity level</i>	<i>Distance level</i>	CTM
<i>Euclidean</i>	<i>Single linkage</i>	54,4341	3,6964	0,1966
	<i>Complete linkage</i>	33,2882	5,4118	0,7779
	<i>Average linkage</i>	42,2290	4,6865	0,6395
	<i>Ward's</i>	14,0346	6,9737	0,8029
<i>Squared Euclidean</i>	<i>Single linkage</i>	79,2375	13,6634	0,1966
	<i>Complete linkage</i>	55,4954	29,2876	0,7779
	<i>Average linkage</i>	65,8301	22,4865	0,6395
	<i>Ward's</i>	40,3484	39,2560	0,8029

Tabel 1 memperlihatkan bahwa perbedaan jarak kedekatan yang digunakan pada metode pautan tertentu tidak memberikan perbedaan nilai CTM, tetapi memberikan nilai *Similarity level* dan *Distance level* yang berbeda. Berdasarkan kriteria nilai CTM terkecil dalam penetapan metode terbaik pada analisis gerombol maka metode pautan tunggal (*single linkage*) merupakan metode yang terbaik pada penelitian ini. Bila nilai *similarity level* juga dipertimbangkan, maka jarak kedekatan *Squared Euclidean* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan jarak kedekatan *Euclidean*. Selanjutnya akan diperlihatkan hasil pengelompokan dengan analisis gerombol metode pautan *single linkage* pada kedua jarak kedekatan.

Tahapan pengelompokan metode pautan *single linkage* 18 simplisia lengkuas diperlihatkan pada dendrogram Gambar 1 untuk jarak *Euclidean* dan pada Gambar 2 untuk jarak *Squared Euclidean*, dengan tahapan pengelompokan diuraikan pada Tabel 2.

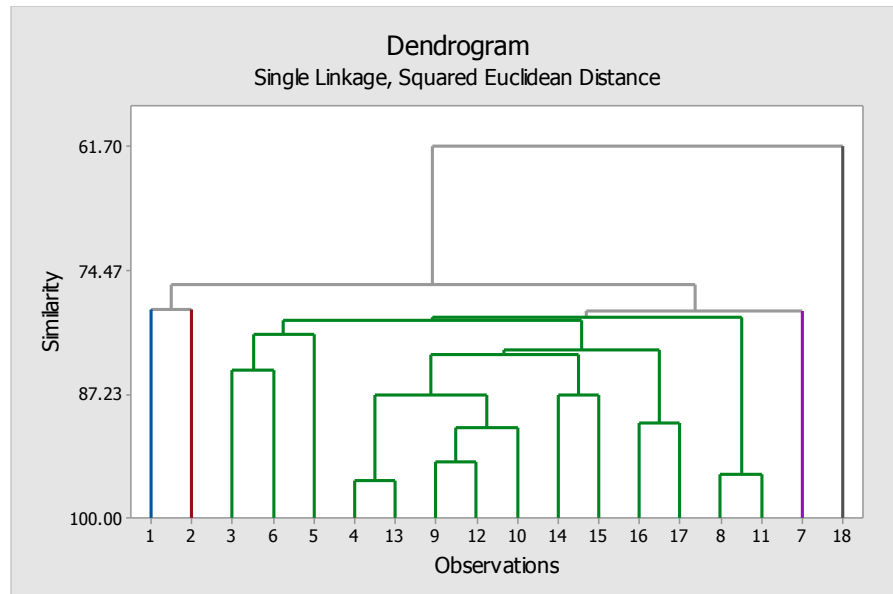
Tabel 2. Tahapan Pembentukan *Cluster* Metode *Single Linkage* dan Jarak *Euclidean*

Step	Banyak Cluster	Similarity level	Distance level
1	17	80,5497	1,5778
2	16	78,7896	1,7206
3	15	75,9851	1,9481
4	14	69,5545	2,4698
5	13	68,7516	2,5349
6	12	64,4326	2,8853
7	11	64,3488	2,8921
8	10	60,9174	3,1704
Lanjutan Tabel 2			
Step	Banyak Cluster	Similarity level	Distance level
9	9	58,8836	3,3354
10	8	58,3771	3,3769
11	7	56,5550	3,5243
12	6	54,8555	3,6622
13	5	54,4341	3,6964
14	4	53,7818	3,7493
15	3	53,5849	3,7653
16	2	50,9798	3,9766
17	1	38,1157	5,0208

Gambar 1. Dendrogram Metode *Single Linkage* pada Jarak *Euclidean*

Dendrogram pada Gambar 1 memperlihatkan bahwa simplisia lengkuas objek ke-18 mempunyai kandungan bioaktif yang paling jauh berbeda dibandingkan dengan objek lainnya sehingga terakhir bergabung dalam satu kelompok/*cluster*. Sebaliknya objek-objek yang memiliki kandungan zat bioaktif yang paling homogen sehingga bergabung membentuk satu *cluster* untuk pertama kali adalah simplisia lengkuas objek ke-4 dan objek ke-13, disusul bergabung objek ke-8 dan 11 membentuk satu *cluster*, demikian juga objek ke-9 dan 12. Demikian seterusnya hingga nilai *similarity level* 54,4341 objek ke-1, 2, 7, dan 18 masing-masing membentuk *cluster* tersendiri memisah dari 14 objek lainnya yang bergabung menjadi satu *cluster*. Sehingga pada *similarity level* 54,4341 terbentuk lima *cluster* yaitu *cluster* 1 : 1 anggota (objek ke-1), *cluster* 2 : 1 anggota (objek ke-2), *cluster* 3 : 14 anggota (selain objek ke-1, 2, 7, dan 18), *cluster* 4 : 1 anggota (objek ke-7), dan *cluster* 5 : 1 anggota (objek ke-18).

Tanpa menampilkan nilai *similarity level* dan *distance level* pada tahapan-tahapan pengelompokan dari metode pautan *single linkage*, jarak kedekatan *Squared Euclidean*, seperti diuraikan dalam Tabel 2 untuk jarak *Euclidean*, berdasarkan dendrogram Gambar 2 terlihat bahwa hasil pengelompokan yang diperoleh sama dengan hasil pengelompokan dengan jarak kedekatan *Euclidean*.



Gambar 2. Dendrogram Metode *Single Linkage* pada Jarak *Squared Euclidean*

Tahapan penggabungan objek-objek dalam metode pautan *single linkage* pada jarak *Squared Euclidean* sama dengan tahapan penggabungan objek-objek pada jarak *Euclidean*, perbedaan nilai *similarity level* dan *distance level* karena didasarkan pada skala ukuran jarak yang berbeda.

5. Kesimpulan

Berdasarkan kriteria nilai CTM terkecil dalam analisis gerombol berhirarki diperoleh bahwa dari keempat metode penggabungan/pautan yaitu *single linkage*, *complete linkage*, *average linkage*, dan metode *ward's*, metode *single linkage* merupakan metode pautan terbaik. Hasil pengelompokan 18 simplisia lengkuas pada jarak kedekatan *Euclidean* maupun jarak *Squared Euclidean* dengan metode pautan *single linkage* diperoleh 5 kelompok, dimana 4 kelompok masing-masing hanya memiliki satu objek sebagai anggota dan satu kelompok beranggotakan 14 objek.

6. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Tinggi atau bantuan financial pada penelitian ini, seluruh tim peneliti atas informasi dan data pendukung artikel ini, serta ketua Jurusan Matematika atas fasilitas dan kesempatan yang diberikan untuk publikasi ilmiah ini.

Daftar Pustaka

- [1] Johnson, R.A & Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- [2] Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. and Black, W.C. 1995. *Multivariate Data Analysis with Readings*, 4th edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- [3] Brown, B.L., Hendrix, S.B., Hedges, D.W. and Smith, T.B. 2012. *Multivariate Analysis for the Biobehavioral and Social Sciences*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Izenman, A.J. 2008. *Modern Multivariate Statistical Techniques: Regression, Classification, and Manifold Learning*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- [5] Tabachnick, B.G. and Fidell, L.S. 2007. *Using Multivariate Statistics*, 5th edition. Boston: Pearson Education, Inc.
- [6] BPOM. 2005. *Peraturan BPOM RI No Hk.00.05.4.2411*, tentang Pengelompokan Obat Tradisional.
- [7] Liang, Y-Z, P. Xie, and K. Chan. 2004. Quality control of herbal medicines, *Journal of Chrom. B.*, 812:53-70.
- [8] Gan, F and R. Ye. 2006. New approach on similarity analysis of chromatographic fingerprint of herbal medicine. *Journal of Chrom. A*. 1104: 100-105.
- [9] Jing, D., W. Degunag, H. Linfang, C. Shinlin and Q. Minjin. 2011. Application of chemometrics in quality evaluation of medicinal plans. *Journal of Medicinal Plans Research*, 5 (17): 4001-4008.
- [10] Kunle, O. F., H. O. Egharevba, P. O. Ahmadu, 2012, Standardization of herbal medicines – A review, *Int. Journal of Biodiversity and Conservation*, 4 (3): 101-112.
- [11] Balamman, G., M. S. Babu, P.J. Reddy. 2012. Analysis of herbal medicines by modern chromatographic theciques. *Int. Journal of Preclinical and Pharmaceutical Research*, 3 (1): 50-63.

ANALISIS MANOVA REPEATED MEASUREMENT PENGOLAHAN LIMBAH SINGKONG SEBAGAI PAKAN TERNAK

Enny Supartini¹., Neneng Sunengsih²., Sri Winarni³.

¹Departemen Statistika FMIPA UNPAD, arthinii@yahoo.com

²Departemen Statistika FMIPA UNPAD, nenks.stat@gmail.com

³Departemen Statistika FMIPA UNPAD, sri.winarni@unpad.ac.id

Abstrak

Analisis statistika yang melibatkan beberapa variable repon yang diukur secara simultan dengan *repeated measurement* pada penelitian mengenai lamanya waktu fermentasi limbah singkong biasanya menggunakan ANOVA dengan Desain Split Plot, tetapi dalam hal ini ANOVA dengan menggunakan desain split-plot kurang cocok digunakan karena pengamatannya bersifat *repeated measurement* maka terjadi korelasi antara pengamatan yang satu dengan yang lainnya sehingga harus dilakukan analisis secara simultan, maka analisis yang akan digunakan untuk mengetahui pengaruh factor variasi dosis inokulum dan lamanya waktu fermentasi yang bersifat *repeated measurement* terhadap peningkatan kadar protein dan penurunan kadar serat secara simultan adalah MANOVA dengan *repeated measurement*. Kasus yang digunakan untuk mengetahui aplikasi dari MANOVA dengan *repeated measurement* adalah proses fermentasi limbah Bioetanol pada singkong untuk meningkatkan nutrisi pakan pada ternak. Proses fermentasi melibatkan dosis inokulum dan lamanya waktu fermentasi yang akan diukur secara simultan terhadap peningkatan kadar protein dan penurunan kadar serat. Dalam hal ini, lamanya waktu fermentasi merupakan pengamatan berulang. Statistik hitung yang digunakan untuk uji signifikansi adalah *Pillai's Trace*, *Wilk's Lamda* dan *Lawley-Hotelling Trace*. Hasil analisis data menunjukkan bahwa faktor dosis, faktor lamanya waktu fermentasi dan interaksi antara dosis dan lamanya waktu fermentasi memberikan perbedaan pengaruh yang signifikan.

Kata kunci: MANOVA, *repeated measurement*, *Uji Pillai's trace*, *Uji Wilk's Lamda*, *Uji Lawley-Hotelling Trace*.

1. Pendahuluan

Desain multi respon seringkali dilakukan ketika indikator suatu pengukuran tidak hanya dilihat dari satu respon yang diamati, melainkan dari beberapa respon yang saling berkorelasi. Analisis yang dilakukan tidak lagi bersifat univariat melainkan multivariat. Oleh karena itu, hasil analisisnya akan bersifat simultan berdasarkan beberapa respon yang saling terkait. Ketika melakukan penelitian yang bersifat eksperimental dengan permasalahan yang melibatkan beberapa variabel dependen atau disebut juga sebagai variabel respons yang dapat diukur secara simultan dengan beberapa variabel bebas, maka untuk permasalahan seperti ini Analisis Varians Univariat atau ANOVA tidak tepat untuk digunakan karena salah satu penyebabnya adalah terjadinya korelasi yang tinggi

diantara variabel respons, untuk mengatasi hal ini bisa digunakan Analisis Varians Multivariat atau MANOVA

Untuk kasus desain multi respon dapat juga digunakan untuk percobaan dengan menggunakan desain *repeated measurement* yang merupakan desain dengan pengamatan yang dilakukan dalam beberapa waktu yang diamati secara berkala untuk obyek penelitian yang sama atau respon yang diamati tidak hanya dilakukan pada satu waktu, tetapi berkelanjutan dalam beberapa waktu pengamatan. Tujuan dari desain ini adalah ingin melihat pola pengaruh perlakuan pada periode waktu tertentu. Penggabungan desain *repeated measurement* multi faktor akan menghasilkan informasi yang lebih komprehensif. Dari beberapa respon yang diamati dalam beberapa periode waktu akan memberikan informasi pola pengaruh perlakuan terhadap respon secara simultan. Analisis yang digunakan adalah manova dengan model *repeated measurement*.

Seperti penelitian yang dilakukan oleh Suryani (2012). Penelitian ini uji proksimat hasil proses fermentasi limbah produksi bioetanol dari singkong dengan *Aspergillus niger* yang dilakukan untuk melihat pengaruh dari lamanya waktu fermentasi dan variasi dosis inokulum terhadap peningkatan kadar protein dan penurunan kadar serat secara simultan untuk meningkatkan kualitas gizi pada limbah yang digunakan sebagai alternatif pakan ternak.

Selain pengukuran yang melibatkan tiga variabel respon secara simultan juga melibatkan pengukuran yang bersifat *repeated measure* pada lamanya waktu fermentasi, oleh karena itu ANOVA dengan menggunakan desain split-plot kurang cocok digunakan. Maka analisis yang akan digunakan untuk mengetahui pengaruh faktor variasi dosis inokulum dan lamanya waktu fermentasi yang bersifat *repeated measure* terhadap peningkatan kadar protein, penurunan kadar serat secara simultan adalah MANOVA dengan *repeated measure*.

2. Metodologi Penelitian

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan pada bagian sebelumnya, penelitian ini bertujuan mengetahui desain dan analisis statistik yang cocok digunakan untuk data dengan hasil pengukuran yang bersifat *repeated measure*, dalam hal ini aplikasinya digunakan pada percobaan untuk melihat apakah lamanya waktu fermentasi yang bersifat *repeated measure* dan dosis inokulum berpengaruh terhadap peningkatan protein dan penurunan serat pada nutrisi limbah bioetanol dari singkong dengan menggunakan MANOVA dengan *repeated measure*. Pada bagian ini akan dibahas langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan solusi pemecahan permasalahannya. Secara Statistika memilih analisis Data yang paling tepat untuk suatu permasalahan sangatlah penting, begitu juga dalam kasus ini, dimana data hasil percobaan dengan salah satu perlakuannya bersifat *repeated measure* yang berakibat pada sifat dari Responnya berkorelasi sehingga menjadi pelanggaran untuk asumsi independensi, oleh karena itu untuk mengatasinya harus dipilih analisis yang tepat untuk digunakan. Sebagai contoh kasusnya dalam penelitian ini digunakan data sekunder yaitu data hasil penelitian dari Yani Suryani (2012).

Objek penelitian pada kasus ini adalah hasil proses fermentasi limbah bioetanol pada jamur *Trichoderma viride* dan *Saccharomyces cerevisiae*. Variabel independen adalah dosis inokulum dan lamanya waktu fermentasi yang selanjutnya dinotasikan sebagai berikut:

- A : faktor perlakuan variasi dosis inokulum dengan tiga taraf yaitu 2%, 3%, dan 4%. Taraf untuk faktor A dinotasikan dengan i , maka $i = 1, 2, 3$.
- B : faktor perlakuan lamanya waktu fermentasi berupa data *repeated measure* dengan tiga taraf yaitu hari ke-0, hari ke-4 dan hari ke-8. Taraf untuk faktor B dinotasikan dengan j , maka $j = 1, 2, 3$

R : replikasi setiap perlakuan. Replikasi setiap perlakuan ada tiga replikasi, jumlah replikasi dinotasikan dengan k , maka $k=1,2,3$.

Sedangkan yang menjadi variabel dependen dalam hal ini hanya diambil dua variabel saja yaitu kadar protein dan kadar serat pada proses fermentasi. Percobaan ini merupakan percobaan dengan kasus *repeated measurement*. Perlakuan yang dicobakan adalah dosis inoculum dengan variabel respon kadar protein dan kadar serat. Pengamatan terhadap respon dilakukan secara berulang pada hari ke-0, hari ke-4 dan hari ke-8. Variabel kadar protein dan kadar serat diduga memiliki hubungan yang erat, sehingga analisis dilakukan dengan analisis MANOVA.

Tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Menentukan model linear

Pada penelitian ini percobaan dilakukan dengan desain acak sempurna karena unit percobaan yang digunakan dalam kondisi yang homogen. Faktor yang digunakan pada dasarnya hanya satu, yaitu dosis inoculum. Respon yang diamati adalah kadar protein dan kadar serat dan pengamatan dilakukan secara berulang. Model linear yang digunakan merupakan model linear *split in time*, yang merupakan bentuk desain split-plot. Faktor dosis inoculum dijadikan sebagai petak utama dan waktu pengamatan dijadikan sebagai anak petak (Widiharih, 2001). Tetapi karena selain pengukuran yang melibatkan tiga variabel respon secara simultan juga melibatkan pengukuran yang bersifat *repeated measure* pada lamanya waktu fermentasi, oleh karena itu ANOVA dengan menggunakan desain split-plot kurang cocok digunakan. Maka analisis yang akan digunakan untuk mengetahui pengaruh faktor variasi dosis inoculum dan lamanya waktu fermentasi yang bersifat *repeated measure* terhadap peningkatan kadar protein, penurunan kadar serat secara simultan adalah MANOVA dengan *repeated measure*.

2. Menguji Asumsi-asumsi yang diperlukan untuk desain pengamatan berulang yaitu vektor error berdistribusi normal multivariat, kehomogenan matriks varian-kovarian untuk setiap perlakuan serta terpenuhinya pola sphericity untuk matriks varian-kovarian.

a. Pengujian asumsi distribusi normal multivariat pada vektor error.

Menurut Johnson dan Wichern 1988, pengujian terhadap asumsi distribusi normal multivariat pada vektor error dapat dilakukan dengan plot quantil-quantil yang didekati dengan quantil chi-square. Langkah-langkah pembuatan plot quantil-quantil chi-square adalah sebagai berikut :

- Hitung $d_i^2 = (\mathbf{e} - E(\mathbf{e}))^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{e} - E(\mathbf{e}))$ dengan \mathbf{e} adalah vektor error dan \mathbf{S} adalah matriks kovarian dari error.
- Urutkan d_i^2 dari kecil ke besar : $d_1^2 \leq d_2^2 \leq d_3^2 \leq \dots \leq d_n^2$
- Cari nilai chi-square dari $(i - \frac{1}{2})/n$ dengan derajat bebas p , dinotasikan dengan $\chi_p^2((i - \frac{1}{2})/n)$ dengan n adalah banyaknya data dan p adalah banyaknya respon yang diamati.
- Buat plot d_i^2 dengan $\chi_p^2((i - \frac{1}{2})/n)$, bila terbentuk pola garis lurus maka dinyatakan bahwa vektor error berdistribusi normal multivariat.

b. Pengujian asumsi kehomogenan matriks varian-kovarian

Asumsi kehomogenan matriks varian-kovarian dapat dilakukan dengan uji Box's M (Rencer, 1998) sebagai berikut :

$$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_k$$

$$H_1 : \Sigma_i \neq \Sigma_j \text{ untuk } i \neq j$$

Statistik uji

$$\chi^2 = MC^{-1}$$

Dengan

$$M = \sum_{i=1}^a n_i \ln|S| - \sum_{i=1}^a \ln|S_i|$$

$$C^{-1} = 1 - \frac{2b^2 + 3b - 1}{6(b+1)(a-1)} \sum_{i=1}^a \frac{i}{v_i} - \frac{1}{\sum_i n_i}$$

Keterangan :

S : matriks varian-kovarian gabungan $\sum_{i=1}^k \frac{n_i S_i}{\sum n_i}$

S_i : matriks varian-kovarian pada perlakuan ke- i

v_i : derajat kebebasan $n_i - 1$

n_i : banyaknya unit percobaan pada perlakuan ke- i

a : banyaknya perlakuan (dosis)

b : banyaknya waktu pengamatan

Terima hipotesis nol yang berarti matriks varians-kovarians bersifat homogen jika

$$\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{(\alpha, f)}$$

$$\text{Dengan } f = \frac{1}{2} [b(b-1)(a-1)]$$

Statistik χ^2 ini dapat juga didekati oleh statistik F.

c. Pengujian asumsi pola sphericity pada matriks varian-kovarian

Asumsi sphericity merupakan asumsi kebebasan antar variabel. Dua variabel atau lebih akan bersifat bebas jika matriks antar variabel membentuk matriks identitas. Uji kebebasan antar variabel ini dapat dilakukan dengan uji *Barlett sphericity* sebagai berikut : (Morrison, 2005)

$$H_0 : R = I$$

$$H_1 : R \neq I$$

Statistik uji :

$$\chi^2_{hitung} = - \left\{ n - 1 - \frac{2p+5}{6} \right\} \ln|R|$$

Terima hipotesis H_0 yang berarti antar variabel bersifat saling bebas jika nilai

$$\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{\frac{1}{2}p(p-1)}$$

multivariate tidak layak digunakan.

3. Melakukan analisis Manova

Ketika semua asumsi MANOVA telah terpenuhi maka pengujian pengaruh faktor dilakukan dengan Uji *Pillai's Trace*, *Wilk's lamda* dan *Lawley-Hotelling's Trace*.

4. Menguji pengaruh dosis, pengaruh waktu pengamatan dan pengaruh interaksi.

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini adalah sebagai berikut :

a. $H_0: [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \dots \ \alpha_{1p}]^T = \dots = [\alpha_{a1} \ \alpha_{a2} \ \dots \ \alpha_{ap}]^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$

(tidak ada pengaruh faktor A terhadap respon yang diamati)

H_1 : paling sedikit ada satu $\alpha_{il} \neq 0$; $i = 1, 2, \dots, a$; $l = 1, 2, \dots, p$

(ada pengaruh faktor A terhadap respon yang diamati)

b. $H_0: [\beta_{11} \ \beta_{12} \ \dots \ \beta_{1p}]^T = \dots = [\beta_{b1} \ \beta_{b2} \ \dots \ \beta_{bp}]^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$

(tidak ada pengaruh waktu pengamatan terhadap respon yang diamati)

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0$; $j = 1, 2, \dots, b$; $l = 1, 2, \dots, p$

(ada pengaruh waktu pengamatan terhadap respon yang diamati)

$$c. H_0: [(\alpha\beta)_{111} \ (\alpha\beta)_{112} \dots (\alpha\beta)_{11p}]^T = \dots = [(\alpha\beta)_{ab1} \ (\alpha\beta)_{ab2} \dots (\alpha\beta)_{abp}]^T \\ = [0 \ 0 \dots 0]^T$$

(tidak ada pengaruh interaksi faktor A dan waktu terhadap respon yang diamati)

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } (\alpha\beta)_{ijl} \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, a \quad j = 1, 2, \dots, b ; \\ l = 1, 2, \dots, p$$

(ada pengaruh interaksi faktor A dan waktu terhadap respon yang diamati)

3. Hasil dan Pembahasan

Sesuai dengan tujuan penelitian seperti dijelaskan pada bagian sebelumnya yaitu memilih analisis yang tepat untuk data yang diperoleh secara *repeated measure* dengan multi respon yang dianalisis secara simultan dan ingin diketahui pengaruh faktor signifikan terhadap variabel respon, yaitu waktu fermentasi bersifat *repeated measure* dan dosis inoculum sebagai perlakuan terhadap kadar protein dan kadar serat sebagai variabel multi respon pada limbah singkong melalui pengujian dengan MANOVA untuk data *repeated measures*.

Berdasarkan hasil analisis diperoleh hasil sementara sebagai berikut :

- a. Model linear dan analisis varian untuk masing-masing respon

Model linear yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$Y_{ijt} = \mu + \alpha_i + \delta_{(i)j} + \beta_t + \alpha\beta_{it} + \varepsilon_{ijt}$$

Dengan $i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3 \quad t = 1, 2, 3$

Y_{ijt} = respon pada dosis ke-i, ulangan ke-j dan waktu pengamatan ke-t

μ = rata-rata umum

α_i = pengaruh dosis ke-i

$\delta_{(i)j}$ = pengaruh error dosis ke-i ulangan ke-j

β_t = pengaruh waktu pengamatan ke-t

$\alpha\beta_{it}$ = pengaruh interaksi dosis ke-i dan waktu pengamatan ke-t

ε_{ijt} = pengaruh error dosis ke-i, ulangan ke-j dan waktu pengamatan ke-t

Berikut adalah hasil analisis varian untuk masing-masing respon:

Tabel 3.1. Analisis Varian untuk Protein

Sumber Variasi	Dk	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-Hitung	P-Value
Dosis	2	0,1040	0,0520	1,00	0,3970
Error dosis	6	0,6501	0,1083		
Hari	2	12,9497	6,4748	124,48	0,0000*
Dosis*Hari	4	0,2737	0,0684	1,32	0,3190
Error	12	0,6242	0,0520		
Total	26	14,6016			

Keterangan : (*) = nyata pada taraf 5%

Dari Tabel.3.1. dapat dilihat bahwa P-Value untuk dosis adalah 0,3970 dan untuk interaksi bernilai 0,3190 menunjukkan bahwa tidak ada pengaruh dosis dan juga interaksi antara dosis dan waktu pengamatan (hari). Sedangkan pengaruh waktu pengamatan

menghasilkan P-Value 0.000 menunjukkan terdapat pengaruh waktu pengamatan. Artinya paling tidak ada satu waktu pengamatan yang menghasilkan kadar protein berbeda. Untuk analisis varian pengaruh kadar serat diberikan pada Tabel.3.2. berikut:

Tabel.3.2. Analisis Varian untuk Kadar Serat

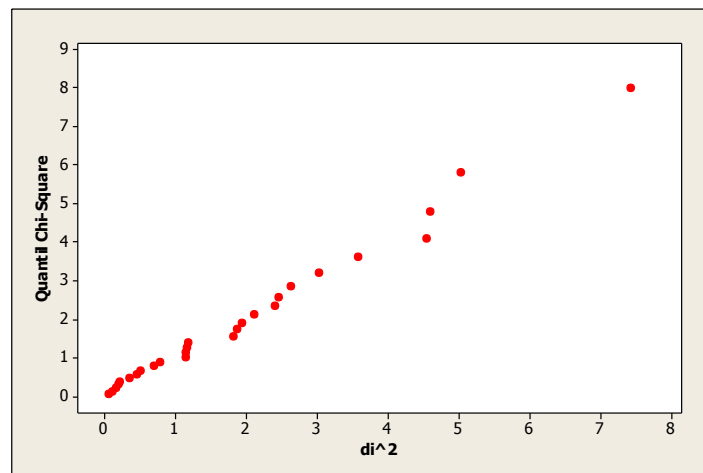
Sumber Varasi	Dk	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-Hitung	P-Value
Dosis	2	0,31614	0,15807	70,25	0.000*
Error dosis	6	0,02413	0,00402		
Hari	2	1,14456	0,57228	254,35	0.000*
Dosis*Hari	4	0,07697	0,01924	8,55	0,002*
Error	12	0,027	0,00225		
Total	26	1,58881			

Keterangan : (*) = nyata pada taraf 5%

Dari hasil analisis varian untuk kadar serat didapatkan bahwa ada pengaruh interaksi antara dosis dan waktu pengamatan.

a. Pengujian asumsi MANOVA

Hasil pengujian terhadap asumsi distribusi normal multivariat dengan plot quantil-quantil. Plot quantil yang dihasilkan dapat disajikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Plot quantil-quantil dari vektor error

Didapatkan plot quantil dengan pola garis lurus. Hal ini menunjukkan bahwa vektor error berdistribusi normal multivariate. Dengan demikian asumsi distribusi normal multivariat terpenuhi.

Hasil pengujian terhadap asumsi kehomogenan matriks varian-kovarian yang dilakukan dengan uji Box's M didapatkan nilai $M = 2.727$ dengan P-Value sebesar 0.880. hal ini menunjukkan bahwa matriks kovarian bersifat homogen. Dengan demikian asumsi kehomogenan matriks varian-kovarian terpenuhi.

Pengujian terhadap asumsi sphericity dilakukan didapatkan hasil $\chi^2 = 28.4496$ dengan P-value sebesar 0. Hal ini menunjukkan bahwa matriks kovarian tidak sama dengan matriks identitas. Dengan demikian terdapat hubungan antara kedua variabel respon, sehingga analisis MANOVA layak untuk digunakan.

b. Analisis MANOVA

Analisis MANOVA digunakan untuk menguji pengaruh faktor perlakuan terhadap kedua respon, yakni kadar protein dan kadar serat. Pengujian dilakukan dengan Uji *Pillai's Trace*, *Wilk's lamda* dan *Lawley-Hotelling's Trace*. Hasil pengujian terhadap pengaruh dosis diberikan pada Tabel 3.3.

Tabel.3.3. Pengujian MANOVA untuk Pengaruh Dosis

Pengujian	F-hitung	dk dari F-hitung	P-Value
Wilks'	16,577	4 ; 22	0.000*
Lawley-Hotelling	36,485	4 ; 20	0.000*
Pillai's	5,652	4 ; 24	0,002*

Keterangan : (*) = nyata pada taraf 5%

Nilai P-value hasil ketiga uji yang dilakukan untuk pengaruh dosis menunjukkan bahwa terdapat pengaruh dosis. Sedangkan hasil pengujian untuk pengaruh waktu pengamatan diberikan pada Tabel 3.4.

Tabel.3.4. Pengujian MANOVA untuk Pengaruh Lamanya Waktu Fermentasi

Pengujian	F-hitung	dk dari F-hitung	P-Value
Wilks'	37,792	4 ; 22	0.000*
Lawley-Hotelling	111,122	4 ; 20	0.000*
Pillai's	10,006	4 ; 24	0,000*

Keterangan : (*) = nyata pada taraf 5%

Dari hasil ketiga pengujian diatas dapat dilihat bahwa terdapat pengaruh waktu pengamatan. Untuk pengujian terhadap pengaruh interaksi diberikan pada Tabel 3.5.

Tabel.3.5. Pengujian MANOVA untuk Pengaruh Interaksi Dosis dan Lamanya Waktu Fermentasi

Pengujian	F-hitung	dk dari F-hitung	P-Value
Wilks'	4,845	8 ; 22	0.002*
Lawley-Hotelling	6,369	8 ; 20	0.000*
Pillai's	3,450	8 ; 24	0,009*

Keterangan : (*) = nyata pada taraf 5%

Terdapat pengaruh interaksi antara dosis dan waktu pengamatan.

4. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada Bab sebelumnya maka diperoleh kesimpulan sementara sebagai berikut:

1. Dari hasil uji asumsi sphericity menunjukkan bahwa matriks varian-kovarian tidak sama dengan matriks identitas, dengan demikian terdapat hubungan antara kedua variabel respon maka analisis yang tepat digunakan adalah MANOVA.

2. Berdasarkan hasil analisis multivariat dapat disimpulkan bahwa terdapat pengaruh dosis, pengaruh lamanya waktu fermentasi dan pengaruh interaksi antara dosis dan lamanya waktu fermentasi terhadap peningkatan kadar protein dan penurunan kadar serat pada nutrisi yang terdapat dalam limbah singkong.

Saran

1. Dalam melakukan analisis varian pengujian terhadap asumsi mutlak sangat diperlukan, karena hasil pengujian asumsi akan menunjukkan alat mana yang paling tepat untuk digunakan
2. Karena terdapat pengaruh interaksi antara dosis dan lamanya waktu fermentasi, dengan demikian perlu dilakukan uji lanjut interaksi untuk melihat pengaruh interaksi tersebut terhadap kadar protein dan kadar serat

Daftar Pustaka

- Hair, J.R., *et al*, 2006. *Multivariate Data Analysis with Reading*. Fifth Edition. New York. Macmillan Publishing Company. 236-283
- Hajarisman, Nusar. (2002), *Statistika Multivariat*. Program Studi Statistika. Universitas Islam Bandung.
- Johnson, R. A. and Wichern, D. W. (1992), *Applied Multivariate Analysis*, Third Edition, Prentice Hall Inc, New Jersey. 126-176, 219-284
- Mattjik A.A., I Made Sumertajaya. (2000). *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab jilid I*. Edisi Kedua. Bogor : Jurusan Statistika FMIPA IPB.
- Montgomery, (2009) *Design and Analysis of Experiment*, 7th Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- Olson, C.L. (1974). Comparative Robustness of six Tests in Multivariate Analysis of Variance. *Journal of the American Statistical Association*, 69:348, 894-908
- Rencher, Alvin. (2002). *Methods Of Multivariate Analysis*, Second Edition. John Wiley & Sons, Inc, USA. 156-211
- Sudjana. (1995). *Desain dan Analisis Eksperimen*. Edisi IV. Bandung : Tarsito. pages 292-303
- Supranto, J. 2004. *Analisis Multivariat Arti dan Interpretasi*. Jakarta: PT Rineka Cipta. 1-23
- Supartini, Enny 2011. Analisis Kurva Pertumbuhan sebagai Analisis setelah MANOVA untuk Data Longitudinal. Statistika FMIPA. UNPAD. Bandung.
- _____ (2012). Analisis Profil dan Kurva Pertumbuhan sebagai Analisis setelah MANOVA untuk Data Longitudinal. Statistika FMIPA UNPAD. Bandung.
- Suryani, Yani (2012). Biokonversi Limbah Bioetanol dari Singkong oleh *Saccharomyces cerevisiae*, *Trichoderma viride*, *Aspergillus niger* dan Konsorsiumnya menjadi Pakan Domba. Disertasi Fakultas Peternakan. Universitas Padjadjaran Bandung.
- Widiharih, Tatik (2001). Analisis Ragam Multivariat untuk Rancangan acak Lengkap dengan Pengamatan Berulang. *Jurnal Matematika dan Komputer*. 3, 139-150.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
50 EAST LAKE STREET
CHICAGO, ILLINOIS 60601-1636
USA



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
50 EAST LAKE STREET
CHICAGO, ILLINOIS 60601-1636
USA



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
50 EAST LAKE STREET
CHICAGO, ILLINOIS 60601-1636
USA



9 772406 986004